

Die folgenden Original-Seiten der Zeitschrift „Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule“ wurden mit expliziter Genehmigung des Aulis-Verlages (Dr. Brigitte Abel) und des Friedrich-Verlages (Hubertus Rollfing) auf die Webseite [www.thomas-wilhelm.net](http://www.thomas-wilhelm.net) gestellt. Vielen Dank für die Erlaubnis.

Die exakte Quellenangabe des Zeitschriftenartikels ist:

WILHELM, T.; ZIMMERMANN, F.

***Die Luft beim Fußballflug***

Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 63, Nr. 1, 2014, S. 28 - 37

# Die Luft beim Fußballflug

Th. Wilhelm u. F. Zimmermann

## 1 Luftströmungen im Physikunterricht?

In der Physik nehmen wir vielfältige Idealisierungen vor, um „reine Phänomene“ zu erhalten, an denen sich einfache Begriffe, Prinzipien und Gesetze entwickeln lassen. Sie dienen also der Theoriebildung. So betrachten wir Fall- und Wurfbewegungen ohne die sie umgebende Luft, quasi im Vakuum. Schüler zeigen jedoch größeres Interesse an realistischen Situationen. Deshalb darf der Physikunterricht hier nicht stehen bleiben. Wie in der angewandten Physik und der Technik muss es auch im Physikunterricht um die Anwendung der Theorien an realen Einzelfällen gehen. D.h. es muss auch ausführlich diskutiert werden, wie die physikalischen Vorgänge ohne die Idealisierung ablaufen.

Früher wurden Strömungen häufiger intensiv behandelt, heute sind sie in der Regel kein eignes Thema mehr. Andererseits hat sich weitgehend die Erkenntnis durchgesetzt, dass man beim Behandeln der Newton'schen Dynamik auch auf die Luftreibungskraft eingehen muss. Nur so sind viele Alltagsphänomene zu verstehen, z. B. wieso sich bei einem Fahrzeug bei konstanter Antriebskraft immer eine konstante Endgeschwindigkeit einstellt. Aber nicht nur die Luftreibungskraft, sondern auch der Magnuseffekt ist für Schüler ein interessantes Thema und viele haben schon von diesen beiden Phänomenen gehört.

Im Physikunterricht können wir den Einfluss der Luft beim Ballflug auf drei unterschiedliche Weisen behandeln:

1. Mithilfe einer mathematischen Modellbildung können Flugkurven unter dem Einfluss verschiedener Kräfte berechnet werden (Abschnitt 2).
2. Mithilfe der Videoanalyse können reale Flugbahnen vermessen und analysiert werden (Abschnitt 3).
3. Mit anderen Versuchen können die Phänomene verdeutlicht werden (Abschnitt 4).

## 2 Mathematische Modellbildung

Die mathematische Modellbildung ist in einigen Lehrplänen für die Mechanik der zehnten oder elften Jahrgangsstufe vorgeschrieben. Hier wird überlegt, welche Kräfte

wirken und welche Größe von welcher abhängt [1]. Schließlich werden die entstehenden Differenzgleichungen durch numerische Integration von der Software gelöst und die Bewegung simuliert.

Dies ist sowohl mit einem Tabellenkalkulationsprogramm möglich als auch mit einem graphischen Modellbildungsprogramm, das eine Eingabe mittels Symbolen und Verknüpfungen auf einer graphischen Oberfläche fordert (z. B. bei STELLA, Dynasys, Powersim, Coach 6, Moebius), und mit einem gleichungsorientierten Programm, das die Eingabe der wesentlichen Gleichungen fordert (z. B. bei Newton-II, Modellus 4, VPython, Tracker, Easy Java Simulations).

Graphische Modellbildungssysteme haben durch ihre graphische Darstellung der Wirkungszusammenhänge einen großen Vorteil [2]. Will man allerdings zwei- oder gar dreidimensionale Bewegungen berechnen, wird es schnell aufwändig und unübersichtlich. Hier ist die gleichungsorientierte Freeware-Software Newton-II [3] am geeignetsten, die nur für die Modellierung von Bewegungen über Kräfte geeignet ist. Am Beispiel des schiefen Wurfes mit Luftreibung wird in [4] die Software Modellus 4, die Animationen ausgeben kann, verglichen mit erstens der Tabellenkalkulation „Excel“, zweitens dem graphischen Modellbildungssystem „Coach 6 MV“ und drittens dem gleichungsorientierten Programm „Newton-II“, das im Folgenden genutzt wurde. Um Abbildungen von Bahn-

kurven mit verschiedenen Parametern zu bekommen, wurden die Berechnungsergebnisse aus „Newton-II“ exportiert und in Excel importiert. In der Software würde man dagegen die Parameter mit einem Schieberegler verändern und die dynamische Veränderung beobachten.

## 2.1 Ballflug ohne Lufteinfluss

Zu Beginn einer mathematischen Modellierung sehen wir von allen Effekten durch die Luft ab. Bei kurzen Pässen mit geringem Tempo (= Geschwindigkeitsbeträgen) (unter 40 km/h) spielt die Luft tatsächlich kaum eine Rolle. Bei einem Elfmeter, bei dem mit Anlauf ein ruhender Ball möglichst hart getreten wird, erreichen Profis dabei allerdings schon Ballgeschwindigkeitsbeträge von über 100 km/h, ja sogar bis 130 km/h. Wenn der Ball vorher nicht ruhte, sondern sich schon auf den Spieler zu bewegt, sind auch noch deutlich höhere Geschwindigkeitsbeträge möglich. Das Tempo des Balles ist also mit dem eines Autos auf der Autobahn vergleichbar.

Entscheidend für die Reichweite ist außer dem Ballgeschwindigkeitsbetrag zu Beginn des Fluges auch der Schusswinkel  $\varphi$ . In  $x$ -Richtung ergibt sich eine Geschwindigkeitskomponente von  $v_{0x} = v_0 \cos \varphi$  und keine Kraftwirkung. In  $y$ -Richtung ergibt sich eine Geschwindigkeitskomponente von  $v_{0y} = v_0 \sin \varphi$  und es wirkt nur die Gewichtskraft.

Abb. 1 zeigt so berechnete Bahnkurven eines kurzen Passes zu einem Mitspieler

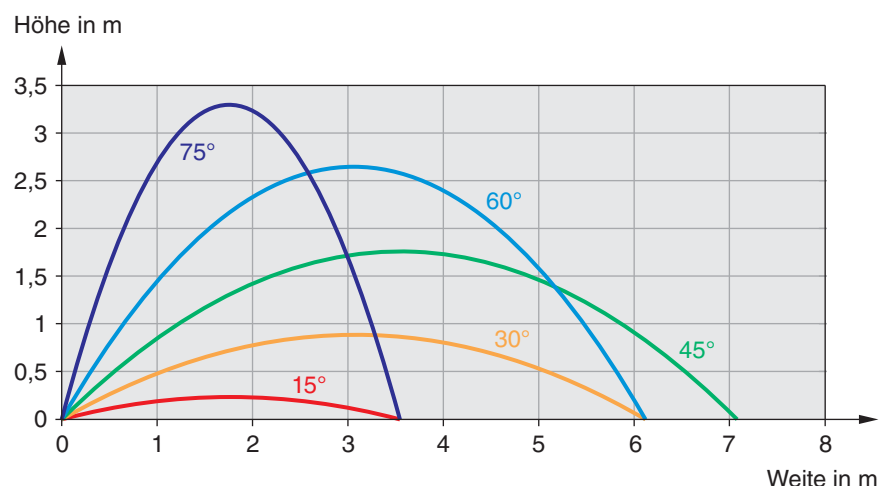


Abb. 1: Bahnkurven verschiedener Schusswinkel beim Kurzpass mit dem Anfangstempo  $v_0 = 30$  km/h

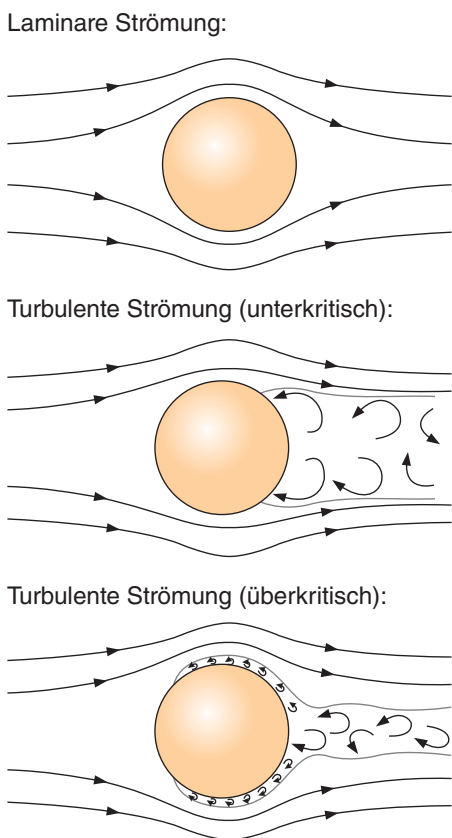


Abb. 2: Verschiedene Arten von Strömungen

für verschiedene Schusswinkel für eine Anfangstempo des Balles von  $v_0 = 30 \text{ km/h}$ . Man sieht, dass in diesem Beispiel die größte Reichweite von 7 m bei einem Winkel von  $45^\circ$  erreicht wird. Man kann das so erklären: Je flacher geschossen wird, desto größer ist der Geschwindigkeitsanteil in horizontaler Richtung und je steiler geschossen wird, desto länger ist die Flugzeit des Balles. Da die Reichweite das Produkt aus beidem ist, aus horizontalem Geschwindigkeitsanteil und der Flugzeit des Balles, ist der mittlere Schusswinkel von  $45^\circ$  am besten.

2.2 Abbremsung durch Luftwiderstand

Tatsächlich muss sich ein geschossener Fußball durch die Luft bewegen. Wie die Luft ausweicht und hinter dem Ball wieder zusammentrifft, wird häufig mit Stromlinien deutlich gemacht. In Abb. 2 [5] wurde angenommen, dass sich der Ball von rechts nach links durch die anfangs ruhende Luft bewegt. Das ist aber physikalisch äquivalent dazu, dass sich die Luft an dem ruhenden Ball vorbei von links nach rechts bewegt: Man betrachtet die Situation praktisch aus der Sicht des Balles, da es nur auf die Relativbewegung ankommt.

Eine Stromlinie gibt den Weg einer kleinen Luftmenge an. Gleiten die einzelnen Schichten übereinander hinweg, ohne sich zu vermischen, spricht man von einer lami-

naren Strömung (Abb. 2a). Dies ist bei einer Bewegung eines Balles in der Luft nicht der Fall. Beim Ball entstehen Wirbel in der Luft, was man eine turbulente Strömung nennt (Abb. 2b und c).

In den Wirbeln steckt Bewegungsenergie, die dem Ball entzogen wird und wodurch dieser abgebrems wird. Die Luftwiderstandskraft  $F_{\text{Luft}}$  ist gegen die Bewegungsrichtung des Balles gerichtet und für den Betrag dieser abbremsenden Kraft gilt:

$$F_{\text{Luft}} = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$$

Dabei ist  $\rho \approx 1,3 \text{ kg/m}^3$  die Dichte der Luft.  $A$  ist die Querschnittsfläche des Körpers, die sich für einen typischen Fußball mit Radius  $r = 11 \text{ cm}$  zu  $A = 0,038 \text{ m}^2$  berechnet.

Der  $c_w$ -Wert ist der sogenannte Luftwiderstandsbeiwert, der die Stromlinienförmigkeit eines Körpers angibt. Er wurde durch die Automobilwerbung recht bekannt. Ein glatter Ball bzw. eine glatte Kugel, was für den Fußball nicht zutrifft, hat einen  $c_w$ -Wert von ungefähr 0,4 bis 0,5, was zu einer starken Abbremsung führt und natürlich unerwünscht ist. Überraschenderweise hat man bei glatten Kugeln in der Größe von Fußbällen auch festgestellt, dass die Luftreibung bei einem Tempo von über 75 km/h nicht zu einer weiter ansteigenden Luftreibung führt, sondern zu einer geringeren Luftreibung, die mit zunehmendem Tempo sogar abnimmt, bis sie bei ca. 90 km/h ein Minimum hat [6]. Dieses Verhalten können wir jedoch ignorieren.

Ein Fußball ist nämlich nicht glatt, sondern hat viele Nähte, an denen die einzelnen Lederteile vernäht sind. Wie man in Abb. 2c sehen kann, führen diese Rauigkei-

ten der Balloberfläche dazu, dass bereits die dünne Grenzschicht an der Balloberfläche turbulent wird. Dies führt zu einer späteren Ablösung der Grenzschicht und einer kleineren Wirbelschleppung. Da also kleinere Wirbel entstehen, wird dem Ball auch weniger Bewegungsenergie entnommen. Die Unebenheit der Oberfläche des Fußballs ist also sehr wichtig. Aus dem gleichen Grund haben Golfbälle mehrere flache Mulden, so genannte Dimples.

J. Wesson hat in seinen Versuchen festgestellt, dass die Luftreibung eines echten Fußballs bei geringem Tempo geringer ist als die einer glatten Kugel und die seltsame Luftreibungsabnahme zwischen 75 km/h und 90 km/h nicht auftritt [6]. Seine Ergebnisse zeigen, dass die Luftreibung ungefähr quadratisch mit  $v^2$  zunimmt, aber mit einem kleineren  $c_w$ -Wert von  $c_w \approx 0,2$  statt  $c_w \approx 0,5$  (siehe Abb. 3). M. Tolan meint, man könne den Betrag der Luftreibungskraft auch durch  $F_{\text{Luft}} = \beta v$  annähern, wobei er für  $\beta$  einen Wert von 0,142 kg/s angibt [7]. Eine solche unnötige Übervereinfachung muss aber nicht sein. Außerdem passt dies nicht zur allgemeinen Aussage, dass die Luftreibungskraft quadratisch vom Tempo abhängt. Deshalb wird hier mit der quadratischen Abhängigkeit und mit  $c_w \approx 0,2$  gerechnet.

Berechnet werden soll ein harter Abstoß aus dem Torraum mit einem Anfangstempo von  $v_0 = 110 \text{ km/h}$  unter einem realistischen Anfangswinkel von  $\alpha = 30^\circ$ . Dazu benötigt man noch die Ballmasse  $m = 0,42 \text{ kg}$  und die Fallbeschleunigung  $g = -9,81 \text{ m/s}^2$ .

Bei der Modellierung kann der jeweilige Winkel zur Horizontalen über

$$\varphi = \arctan(v_y / v_x)$$

Luftwiderstandskraft in Vielfachen des Ballgewichts

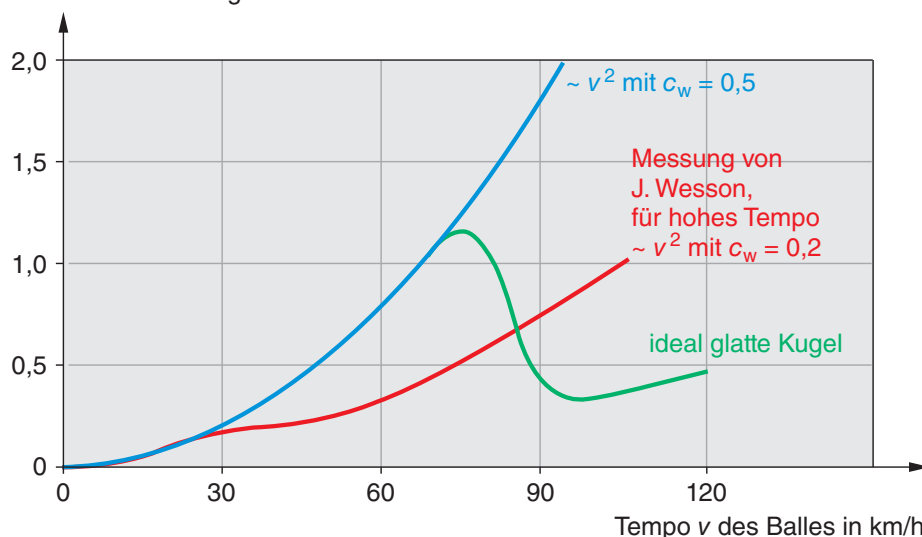


Abb. 3: Abhängigkeit des Betrages der Luftreibung eines Fußballes von seinem Tempo

berechnet werden, solange er kleiner als 90° ist. Dann gilt:

$$F_x = -F_{\text{Luft}} \cos \varphi \text{ und } F_y = F_G - F_{\text{Luft}} \sin \varphi.$$

Man kann aber auch ohne die explizite Berechnung des jeweiligen Winkels auskommen, indem man einfacher verwendet (was auch für größere Winkel gilt):

$$F_x = -F_{\text{Luft}} \frac{v_x}{v} \text{ und } F_y = F_G - F_{\text{Luft}} \frac{v_y}{v},$$

wobei  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  das aktuelle Tempo (= Geschwindigkeitsbetrag) ist (siehe Kasten 1), da sqrt die Wurzel ist. Welche der beiden Varianten geeigneter ist, hängt vom Vorwissen der Schüler ab.

Die Modellierung zeigt, dass der Luftwiderstand deutliche Auswirkungen hat (siehe Abb. 4). Unter den gewählten Bedingungen würde der Ball, wenn es keinen Luftwiderstand gäbe, 82 m weit, also bis an den gegnerischen Strafraum kommen. Durch die Luftreibung fliegt er aber nur 51 m weit und landet somit im Mittelkreis (siehe Abb. 4). Bei einem größeren Winkel von 45° ist der Unterschied noch größer: ohne Luftreibung käme der Ball sogar fast doppelt so weit wie bei der tatsächlich vorhandenen Luftreibung (93 m statt 54 m). Auch der ideale Abschusswinkel liegt in Realität nicht bei 45°, sondern nur bei etwa 41°, was allerdings keinen merklichen Unterschied in der Reichweite ausmacht.

Zu beachten ist aber, dass man bei einem kleineren Winkel härter schießen kann als bei größeren Winkeln. So wird normalerweise ein Abstoß mit einem Winkel von etwa 30° geschossen [6] und der Ball landet damit nach 2,7 s Flugzeit beim oder im Mittelkreis. Größere Winkel kann ein Torwart dann erreichen, wenn er bei einem Abschlag den Ball aus den Händen fallen lässt.

### 2.3 Ballflug bei Wind

Die Überlegungen des letzten Abschnitts setzen absolute Windstille voraus. Die Ergebnisse ändern sich, sobald Wind dazu kommt, denn der Luftwiderstand hängt dann von der Relativgeschwindigkeit zwischen Ball und Luft ab. Um die Auswirkung von Wind zu berücksichtigen, muss in die Formel für die Kraft durch Luftreibung die relative Geschwindigkeit eingesetzt werden.

Für die Modellierung betrachten wir wieder einen harten Abstoß aus dem Torraum unter einem Winkel von 45° mit einem Tempo von 110 km/h. Wir machen außerdem die etwas unrealistische Annahme, dass der Wind immer konstant und exakt horizontal mit dem Tempo  $v_W$  bläst. Dafür müssen wir das obige Modell zur Luftreibung nur leicht verändern. Die x-Komponente der Relativgeschwindigkeit ist nun  $v_x \pm v_W$  und der Geschwindigkeitsbetrag  $v = \sqrt{(v_x \pm v_W)^2 + v_y^2}$ , also

**Grundgleichungen**

$$a_x = F_x/m; a_y = F_y/m$$

**Definitionen**

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

$$F_L = -0,5 c_W \rho A v^2;$$

$$F_G = mg;$$

$$F_x = F_L v_x/v;$$

$$F_y = F_G + F_L v_x/v$$

**Parameter**

$$v_0 = 110; \alpha = 30;$$

$$c_W = 0,2; \rho = 1,3;$$

$$A = 0,038; m = 0,42; g = -9,81$$

**Startwerte**

$$v_x = v_0 / 3,6 \cos(\pi \alpha / 180);$$

$$v_y = v_0 / 3,6 \sin(\pi \alpha / 180)$$

**Stoppbedingung**

$$y < 0$$

**Kasten 1:** Eingabe in Newton-II ( $v_0$  in km/h eingegeben und  $\alpha$  in Grad)

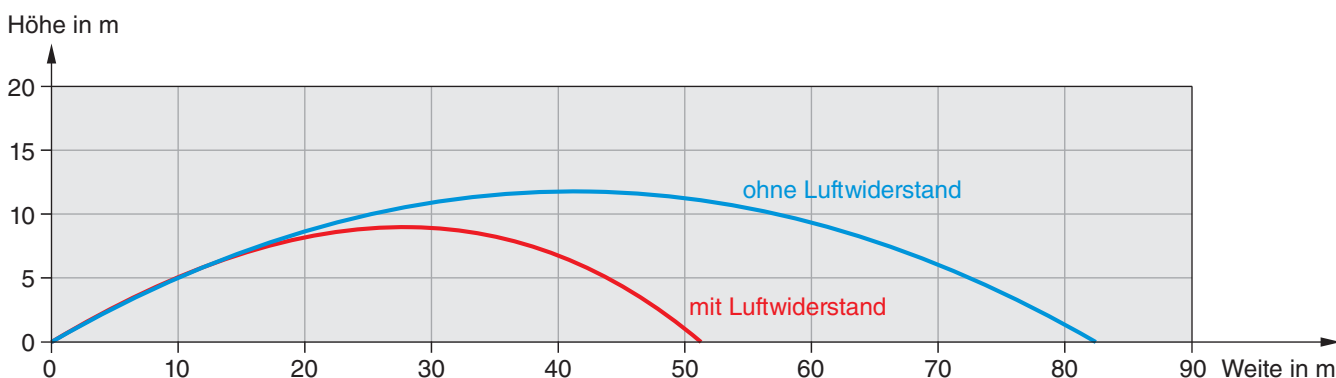
$$\varphi = \arctan((v_y \pm v_W)/v_x)$$

bzw.

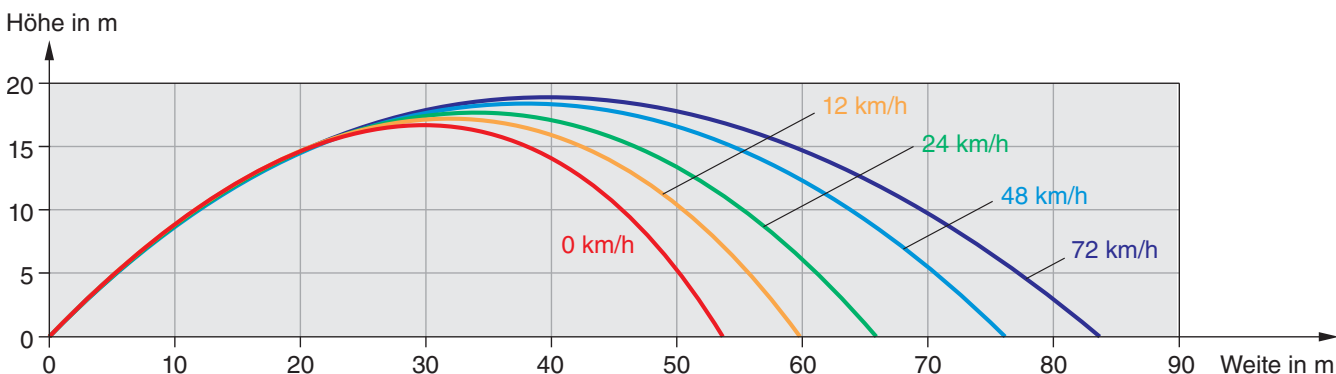
$$F_x = -F_{\text{Luft}} (v_x \pm v_W)/v.$$

Dabei steht das Minus für Rückenwind und das Plus für Gegenwind.

Bereits eine schwache Brise mit 12 km/h Windtempo bringt den Ball um 6 m weiter



**Abb. 4:** Abstoß mit einem Tempo von 110 km/h unter einem Winkel von 30° mit und ohne Luftreibung



**Abb. 5:** Reichweite eines Abstoßes bei horizontalem Rückenwind (angegeben ist das Windtempo)

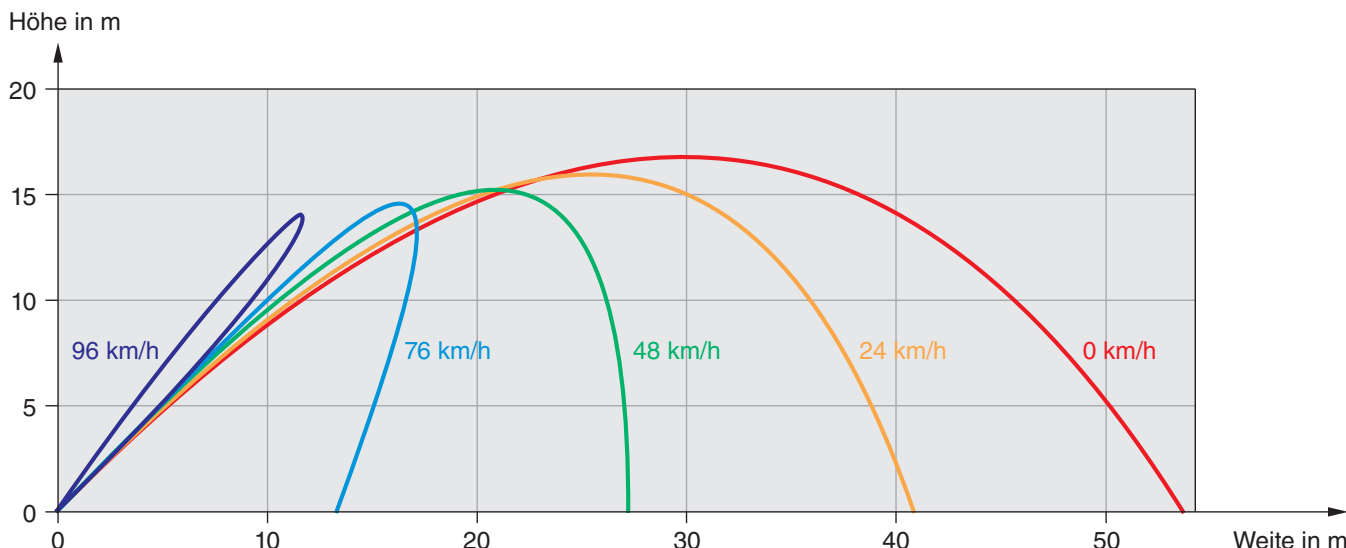


Abb. 6: Reichweite eines Abstoßes bei horizontalem Gegenwind (angegeben ist das Windtempo)

nach vorne (siehe Abb. 5). Bei einem starken Wind mit einem Windtempo von 48 km/h (Windstärke 6) kommt der Ball bereits an den gegenüberliegenden Strafraum heran. Damit kann ein Torwart natürlich nicht rechnen und so kam es schon vor, dass ein Torhüter weit vor dem Tor den Ball fangen wollte, der dann erst hinter ihm landete und in das leere Tor rollte [6]. Bei einem stürmischen Wind mit 72 km/h (Windstärke 8) landet der Fußball sogar innerhalb des gegnerischen Strafraumes (30 m weiter als ohne Wind).

Umgekehrt verringert sich natürlich bei Gegenwind die Reichweite eines Schusses (siehe Abb. 6). Wir bleiben bei dem Abstoß mit einem Abschußtempo von 110 km/h unter einem Winkel von 45° und einem horizontalen Wind gegen die Abschussrichtung. Bei einer mäßigen Brise mit 24 km/h Windtempo (Windstärke 4) kommt der Ball statt 54 m nur noch 41 m weit. Bei starkem Wind mit einem Windtempo von 48 km/h (Windstärke 6) fällt der Ball nach 27 m genau senkrecht auf den Rasen herunter. Bei einem stürmischen Wind mit 72 km/h (Windstärke 8) bewegt sich der Ball kurz nach Erreichen des höchsten Punktes wieder 4 m zurück. Bei einem schweren Sturm mit einer Windtempo von 96 km/h (Windstärke 10), was auf dem Land selten der Fall ist und in einem modernen Stadion wohl nie, würde der Ball sogar wieder genau auf den Spieler zurückkommen.

Schließlich kann der Wind auch von der Seite kommen. In der Software Newton-II kann man hier alle drei Dimensionen nutzen. Dazu muss man das obige Modell nur minimal anpassen. Das Tempo der Relativbewegung ist nun

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + (v_z - v_W)^2}.$$

Man kann nun zwei Winkel

$$\varphi = \arctan(v_y/v_x) \text{ und } \psi = \arctan((v_z - v_W)/v_x)$$

berechnen oder einfacher wieder ohne explizite Winkelberechnung auskommen:

$$F_x = F_{\text{Luft}} \cos\varphi \cos\psi = F_{\text{Luft}} v_x/v$$

und

$$F_z = F_{\text{Luft}} \cos\varphi \sin\psi = F_{\text{Luft}} (v_z - v_W)/v$$

sowie

$$F_y = F_G + F_{\text{Luft}} \sin\varphi = F_G + F_{\text{Luft}} v_y/v.$$

Ein flacher, kurzer Pass (30°, 60 km/h) über eine kurze Distanz von 20,5 m führt bei einem Seitenwind von 15 km/h (Windstärke 3) zu einer seitlichen Abweichung von nur 0,8 m. Bei einem Seitenwind von 48 km/h (Windstärke 6) aber bereits zu über 3 m seitlicher Abweichung und außerdem zu einer Verkürzung der Reichweite um einen Meter. Da die Luftreibung vom Quadrat des Tempos abhängt, sind die Komponenten

ten nicht unabhängig voneinander; es gibt keine ungestörte Superposition der Bewegungen in den einzelnen Richtungen. Deutlich größer ist der Einfluss, wenn wie oben steiler und kräftiger geschossen wird (45°, 110 km/h, Reichweite ohne Seitenwind 53,5 m). Ein Seitenwind von 15 km/h führt hier zu einer seitlichen Abweichung von 5 m, während der Seitenwind von 48 km/h bereits zu einer seitlicher Abweichung von 17 m und zu einer Verkürzung der Reichweite um über 2 m führt. Für Spieler ist es deshalb bei Wind sehr schwierig, solche Flugbahnen vorherzusehen, insbesondere wenn der Wind unregelmäßig in Böen bläst [6]. Dann ist es deutlich schwerer, einen zugespielten Pass zu erreichen oder einen Ball anzunehmen. So kann Wind das Spiel erheblich beeinflussen.

2.4. Die Bananenflanke

Dass ein Ball von oben gesehen einer gebogenen Linie folgt, ist aber nicht nur bei Seitenwind, sondern auch bei Windstille möglich. Man kann dies bei Freistößen oder Eckbällen sehen: Der Ball fliegt in einem Bogen um die Abwehrmauer ins Tor. Der

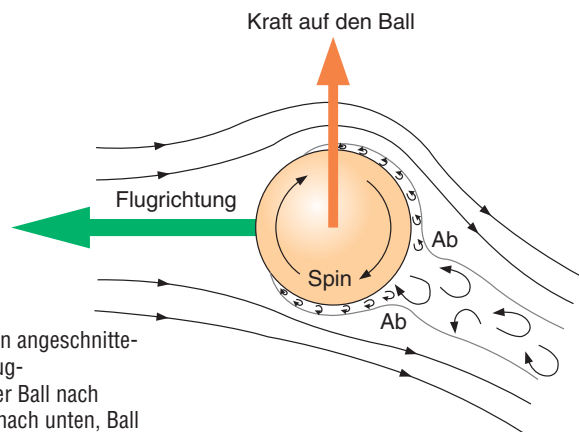


Abb. 7: Blick von oben auf einen angeschnittenen Fußball. Die Luft wird in Flugrichtung gesehen nach links, der Ball nach rechts abgelenkt (im Bild: Luft nach unten, Ball nach oben).

Spieler tritt dazu den Fußball seitlich von der Mitte, so dass der Ball zusätzlich zur Vorwärtsbewegung eine starke Drehbewegung, einen Drall oder Spin um die vertikale Achse, erhält. Man sagt auch, der Ball wird mit Effet gespielt.

Der rotierende Ball reißt auf der einen Seite, auf der sich der Ball mit der Strömung (gegen die Flugrichtung) bewegt, Luftteilchen mit, so dass sich dadurch die Grenzschicht später vom Ball ablöst (beim oberen „Ab“ in Abb. 7): Die Strömung folgt dabei der Form des Balles sogar hinter die dickste Stelle, bis sie abreißt. Das Gegenteil ist auf der entgegengesetzten Seite der Fall: Der Ball bremst die Luftteilchen ab, so dass die Ablösung früher stattfindet (beim unteren „Ab“ in Abb. 7). Der sich drehende Ball hinterlässt damit insgesamt eine asymmetrische Wirbelschleppung und die Luft außerhalb der Wirbelschleppung wird vom Ball seitlich etwas abgelenkt. Gemäß dem dritten Newton'schen Axiom erfährt der Ball als *Reactio* eine ablenkende Kraft in die Gegenrichtung. Somit wird die Flugbahn des Balles zu der Seite hin abgelenkt, auf der sich der Körper mit der Strömung, d. h. entgegen der Flugrichtung, dreht. Durch die Veränderung der Strömung entsteht also eine Kraft quer zur Bewegungsrichtung auf den Ball. Diese Kraft lenkt bei einer Bananenflanke den Ball von der geraden Flugbahn seitlich ab. In unserem Beispiel fliegt der Ball eine Rechtskurve. Dieses physikalische Prinzip wird „Magnus-effekt“ genannt.

Wann solche Bananenflanken erstmals bewusst eingesetzt wurden, ist heute nicht mehr festzustellen. Aber bereits in der Mitte des 20. Jahrhunderts verblüfften die Brasilianer damit ihr Publikum und *Roberto Rivellino* erzielte bei der Weltmeisterschaft 1974 damit Tore. In Deutschland galt *Manfred „Manni“ Kaltz* vom HSV als der „Erfinder“ dieses Kunstschusses, der in den 1980er Jahren gegnerische Spieler mit seiner Bananenflanke austrickste. Heute beherrschen dies viele Spieler. So kickte *David Beckham* immer wieder auf diese Weise den Ball ins Tor. Der Vorteil liegt darin, dass die Bahnkurve von den Gegnern schlecht abgeschätzt werden kann.

Das Anschneiden des Balles wird aber auch in anderen Sportarten, wie Baseball, Tennis, Tischtennis und Golf benutzt. Beim Tennis und Tischtennis ist außerdem wichtig, dass der Ball durch diese Drehbewegung nach dem Aufspringen anders als normal wegspringt und den Gegner damit überrascht. Beim Golf wird der Golfball so in Rotation um eine horizontale Achse versetzt, dass eine Kraft nach oben entsteht

(Backspin) und der Ball auf diese Weise weiter als normal fliegt. Beim Tennis lässt man ihn genau anders herum rotieren (Topspin), damit er trotz hohem Tempo noch innerhalb des Spielfeldes landet [8].

Zwei Faktoren beeinflussen die Größe der Magnuskraft. Zum einen die Rotationsfrequenz  $f$ , die mit  $2\pi$  multipliziert die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ergibt. Zum anderen das Tempo  $v$  des Balles. Weiterhin ist sowohl die Dichte  $\rho$  des Mediums, in welchem sich der Ball bewegt, also der Luft, als auch der Radius  $r$  des Balles zu beachten. Nach einem Modell von *S.I. Rubinow* und *J. B. Keller* ergibt sich für den Betrag der Magnuskraft der Ausdruck:

$$F_{\text{Magnus}} = \pi r^3 \rho \omega v = \gamma [v] [7].$$

Nach *K. Bray* ist beim Fußball  $\gamma \approx 0,006 \text{ kg}$  [7].

Die Software *Newton-II* eignet sich wiederum, da man alle drei Raumdimensionen benötigt. Vereinfachend nehmen wir an, dass die Magnus-Kraft näherungsweise immer in  $z$ -Richtung geht. Beim obigen Modell zum Seitenwind bei einem steilen und kräftigen Schuss ( $45^\circ$ ,  $110 \text{ km/h}$ ) setzen wir die Windgeschwindigkeit auf null und ergänzen die Magnuskraft, wobei der Ball mit  $f = 5 \text{ s}^{-1}$  rotieren soll. Das Ergebnis ist, dass der Ball um ca.  $7 \text{ m}$  seitlich abgelenkt wird.

### 3 Videoanalyse der Flugbahn

#### 3.1 Abstoß vom Boden

Mithilfe der Videoanalyse kann die Flugbahn eines Fußballes bei einem Schuss aufgenommen und mit der theoretischen Flugbahn verglichen werden. Die Durchführung des Versuchs ist aufgrund des großen Platzbedarfs nur im Freien möglich. Bei der Aufnahme ist zu beachten, dass der Kameraausschnitt einen Schuss mit etwa  $30 \text{ m}$  Länge umfasst. Markierungshütchen werden in einem Abstand von  $10 \text{ m}$  aufgestellt und dienen einerseits als Orientierung beim Schuss und andererseits zur Skalierung bei der Videoanalyse (siehe Abb. 8).

Zunächst ist es sinnvoll, im Videoanalyseprogramm die  $x$ - und  $y$ -Komponente der Geschwindigkeit zu betrachten (siehe Abb. 9). Die  $x$ -Komponente der Geschwindigkeit  $v_x$  ändert sich kaum, sie wird nur aufgrund der Luftreibung mit zunehmender Flugdauer etwas geringer. Die  $y$ -Komponente kann dagegen mit dem Geschwindigkeitsverlauf bei einem senkrechten Wurf verglichen werden. Im höchsten Punkt (Umkehrpunkt) ist die Geschwindigkeitskomponente  $v_y$  gleich null (siehe Abb. 9).

Mithilfe der Videoanalyse kann auch ein  $x$ - $y$ -Diagramm der Flugbahn erstellt werden. Weiterhin können der Abschusswinkel  $\varphi$  und das Abschlusstempo  $v_0$  be-

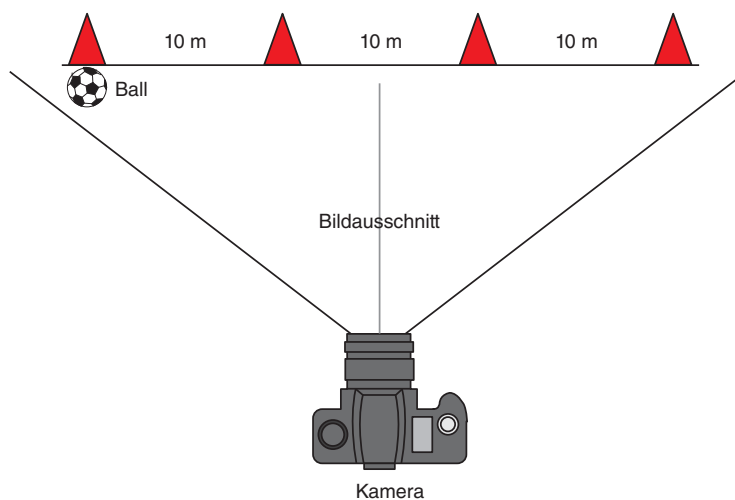
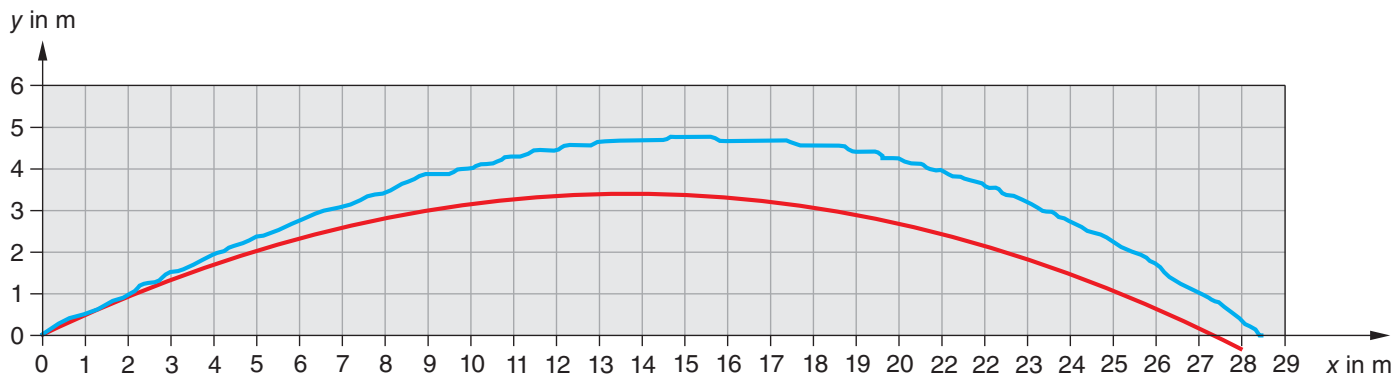


Abb. 8: Versuchsaufbau zur Aufnahme einer Flugbahn des Balles beim Abstoß



Abb. 9: Zerlegung der Geschwindigkeit in ihre Komponenten für einen Schuss vom Boden weg



**Abb. 10:** Vergleich theoretischer Verlauf ohne Luftreibung (rot) und tatsächlich aufgenommene Kurve (blau) für einen Abstoß vom Boden (mit Backspin)

stimmt werden, sowie die Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Mit den gewonnenen Werten für  $v_0$  und  $\varphi$  lässt sich die theoretisch zu erwartende Flugbahn ohne Luftreibung ermitteln:

$$y(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2 + \tan \varphi x$$

Im vorliegenden Beispiel wurde das Abschusstempo  $v_0 = 18,3 \text{ m/s}$  und der Abschusswinkel  $\varphi = 26,6^\circ$  gemessen, woraus sich für die theoretische Flugbahn ohne Luftreibung die Parabelgleichung

$$y(x) = -0,0182 \text{ m}^{-1} x^2 + 0,500 x$$

ergibt.

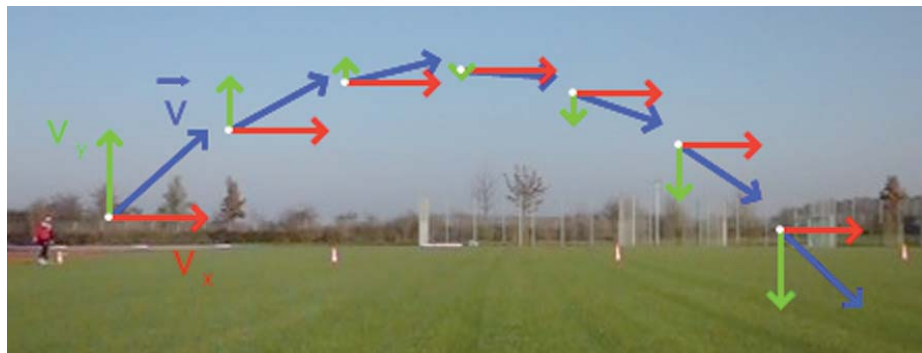
In Abb. 10 ist ersichtlich, dass die theoretische Kurve (rot) deutlich niedriger und kürzer ist, als die tatsächlich aufgenommene (blau). Dies ist auf den Magnus-Effekt zurückzuführen, denn beim Schuss vom Boden über kurze Distanzen erhält der Ball meist einen großen Back-Spin. Dies hat zur Folge, dass der Ball in diesem Fall etwa einen Meter höher und weiter fliegt. Eine gute Anpassung der berechneten Kurve an die Messwerte nur durch Verändern von Abschusstempo  $v_0$  und der Abschusswinkel  $\varphi$  ist nicht möglich, da die tatsächliche Kurve keine Parabel ist.

### 3.2 Abschlag aus der Hand

Analog zum Abstoß vom Boden kann auch eine Analyse eines Abschlags aus der Hand durchgeführt werden. Der große Vorteil ei-

nes Abschlags aus der Hand ist, dass dieser beinahe ohne Drall gespielt werden kann und somit die Auswirkungen des Magnus-Effekts minimiert werden können. Abb. 11 zeigt einen solchen Schuss.

Auch hier ist wieder in measure dynamics ein Vergleich mit einer idealisierten Bewegung ohne Lufteinfluss möglich ( $v_0 = 17,2 \text{ m/s}$ ,  $\varphi = 44^\circ$ ). Dabei ist jedoch die Ausgangshöhe  $h$  zu beachten, aus welcher der Ball geschossen wird (siehe Abb. 12). Zu Beginn der Kurve lässt sich feststellen, dass die beiden Graphen noch etwa identisch sind, doch mit zunehmender Flugweite weicht der tatsächliche Graph (blau) vom theoretisch bestimmten deutlich nach unten ab. Dies ist auf die Luftreibung zurückzuführen. Der Ball fliegt aufgrund der Luftreibung fast 4 m kürzer als theoretisch ohne Luftreibung berechnet. Gemäß der Modellierung hätte er aber gut 6 m früher landen müssen.



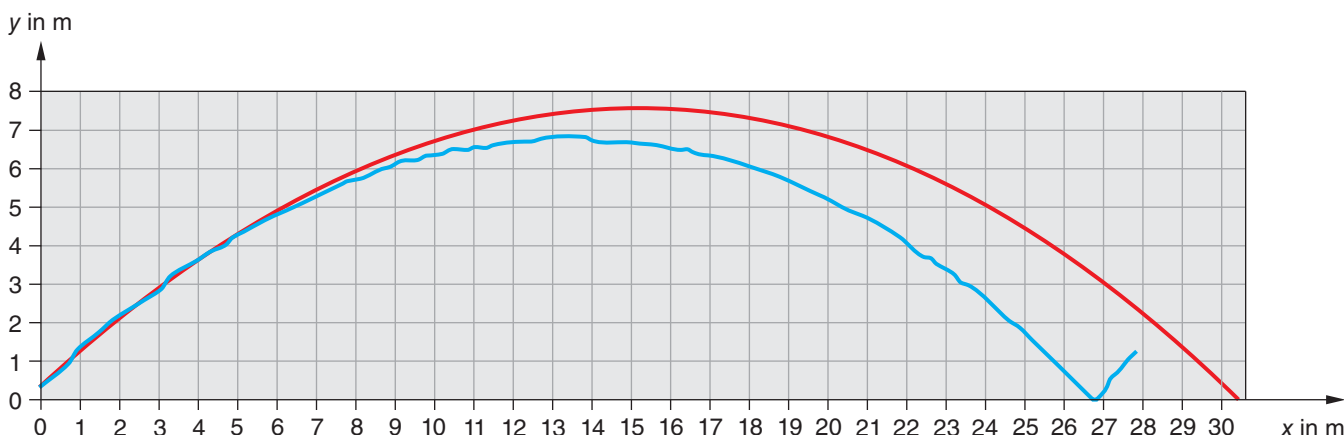
**Abb. 11:** Zerlegung der Geschwindigkeit in ihre Komponenten für einen Schuss aus der Luft

## 4. Versuche zum Lufteinfluss

### 4.1 Turbulente Strömung

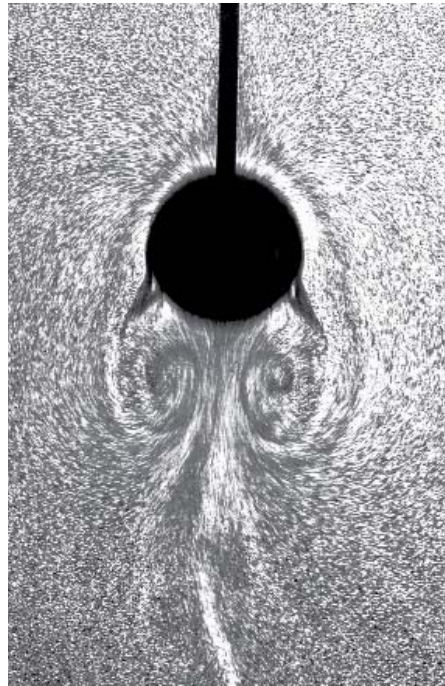
Es gibt verschiedene Lehrmittelgeräte, mit denen Stromlinien einer zweidimensionalen Strömung gut sichtbar gemacht werden können. Einige Luftstromliniengeräte und Wasserstromliniengeräte sind allerdings nur für laminare Strömungen geeignet, bei denen es keine Verwirbelungen

**Abb. 12:** Abschlag aus der Hand. Theoretischer Verlauf (rot) und tatsächliche Flugkurve (blau) mit Luftreibung

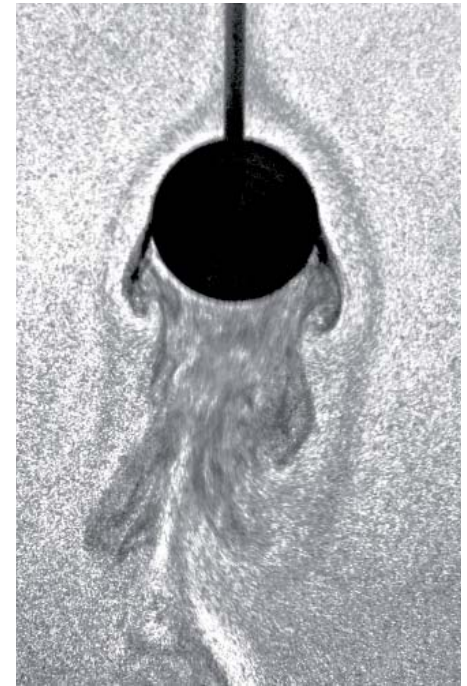




**Abb. 13:** Einfacher Versuchsaufbau zum Sichtbarmachen von Stromlinien



**Abb. 14:** Foto von zwei Strömungswirbeln



**Abb. 15:** Foto einer turbulenten Strömung mit Wirbelschlepe

gibt. Lehrmittelgeräte, die auch turbulente Strömungen zeigen, sind teuer und wenig verbreitet.

Eine kostengünstige Lösung ist, in eine schmale Küvette (siehe Abb. 13) Wasser und Aluminiumpulver zu füllen. Dann zieht man einen kreisrunden Körper schnell durch dieses Wasser. Da man die Strömung so schnell nicht beobachten kann, nimmt man ein Video auf, das man danach Standbild für Standbild betrachten kann. Alternativ macht man viele Fotos, von denen dann nur manche interessant sind.

Im Foto der Abb. 14 sind deutlich zwei entgegengesetzte Wirbel zu sehen. In Abb. 15 ist ein Bereich hinter dem Ball zu erkennen, in dem Turbulenzen stattfinden. Dieser Bereich heißt „Totwasser“ oder „Wirbelschlepe“. In diesen Wirbeln steckt Bewegungsenergie, die dem Ball entzogen wurde. Diese Turbulenzen führen zu der abbremsenden Reibungskraft.

#### 4.2 Kugel mit Magnuseffekt im Wasser

Den Magnuseffekt kann man qualitativ sehr eindrucksvoll



zeigen, wenn sich eine rotierende Kugel im Wasser bewegt [9, S. 347]. Dazu braucht man ein großes durchsichtiges Gefäß, das fast vollständig mit Wasser gefüllt wird. Für den Versuch aus Abb. 16 wurde ein Plexiglasgefäß verwendet, das 25 cm breit und 50 cm hoch war. Da die Kugel etwas dichter als Wasser sein muss, wird sie aus Knetmasse mit einem Durchmesser von mindestens 2 cm angefertigt (hier:  $\rho = 1,39 \text{ kg/m}^3$ ,  $\varnothing = 3,48 \text{ cm}$ ,  $V = 22 \text{ ml}$ ,  $m = 30,6 \text{ g}$ ). Ungeschickt wäre ein Ball, der wieder auftaucht, oder eine Metallkugel, die zu schnell absinkt. An den Rand des Gefäßes wird eine Rinne als schiefe Ebene befestigt. Für die Rinne kann man zwei Stativstangen parallel nebeneinander befestigen, eine Präzisions-Metallschiene von LD-Didaktik nehmen oder eine Winkelschiene aus dem Baumarkt. Hier wurde eine Rinne (1,8 m lang) verwendet, die nur leicht geneigt war ( $8^\circ$ ), so dass die Knetkugel mit ca. 1 m/s leicht schräg auf die Wasseroberfläche traf.

Gäbe es keinen Magnuseffekt, müsste die Kugel gemäß einer Fallparabel im

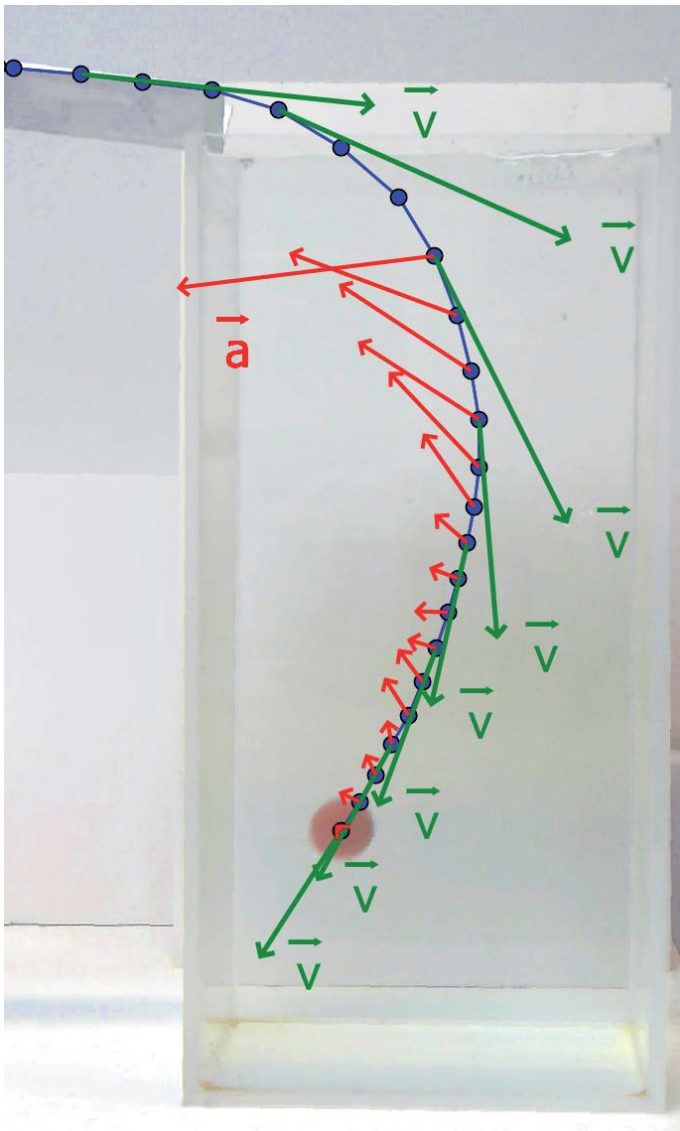


Abb. 17: Geschwindigkeit und Beschleunigung der rotierenden Knetkugel im Wasser

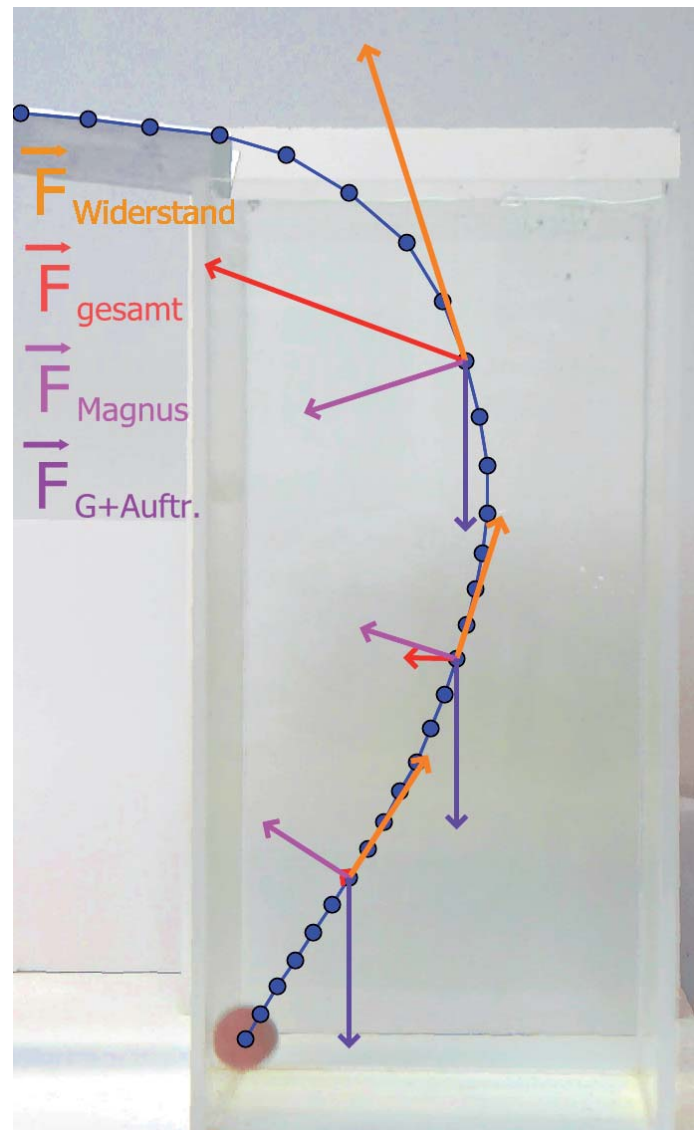
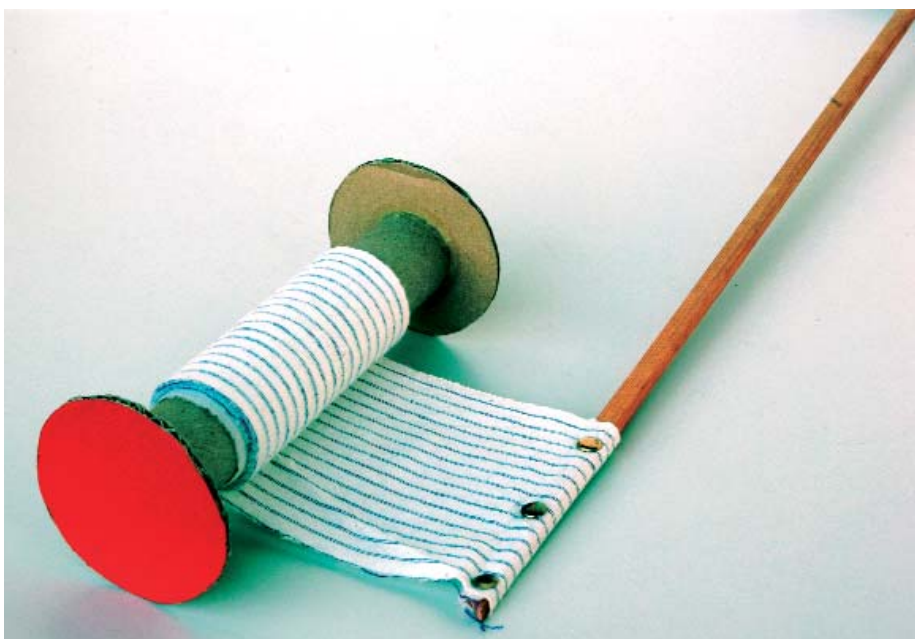


Abb. 18: Kräfte auf die rotierende Knetkugel im Wasser

Abb. 19: Papprolle an Holzstab



Wasser nach unten fallen. Aufgrund von Gewichtskraft und Auftriebskraft müsste die Parabel sogar weiter geöffnet sein, als im freien Fall ( $a = 2,7 \text{ m/s}^2$ ). Tatsächlich ist es aber so, dass sich die Kugel auf einem engeren Bogen bewegt und sich sogar wieder nach links zurückbewegt.

Um die Bahnkurve besser sehen und diskutieren zu können, empfiehlt es sich, die Bewegung mit einer normalen Videokamera (Bildrate 30 fps) aufzunehmen. Im Videoanalyseprogramm meassert man auf Knopfdruck ein Stroboskopbild wie in Abb. 16, in dem man die besondere Bahnkurve gut sehen kann. Macht man noch eine Videoanalyse, erhält man auf Knopfdruck sofort auch Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungspfeile, die ins Video eingezeichnet werden (siehe Abb. 17). Da die Beschleunigungsrichtung gleich der Richtung der Gesamtkraft ist, kann man nun überlegen, welche Kräfte in welche Richtung wirken müssen.

Es wird deutlich, dass Gewichtskraft, Auftriebskraft und eine Reibungskraft dies nicht allein erklären können.

Aufwändiger und für den Unterricht nicht geeignet ist die folgende Berechnung in measure dynamics für die Abb. 18. Multipliziert man die Beschleunigung mit der Masse, erhält man die wirkende Gesamtkraft (rot in Abb. 18). Zieht man davon die Gewichtskraft und die Auftriebskraft (zusammen violett) ab, bleibt nur eine durch die Strömung bedingte Kraft übrig. Der tangentielle Anteil bildet die Reibungskraft durch den Strömungswiderstand (orange), der radiale Anteil bildet die Magnuskraft (rosa). Nun sieht man, wie die Widerstandskraft mit leicht abnehmendem Tempo leicht abnimmt und wie die Magnuskraft mit abnehmender Rotation abnimmt.

### 4.3 Magnuseffekt in Luft

Am Versuch in Abschnitt 4.2 mag stören, dass er in Wasser statt in Luft stattfindet. Der folgende qualitative Versuch ist ebenso eindrucksvoll und findet in Luft statt [9, S. 445]. Allerdings wird dazu keine Kugel verwendet.

Kernstück des Versuchs ist eine Papprolle (z. B. eines Küchenkrepps), die notfalls gekürzt werden kann (auf ca. 20 cm). Auf die beiden Stirnflächen der Papprolle werden je eine Scheibe aus Pappe mit einem Durchmesser von ca. 8 cm geklebt, so dass eine Rolle entsteht (siehe Abb. 19). An einem dünnen und ca. 1 m langen Holzstab wird ein Stoffstreifen (ca. 0,1 m breit, mindestens 1 m lang) an der kurzen Seite mit drei Reißnägeln befestigt. Das andere Ende des Stoffstreifens wird eng und fest so um die Rolle gewickelt, dass der Stoffstreifen die Rolle auf der Unterseite verlässt. Ca. 10 bis 20 cm des Stoffstreifens werden nicht aufgewickelt. Die Rolle wird auf einen Tisch gelegt und über den Holzstab wird extrem fest parallel zur Tischfläche gezogen. Die Rolle wird damit einerseits horizontal beschleunigt und bekommt andererseits durch das Abrollen des Stoffstreifens eine Rotationsbewegung nach hinten (Backspin).

Gäbe es keinen Magnuseffekt, müsste die Rolle am Tischende gemäß einer Fallparabel mit  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  beschleunigt nach unten fallen. Tatsächlich bewegt sie sich auf einem Bogen nach oben (siehe Abb. 20). Hat man fest genug gezogen, ergibt sich sogar als Bahnkurve eine schöne Schleife. Hat man eine normale Videokamera mitlaufen lassen (Bildrate 30 fps), kann man es wiederholt betrachten oder sich ein Stroboskopbild anfertigen (siehe Abb. 20).



Abb. 20: Stroboskopbild der rotierenden Papprolle

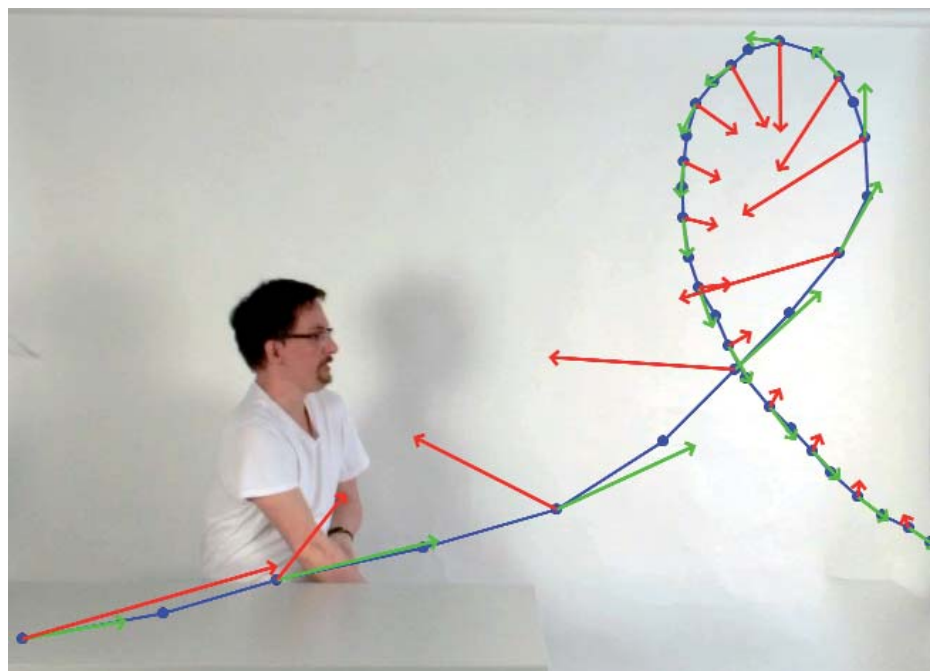


Abb. 21: Geschwindigkeit (grün) und Beschleunigung (rot) der rotierenden Papprolle

Schnell und einfach sind in measure dynamics Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungspfeile ins Video eingezeichnet (siehe Abb. 21). Wie bei der Knetkugel ist es möglich, aber für den Unterricht zu aufwändig, Kräfte zu berechnen. Da dabei viele Fehler eingehen, kann das nur eine grobe Abschätzung sein. Multipliziert man die Beschleunigung mit der Masse (14,4 g), erhält man die wirkende Gesamtkraft (rot in Abb. 22). Zieht man davon die sehr kleine Gewichtskraft (schwarz) ab, bleibt nur eine Kraft aufgrund der Luftströmung übrig. Der tangentielle Anteil bildet wieder die Reibungskraft durch den Strömungswider-

stand (orange) und der radiale Anteil bildet die Magnuskraft (rosa). Man sieht, dass die Luftwiderstandskraft und die Magnuskraft wesentlich größer sind als die Gewichtskraft.

### 5 Fazit

Luftwiderstand und Magnuseffekt haben beim Fußballflug eine große Bedeutung und können attraktive Unterrichtsinhalte sein. Wenn auch von geringer Bedeutung für den Gang des Physikunterrichts, so kann das Verständnis der Newton'schen Mechanik vertieft werden. Dabei kann man sich dem Thema von ganz verschiedenen

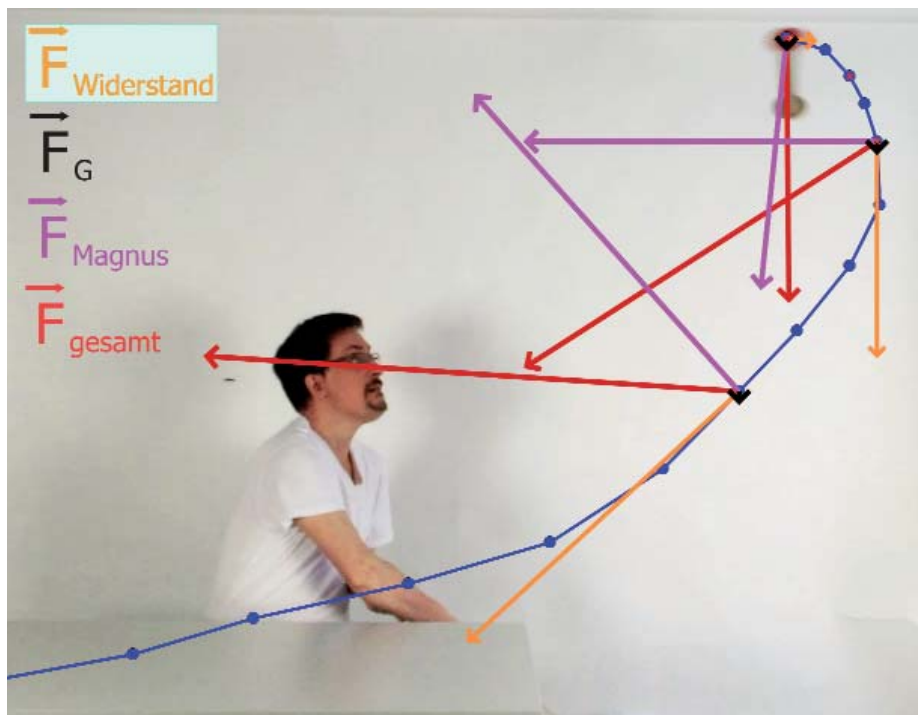


Abb. 22: Kräfte auf die rotierende Rolle in der Luft

Seiten nähern. Anders als in diesem Artikel wird man meist erst mit qualitativen Versuchen die Phänomene vorstellen (Abschnitt 4), dann eventuell quantitative Versuche durchführen (Abschnitt 3) und schließlich die Bewegung modellieren (Abschnitt 2).

#### Literatur

[1] S. Lück & T. Wilhelm, *Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Ver-*

*ständnis physikalischer Strukturen*, in: *Unter-richt Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26 – 31*

[2] T. Wilhelm, *Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung*, *Studien zum Physik- und Chemielernen*, Band 46, Logos-Verlag: Berlin (2005), online unter [www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/](http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/)

[3] *Newton-II* ist kostenlos downloadbar unter <http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/>

[Newton-II/index.html](http://Newton-II/index.html)

[4] J. Ludwig, T. Wilhelm, *Mathematisches Modellieren mit Modellus 4*, in: *Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 62, Nr. 2, 2013, S. 30 - 36*

[5] T. Wilhelm, W. Reusch, P. Jakob, *Physik mit Kick*, in: H.-G. Weigand, *Fußball – eine Wissenschaft für sich*, Königshausen & Neumann, Würzburg, 2006, Seite 137- 159

[6] J. Wesson, *Fußball - Wissenschaft mit Kick. Von der Physik fliegender Bälle und der Statistik des Spielausgangs*, Spektrum-Akademischer Verlag, 2005

[7] M. Tolan, *So werden wir Weltmeister – Die Physik des Fußballspiels*, Piper Verlag GmbH, München, 2010

[8] B. Egidy & T. Wilhelm, *Tennis im Physikunterricht*, in: *PhyDid-B - Didaktik der Physik – Frühjahrstagung Jena 2013*, [www.phydid.de](http://www.phydid.de)

[9] H. Hilscher (Hrsg.), *Physikalische Freihandexperimente*, Band 1, *Mechanik*, Aulis Verlag Deubner, Köln, 2004

#### Dank

Besonderer Dank geht an Roland Wenisch für die Hilfe bei den Versuchen aus Abschnitt 4.

#### Anschriften der Verfasser

Prof. Dr. Thomas Wilhelm, Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Max-von-Laue-Str. 1, 60438 Frankfurt am Main, [wilhelm@physik.uni-frankfurt.de](mailto:wilhelm@physik.uni-frankfurt.de), [www.thomas-wilhelm.net](http://www.thomas-wilhelm.net)

StRef Fabian Zimmermann, Ohm-Gymnasium Erlangen, Am Röthelheim 6, 91052 Erlangen, [zimmermann\\_fa@googlemail.com](mailto:zimmermann_fa@googlemail.com)

# Gehen und Laufen im Physikunterricht

M. Weidt u. Th. Wilhelm

## 1 Fortbewegung im Alltag und Sport

Zur Interessensförderung der Schüler und besonders auch der Schülerinnen am Fach Physik wurde immer wieder gefordert, im Unterricht stärker an den Alltagserfahrungen von Schülern anzuknüpfen und einen Bezug zum menschlichen Körper herzustellen [1]. Durch das Behandeln von alltäglichen Bewegungen, wie z. B. Gehen, Laufen, einfachen Sprüngen oder ähnlichen Fortbewegungsarten, kann diesen Forderungen Rechnung getragen werden [2]. Außerdem kann man hierbei leicht fä-

cherübergreifend mit Bezug auf Biologie und Sport unterrichten. Gerade das Laufen ist Teil vieler Sportarten. Fragen zum Aufbau des menschlichen Körpers, zur Funktionsweise und Energiebereitstellung der Muskulatur, zur Gestaltung des „richtigen“ Laufstils sowie zu den Grenzen der menschlichen Leistungsfähigkeit ergeben sich aus der Themenstellung.

Auch Fußball ist ein Laufspiel. Bei der kommenden Fußball-WM wird ein Spieler im Durchschnitt pro Spiel zwischen zehn und elf Kilometern zurücklegen. Dabei

wechselt der Spieler immer wieder zwischen Gehen, langsamem Laufen, das man auch Joggen nennt, und schnellem Laufen, das man auch Sprinten nennt. Beim Gehen ist immer ein Fuß in Kontakt mit dem Boden, während beim Laufen beide Füße über eine bestimmte Zeitspanne in der Luft sind. Im Internet kann man zu jedem Fußball-Bundesligaspiel von jedem einzelnen Spieler die gesamte Laufdistanz, die Anzahl der Sprints, die Anzahl intensiver Läufe u.v.m abrufen [3]. Im Trainingslager kann von einem Bundesligaspieler ein