

JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

FAKULTÄT FÜR PHYSIK UND ASTRONOMIE

LEHRSTUHL FÜR PHYSIK UND IHRE DIDAKTIK

# Neue Möglichkeiten durch Funksensoren

Schriftliche Hausarbeit  
zur ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien

eingereicht von

STEFAN SCHELER

März 2009

Betreuer:

AR DR. THOMAS WILHELM

Prüfer:

PROF. DR. THOMAS TREFZGER

# Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung .....	1
2. Messwerterfassung im Physikunterricht .....	2
2.1 Das Experiment .....	2
2.2 Computergestützte Messwerterfassung .....	4
2.3 Versuchsgeräte aus Schülersicht .....	5
3. Die Sensoren.....	6
3.1 Sensoren als Black Box .....	7
3.2 Beschleunigungssensoren.....	8
3.2.1 Piezoelektrische Beschleunigungsmessung .....	9
3.2.2 Piezoresistive Beschleunigungsmessung .....	9
3.2.3 Kapazitive Beschleunigungsmessung .....	10
3.2.4 Ein Modell zur kapazitiven Beschleunigungsmessung .....	13
3.2.5 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco .....	16
3.3 Temperatursensoren .....	17
3.3.1 Widerstände als Temperatursensoren.....	17
3.3.2 Thermoelemente .....	17
3.3.3 Dioden als Temperatursensoren .....	18
3.3.4 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco .....	18
3.4 Kraftsensoren.....	19
3.4.1 Kraftmessung mit Dehnungsmessstreifen .....	20
3.4.2 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco .....	20
3.5 Die Software .....	22
3.5.1 measure.....	22
3.5.2 DataStudio .....	24
4. Experimente.....	27
4.1 Vorteile der Funksensoren.....	27
4.2 Experimente mit dem Beschleunigungssensor.....	28
4.2.1 Eindimensionale Verschiebung.....	29
4.2.2 Eindimensionale gleichförmige Beschleunigung .....	31

4.2.3 Erfassen von Gleitreibung durch Beschleunigungsmessung.....	33
4.2.4 Erfassen von Rollreibung durch Beschleunigungsmessung.....	34
4.2.5 Der freie Fall .....	36
4.2.6 Bestimmung der Erdbeschleunigung aus der Fallzeit .....	38
4.2.7 Ein Fallschirmsprung .....	40
4.2.8 Radialbeschleunigung bei Kreisbewegungen.....	45
4.2.9 Harmonische und anharmonische Stabschwingung .....	48
4.2.10 Das dritte newtonsche Gesetz.....	56
4.2.11 Beschleunigungen beim (Modell-)Autofahren.....	59
4.2.12 Bewegungen aus dem Alltag - Gehen, Laufen, Fahrradfahren .....	62
4.3 Experimente mit Temperatur- und Kraftsensor.....	67
4.3.1 Kraftsensor: Einflussgrößen der Zentripetalkraft.....	67
4.3.2 Temperatursensor: Unterkühltes Wasser – Tripelpunkt von Wasser .....	69
4.3.3 Der Mpemba-Effekt .....	72
4.4 Parallelexperimente mit Funksensoren .....	77
5. Gegenüberstellung der Systeme von Pasco und Phywe.....	79
6. Zusammenfassung .....	81
Literaturverzeichnis.....	82
Danksagung .....	86

## 1. Einleitung

Zu den neuesten Entwicklungen der computergestützten Messwerterfassung gehört die Funkübertragung der Daten zwischen Sensor und Computer. Durch die modularen Systeme *Cobra4* von *Phywe* und *PASPORT* von *Pasco* können verschiedene Funksensoren direkt im Unterricht eingesetzt werden. In dieser Arbeit wird der Frage nachgegangen, ob und wie solche Funksensoren gewinnbringend im Physikunterricht eingesetzt werden können. Neben der Vorstellung der Sensoren und der Messwerterfassungssoftware werden vor allem die didaktisch-methodischen Möglichkeiten der Funksensoren anhand verschiedener Experimente aufgezeigt. Hierzu zählen Versuche, die kabelgebunden nur schwierig durchzuführen sind, aber auch neue Experimente, welche erst durch kabellose Sensoren ermöglicht werden.

Die Zielgruppe dieser Arbeit sind Lehrer, Referendare und Lehramtsstudierende. Sie sollen durch diese Arbeit den Nutzen kabelloser Messungen für ihren Unterricht abschätzen können und durch die Darstellung der Experimente soll eine Sammlung leicht nachvollziehbarer Versuchseinheiten aufgebaut werden.

Die Arbeit beginnt mit einer kurzen, allgemeinen Zusammenfassung zu Experimenten im Physikunterricht sowie einer Darstellung der Sensoren und ihrer Funktionsweisen. Im Hauptkapitel werden Vorteile beschrieben, welche sich durch die Verwendung der Funkübertragung ergeben. Danach werden verschiedene Versuche vorgestellt, die diese Vorteile ausnutzen. Durch die kabellose Messwerterfassung ergeben sich neue Möglichkeiten vor allem in der Mechanik und der Aufbau vieler Versuche vereinfacht sich. Zu jedem Experiment werden die Vorteile der Funksensoren erläutert. Abschließend werden die Systeme von *Phywe* und *Pasco* gegenübergestellt und ein Resümee gezogen.

Zur besseren Lesbarkeit werden Begriffe wie Schüler, Lehrer etc. geschlechtsneutral verwendet. Selbstverständlich sind damit immer Schüler und Schülerinnen, Lehrer und Lehrerinnen usw. gemeint. Alle Abbildungen sind, soweit sie nicht anders gekennzeichnet sind, selbst erstellt.

## 2. Messwerterfassung im Physikunterricht

### 2.1 Das Experiment

Experimente gehören im Allgemeinen zu den wichtigsten Medien im Physikunterricht. Es bestehen „keinerlei Zweifel über die grundlegenden Anreize von Experimenten [...] und ihre Bedeutung für das Verständnis naturwissenschaftlicher Phänomene“ (Miericke et al., 2006, S. 68).

Als „Experiment“ wird in dieser Arbeit ein kontrolliertes, zweckbestimmtes Verfahren bezeichnet, das objektiv und wiederholbar der Erkenntnisgewinnung dient. Dabei sind auch einfache Experimente eingeschlossen, bei denen die Schüler lediglich ein Phänomen beobachten. Der Begriff „Versuch“ wird im Folgenden in Anlehnung an KIRCHER synonym verwendet (Kircher et al., 2007, S. 231).

Experimente erfüllen eine große Anzahl an didaktischen Funktionen und dienen unter anderem zur Motivierung, Erarbeitung, Übung und Wiederholung oder als Anwendung eines physikalischen Sachverhaltes. Sie werden häufig eingesetzt, um eine Problemsituation zu schaffen und die Aktivität der Schüler zu erhöhen. Außerdem können sie Phänomene aus Natur und Technik veranschaulichen und vereinfachen, indem sie störende Einflüsse verringern oder sogar ausblenden.

WILKE betont darüber hinaus ihre erkenntnistheoretische Bedeutung und ihren Beitrag zur Persönlichkeitsentwicklung der Schüler (Wilke, 1993a, S. 4–7). Als Quelle der Erkenntnis nimmt das Experiment in der theoriegeleiteten Erfahrungswissenschaft Physik eine zentrale Rolle ein, die sich entsprechend auf den Unterricht überträgt. Viele physikalische Gesetzmäßigkeiten lassen sich durch einfache Experimente ableiten, wobei aber zu dieser fachlichen Dimension auch immer das Aufzeigen der Geltungsbereiche physikalischer Aussagen gehören sollte. Durch solche Versuche wird die Physik betont als Erfahrungswissenschaft dargestellt, denn im „Experiment wirkt nicht primär der Lehrer, sondern die Sache selbst überzeugend auf die Schüler ein“ (Wilke, 1993a, S. 5).

Über die Ableitung von Gesetzen hinaus können die Schüler durch geeignete Versuche lernen, eigene Hypothesen zu entwickeln und diese systematisch zu überprüfen. Experimente vermitteln somit grundlegende fachliche Fähigkeiten und Methodenwissen.

Abbildung 1 zeigt einen Überblick über Funktionen von Schulversuchen. Um den Nutzen von Experimenten abzuschätzen, sollte man sich ihrer vielfältigen Einsatzmöglichkeiten bewusst sein. Aussagen über den Nutzen oder die Wirksamkeit von Experimenten sind immer nur im Bezug zu den Zielstellungen möglich, die durch sie erreicht werden sollen. Eine mehrteiligere Übersicht findet man bei WILKE (1993a, S. 4) oder KIRCHER et al. (2007, S. 232).



**Abbildung 1:** Funktionen von Experimenten im Physikunterricht

Zur Förderung der „theoretischen Durchdringung“ von Demonstrations- und Schülerexperimenten nennt der MNU e.V.<sup>1</sup> verschiedene Schüleraktivitäten (Heber, 2001, S. 14). Dazu gehören

- die Formulierung von Vorhersagen vor der Durchführung des Experiments,
- die Interpretation von Zwischenergebnissen während des Experiments und
- die anschließende kritische Einschätzung der ermittelten Daten durch einfache Fehlerbetrachtungen.

Außerdem stellt er fest, dass in der „Weiterentwicklung der Experimentierkultur [...] ein Schlüssel zur Verbesserung des Physikunterrichts“ liegt, und fordert dafür größere Freiräume in den Lehrplänen (Heber, 2001, S. 14).

Insgesamt wird deutlich, dass Experimente eine wichtige Methode und ein wichtiges Medium für den Physikunterricht darstellen. Sie sind ein wichtiges Bindeglied zwischen physikalischer Theorie und der Realität der Schüler, dadurch bilden sie eine wichtige Grundlage, um aus theoretischem Wissen konkrete Schlüsse für die reale Umwelt zu ziehen. „Gerade auf Schulniveau können (und müssen) Experimente das physikalische Wissen konkretisieren“ (Kircher et al., 2007, S. 231).

Die Funksensoren, die in dieser Arbeit behandelt werden, stellen eine Weiterentwicklung der momentanen Experimentiergeräte dar. Durch sie ist es möglich die Durchführung von Experimenten zu vereinfachen, wodurch auch die Vorbereitungszeit für den Lehrer sinken kann. Darüber hinaus wird es einfacher, Vorgänge aus der Umwelt der Schüler quantitativ zu erfassen.

<sup>1</sup> Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.

sen, um so den von der MNU-Lehrplantagung geforderten „Lebensweltbezug“ bei der Auswahl und Gestaltung von Experimenten herzustellen (Heber 2001, S. 14).

## 2.2 Computergestützte Messwerterfassung

Im Zuge der technischen Entwicklungen haben sich auch die Versuchsmöglichkeiten im Physikunterricht verändert. Dazu zählen vor allem Schnittstellen, die es erlauben tatsächliche physikalische Größen eines Vorgangs an einen Computer zu übertragen. Solche Messwerterfassungssysteme sind in Wissenschaft und Technik schon lange Standard. Sie gehören auch zu einer modernen Experimentierkultur im Physikunterricht und Lehrpläne sollten zu deren Einsatz auffordern (Heber, 2001, S. 14).

Bei der neusten Generation dieser Schnittstellen werden die Messdaten per Funk an den Computer übermittelt. Für sie gelten zunächst die gleichen Vor- und Nachteile wie für die herkömmliche computergestützte Messwerterfassung.

Zu den Vorteilen zählen:

- Die Aufnahme und geeignete Darstellung schneller Vorgänge (Stöße, Einschalt- bzw. Einschwingvorgänge) und Prozesse von langer Dauer (Temperaturverläufe, radioaktiver Zerfall) werden möglich.
- Die schnelle Aufzeichnung der Messwerte ermöglicht wesentlich größere Messreihen als bei konventionellen Messungen und verkürzt die für das Experiment benötigte Unterrichtszeit. Varianten können so schnell ergänzend durchgeführt werden.
- Der Unterricht wird von langweiligen Routinearbeiten wie Diagramme zeichnen entlastet, da die erfassten Daten leicht weiterverarbeitet werden können, wodurch mehrere Auswertemethoden möglich sind oder sich die Auswertezeit verkürzt.
- Es sind neue Darstellungsweisen wie Animationen oder dynamisch ikonische Repräsentationen der Messwerte möglich.
- Durch den Einsatz moderner Messwerterfassungssysteme erfahren die Schüler eine aktuelle Arbeitsmethode der Physik.

Trotz dieser Vorteile sind einige Nachteile zu beachten, die bei einer computergestützten Messwerterfassung auftreten können.

- Durch die schnelle, teils automatisierte Auswertung besteht die Gefahr, dass Schüler den Überblick verlieren und nicht nachvollziehen können, was aus welchem Grund gemacht wurde. Um dem entgegenzuwirken, können die Schüler exemplarisch Schritte der Auswertung manuell durchführen. Durch dieses Auswerten „von Hand“ bekommen die Schüler eine Vorstellung davon, was der Computer durchführt.
- Das schnelle Erstellen unterschiedlicher Graphen erschwert die ohnehin nicht einfache Interpretation der Diagramme.
- Schüler sollen im Physikunterricht lernen, selbst Tabellen und Diagramme anzulegen.

- Die Faszination für die neue Technik, die eigentlich motivierend wirken soll (siehe hierzu Kapitel 2.3), kann zu stark in den Mittelpunkt rücken, und vom eigentlichen Ziel, dem physikalischen Erkenntnisgewinn, ablenken.
- Die obigen Punkte können dazu führen, dass sich das Leistungsgefälle in der Lerngruppe sogar vergrößert.

Diese Punkte gelten insbesondere auch für die Messwertaufnahme mit Funksensoren und sind bei der Planung und Durchführung der Experimente zu berücksichtigen.

## 2.3 Versuchsgeräte aus Schülersicht

In einer empirischen Untersuchung stellte BEHRENDT fest, dass die Mehrzahl der befragten Schüler keine Angst vor kompliziert aussehenden, fremden Geräten äußerten. Sie zeigten sich im Gegenteil dadurch eher motiviert (Behrendt, 1995, S. 10). In der Studie wurde untersucht, ob Schüler überwiegend Alltagsgeräte oder Laborgeräte bevorzugen. Das Ergebnis war, dass sich „entgegen oft vermuteter Vorurteile deutlich mehr Schüler finden, die sich überwiegend für Laborgeräte interessieren, als solche, die ihr Interesse vorwiegend Alltagsgeräten zuwenden“ (Willer, 2003, S. 286). Als Begründung wurde häufig genannt, dass das Neue an den Geräten eher motiviert als das Bekannte. Alltagsgeräte wurden dagegen häufig als unangemessen für den Schulunterricht empfunden (Behrendt, 1995, S. 10).

Relativierend muss hierzu angemerkt werden, dass einige Schüler überhaupt kein Interesse am Experimentieren zeigen. Nach einer von SCHECKER durchgeführten Befragung interessieren sich viele Schüler nur oder vorwiegend für die Ergebnisse der Physik. Der Prozess ihres Zustandekommens, ihre Begründung aus empirischer Erfahrung interessieren weitaus weniger (Willer, 2003, S. 287).

Vor dem Hintergrund der Untersuchung von BEHRENDT sind auch die hier behandelten Funksensoren geeignet, um Interesse für entsprechende Experimente aus dem Physikunterricht zu wecken. Als neuartige Messgeräte sind sie in der Lage, Schüler von sich aus zu motivieren.



### 3. Die Sensoren

Technische Sensoren begegnen uns überall, sowohl in der Industrie zur Kontrolle und Steuerung von Maschinen, als auch im Alltag. Abstandssensoren sind zum Beispiel die Grundlage von Einparkhilfen und automatischen Türöffnern, Beschleunigungssensoren steuern Airbags und Temperatursensoren kontrollieren Kühlschrank und Elektroherd. Die Einsatzgebiete von Sensoren sind sehr vielfältig und deshalb können Sensoren auch als technische Anwendungen im Physikunterricht thematisiert werden. Diese Arbeit soll sich aber vor allem mit den neuen Möglichkeiten durch die Funkübertragung befassen. Daher sei an dieser Stelle nur kurz auf *Naturwissenschaften im Unterricht - Physik, Heft 91, 2006* verwiesen, welches sich mit Sensoren im Unterricht beschäftigt.

Leider wird der Begriff Sensor nicht einheitlich verwendet. Teilweise bezeichnet er nur das Sensorelement und teilweise werden auch elektronische Schaltungen zur Auswertung und Weiterverarbeitung mit eingeschlossen. GIRWIDZ definiert hierzu: „Ein Sensorelement [...] erfasst physikalische oder chemische Größen und erzeugt ein eindeutiges, meist elektrisch auswertbares Signal für die weitere Verarbeitung“ (Girwidz, 2006, S. 4). Da es durch die Verwendung von integrierten Schaltkreisen sehr schwierig ist, zwischen Sensorelementen und Funktionsteilen zur Fehlerkontrolle oder Signalumformung zu unterscheiden, wird im Folgenden als Sensor das komplette Anwendungssystem bezeichnet.

Die Experimente in dieser Arbeit wurden mit Sensoren von *Pasco* und *Phywe* durchgeführt. Die jeweiligen Sensoren beider Lehrmittelfirmen werden über zusätzliche Schnittstellen mit dem Computer verbunden. Die beiden Systeme sind in dem Sinne modular, dass sich die verschiedenen Sensoreinheiten mit unterschiedlichen Schnittstellen kombinieren lassen. Der gleiche Sensor kann also sowohl kabelgebunden, als auch kabellos benutzt werden. Die Verbindung per Kabel funktioniert jeweils über einen USB-Anschluss, der die Sensoren auch mit der nötigen Spannung versorgt.



**Abbildung 2:**  
*AirLink* von  
*Pasco*

In der Realisierung der Funkverbindung unterscheiden sich die beiden Systeme. *Pasco* benutzt hierzu Bluetooth, was den Vorteil hat, dass eventuell vorhandene Bluetooth-Schnittstellen genutzt werden können. Ein wesentlicher Nachteil davon ist aber, dass nicht mehrere Sensoren gleichzeitig verwendet werden können. Damit sind nur Experimente möglich, bei denen lediglich eine Größe kabellos erfasst werden soll. Abbildung 2 zeigt den Funksender *AirLink* von *Pasco*, der an die entsprechenden Sensoren angesteckt wird. Bevor ein Sensor kabellos verwendet werden kann, muss zunächst die Bluetooth-Verbindung zwischen Computer und *AirLink* hergestellt werden. Als Spannungsquelle dient ein fest eingebauter Akku.



**Abbildung 3:** Wireless-Link von Phywe

Der *Wireless-Link* (Abbildung 3) von *Phywe* benutzt eine Übertragungstechnik, mit der bis zu 99 Sensoren gleichzeitig betrieben werden können.

Dabei übernimmt der PC mit dem *Wireless Manager* (Abbildung 4) die Verwaltung der Sensoren, sodass darüber hinaus auch voneinander unabhängige Netzwerke eingerichtet werden können. Als Spannungsquelle für die Sensoren und die Funkübertragung dienen hier zwei Mignonzellen (AA).



**Abbildung 4:** Wireless Manager

### 3.1 Sensoren als Black Box

Es ist eine alte Forderung, bei Experimenten im Unterricht keine Geräte zu verwenden, deren Funktionsweise die Schüler nicht kennen. Eine „Black Box“ in diesem Sinn ist „[...] ein Gerät, dessen Innenleben dem Schüler (evtl. auch dem Lehrer) unbekannt ist, so daß er die Entstehung der Meßresultate aus dem Experiment nicht lückenlos nachvollziehen kann“ (Dirks, 1987, S. 2).

Zu den modernen Arbeitsweisen der Physik gehört inzwischen der Umgang mit Apparaten, deren Innenleben selbst die Forscher nicht mehr genau kennen. Schüler benutzen in ihrem alltäglichen Leben sogar eine Vielzahl von Geräten, von denen nur die äußere Funktion bekannt ist. Daher wird auch in der Physikdidaktik die Benutzung „schwarzer Kästen“ zum Teil als unbedenklich eingestuft (Töpfer et al., 1979, S. 302). DIRKS stellt sogar die Vermutung auf, dass schwer zu durchschauende Geräte nicht mehr als Black Box betrachtet werden, sobald ein gewisser Gewöhnungsprozess abgeschlossen ist. Er führt als Beispiel die Influenzmaschine nach Wimshurst an, deren Funktionsweise viel komplexer ist, als sie häufig dargestellt wird (Dirks, 1987, S. 2–3). Ein weiteres Beispiel ist die Verwendung von digitalen Multimetern im Physikunterricht, deren Funktionsweise nicht immer thematisiert wird, da der Anforderungsgrad nicht im Verhältnis zur untersuchten Physik steht.

Hier zeigt sich die Grundproblematik, dass die meisten modernen Geräte, die im Physikunterricht eingesetzt werden, streng genommen die obige Definition einer Black Box erfüllen. Dieses Problem wird bei einigen der hier behandelten Sensoren besonders deutlich, da zunächst auch das Messprinzip unbekannt ist. Wichtig bleibt die grundlegende Forderung, dass die Schüler den Zweck der einzelnen Komponenten eines Experiments erkannt und verstanden haben sollen. Ob und auf welcher Stufe sie deren Funktionsweise kennen müssen, ist abhängig von der konkreten Lernsituation und in der Regel eine subjektive Entscheidung des jeweiligen Lehrers.

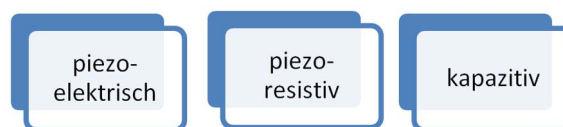
Als eine Art Fazit formuliert DIRKS: „Entscheidend ist nicht die Transparenz, sondern die Akzeptanz durch die Schüler, die ja dem Ergebnis des Versuchs Glauben schenken sollen“ (Dirks, 1987, S. 3).

Im nächsten Teil werden die Grundlagen einiger Sensoren vorgestellt, so dass deren Funktionsweise im Unterricht plausibel gemacht werden kann und dadurch eventuell auch ihr Einsatz als Black Box akzeptabel wird.

## 3.2 Beschleunigungssensoren

Beschleunigungssensoren sind in der Technik aber auch im Alltag weit verbreitet. Das wohl bekannteste Beispiel ist der Sensor, der das Auslösen eines Airbags steuert. Es gibt aber viele weitere Anwendungen, zum Beispiel zur Lagemessung in statischen Systemen, zur Vermeidung von Beschädigungen der Festplatte bei harten Stößen (Head-Crash) oder zur Steuerung moderner Videospiele. Sogar in Mobiltelefonen und MP3-Playern werden bereits Beschleunigungssensoren verbaut und eindrucksvoll genutzt. Durch diese zunehmende Verbreitung ist die Funktionsweise der Beschleunigungsmessung auch von prinzipiellem Interesse im Physikunterricht.

Die weiteste Verbreitung haben seismische Beschleunigungssensoren (engl. accelerometer) gefunden (Gevatter et al., 2006, S. 129). Das ihnen zugrundeliegende Prinzip beruht darauf, dass aus objektiver Sicht eines ruhenden Beobachters auf eine beschleunigte Probemasse gemäß newtonschen Gesetz eine Kraft  $\vec{F}_B = m \cdot \vec{a}$  wirkt. Diese seismische Masse ist beweglich gelagert und wird aus der subjektiven Sicht des bewegten Sensors durch die Trägheitskraft  $-\vec{F}_B$  ausgelenkt. Ein Beschleunigungssensor wandelt diese Auslenkung in ein elektrisches Signal um, wofür unterschiedliche physikalische Prinzipien ausgenutzt werden. Moderne technische Sensoren lassen sich hinsichtlich ihres Messprinzips im Wesentlichen einteilen in:



Die beiden für diese Arbeit verwendeten Sensoren benutzen die kapazitive Messmethode, deshalb widmet sich dieses Kapitel hauptsächlich diesem Prinzip der Beschleunigungsmessung. Im Allgemeinen ist diese Methode in modernen Anwendungen häufiger zu finden, da sie sich zur besonders fehlerarmen Messung bewährt hat (Bauer 2003, S. 124). Die Prinzipien piezoelektrischer und piezoresistiver Beschleunigungssensoren werden nur kurz zur Vollständigkeit vorgestellt.

### 3.2.1 Piezoelektrische Beschleunigungsmessung

Bei einem piezoelektrischen Sensor wirkt aufgrund der Beschleunigung eine Kraft auf ein vorgespanntes piezoelektrisches Material. Durch eine elastische Verformung findet eine Ladungsverschiebung statt, die proportional zu der auf das Material wirkenden Kraft ist. Typische piezoelektrische Materialien sind Einkristalle wie Quarz ( $\text{SiO}_2$ ) oder Turmalin, aber vielfach auch ferroelektrische keramische Werkstoffe wie Bleizirkonattitanat oder Wismuttitanat (Gevatter et al., 2006, S. 135). Alle piezoelektrischen Beschleunigungssensoren haben den Vorteil, dass sie aktive Sensoren sind und daher keine Versorgungsspannung benötigen. Allerdings muss das Messsignal in der Regel durch einen Ladungsverstärker aufbereitet werden. Nachteilig ist, dass piezoelektrische Sensoren nicht geeignet sind für statische Beschleunigungsmessungen oder für Messungen mit Frequenzen nahe null (Gevatter et al., 2006, S. 136). Man unterscheidet im Allgemeinen zwischen Sensorelementen, bei denen die seismische Masse eine Druckkraft oder eine Scherkraft auf das piezoelektrische Material ausübt. Eine dritte Bauart benutzt piezokeramische Biegebalken, welche gleichzeitig piezoelektrisches Material und seismische Masse darstellen können und durch die wirkende Kraft verbogen werden. Eine detaillierte Darstellung des piezoelektrischen Effekts und der Ladungsverstärkung findet man bei GEBNER (1987, S. 14-20).

### 3.2.2 Piezoresistive Beschleunigungsmessung

Piezoresistive Beschleunigungssensoren enthalten ein Feder-Masse-System, das durch die Beschleunigung ausgelenkt wird. Diese Auslenkung verursacht eine Dehnung des damit verbundenen piezoresistiven Elements, die als Änderung des elektrischen Widerstands gemessen werden kann. Bei diesen piezoresistiven Dehnungsmesselementen handelt es sich um Halbleiterwiderstände, die ihren Widerstand proportional zur mechanischen Dehnung ändern. Ihre Widerstandsänderung bezogen auf die Längenänderung ist um ein Vielfaches größer als bei typischen Dehnungsmessstreifen aus Metall (Gevatter et al., 2006, S. 137). Die Änderung des elektrischen Widerstands wird mittels einer wheatstoneschen Brückenschaltung ausgewertet. Nachteil dieser Methode ist eine größere Temperaturabhängigkeit, die aber durch eine geeignete Paarung der Dehnungsmesselemente verringert werden kann. Ein Vorteil gegenüber piezoelektrischen Sensoren liegt darin, dass auch statische Kräfte auf das Feder-Masse-System gemessen werden können.

Mit piezoresistiven Sensoren können Beschleunigungen bis  $\pm 150 g$  gemessen werden.<sup>2</sup> Der Frequenzbereich von Beschleunigungssensoren ist vor allem für die Messungen von schnellen Schwingungen und Vibrationen interessant und geht bei piezoresistiven Systemen bis 500 Hz. Piezoelektrischen Sensoren können zum Vergleich für Frequenzen bis 10 kHz genutzt werden (Schmidt, 2002, S. 129).

---

<sup>2</sup> In Einheiten der Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

### 3.2.3 Kapazitive Beschleunigungsmessung

Kapazitive Beschleunigungssensoren haben einen typischen Messbereich bis  $\pm 50\text{ g}$  und können mittlerweile als Low-Cost-Bauelemente gefertigt werden (Schmidt, 2002, S. 119). Der inzwischen geringe Preis ist mit für die große Verbreitung kapazitiver Sensoren verantwortlich. Die physikalische Grundlage, dass die Kapazität eines Kondensators vom Abstand der Elektroden abhängt, ist im Unterschied zum piezoelektrischen Effekt fester Teil des Physikunterrichts.

Kapazitive Beschleunigungssensoren sind zunächst ähnlich aufgebaut wie piezoresistive Sensoren. Eine seismische Masse ist an dünnen, als Feder wirkenden Trägern angebracht. Die Auslenkung der Masse führt zu einer Änderung der Kapazität dieser Anordnung, die ausgewertet werden kann. Die bewegliche seismische Masse dient hierbei als eine Kondensatorelektrode und eine zweite Elektrode ist fest mit dem Gehäuse verbunden. Erfährt diese Anordnung eine Beschleunigung, so ändert sich deshalb der Abstand zwischen den Kondensatorelektroden und damit die Kapazität  $C$  des Kondensators. Für einen Plattenkondensator mit einer Fläche  $A$  gilt beispielsweise  $C = \epsilon \cdot A/d$  für den Plattenabstand  $d$ . Betrachtet man die Aufhängung der beweglichen Elektrode für kleine Auslenkungen als Feder mit Federkonstante  $k$ , so ist die Änderung des Plattenabstands  $\Delta d = |\vec{F}|/k = m/k \cdot |\vec{a}|$  proportional zur Beschleunigung. Der Kapazitätsunterschied

$$\Delta C = C_1 - C_0 = \frac{\epsilon A}{d - \Delta d} - \frac{\epsilon A}{d + \Delta d} = \frac{2\epsilon A \cdot \Delta d}{d^2 - (\Delta d)^2}$$

ist jedoch nicht linear in  $\Delta d$ . Zur Linearisierung und zur Kompensation von Temperatureinflüssen werden in der Praxis häufig Differentialkondensatoren verwendet (Schmidt, 2002, S. 122). Abbildung 5 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines solchen Differentialkondensators mit Biegebalken als Federelement. Die seismische Masse ist gleichzeitig die Mittelelektrode eines Dreiplatten-Kondensators.

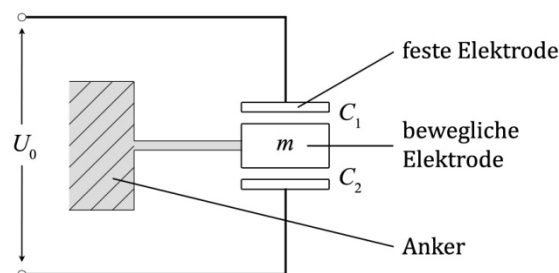
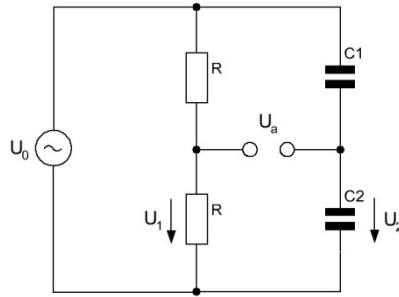


Abbildung 5: Prinzip eines Differentialkondensators in einem Beschleunigungssensor

Verschiebt sich die seismische Masse um  $\Delta d$  aus der Mittelstellung  $d_0$ , dann ändern sich die beiden Kapazitäten  $C_1, C_2$  symmetrisch um  $\pm \Delta C$ . Diese gegensinnige Kapazitätsvariation wird durch eine Brückenschaltung, wie sie in Abbildung 6 dargestellt ist, ausgewertet.



**Abbildung 6:** Schaltung zum Auswerten eines Differentialkondensators

Wird an diese Schaltung eine Wechselspannung  $U_0$  angelegt, dann fließt in der linken Masche der Strom  $I_1 = U_0/(2R)$  und für den Spannungsabfall  $U_1$  an einem ohmschen Widerstand gilt daher  $U_1 = R \cdot I_1 = U_0 \cdot R/(R + R) = U_0/2$ .

In der rechten Masche gilt analog  $U_2 = U_0 \cdot Z_{C2}/(Z_{C1} + Z_{C2})$  für die komplexen Widerstände  $Z_C$  der Kondensatoren. Damit ergibt sich für die Ausgangsspannung

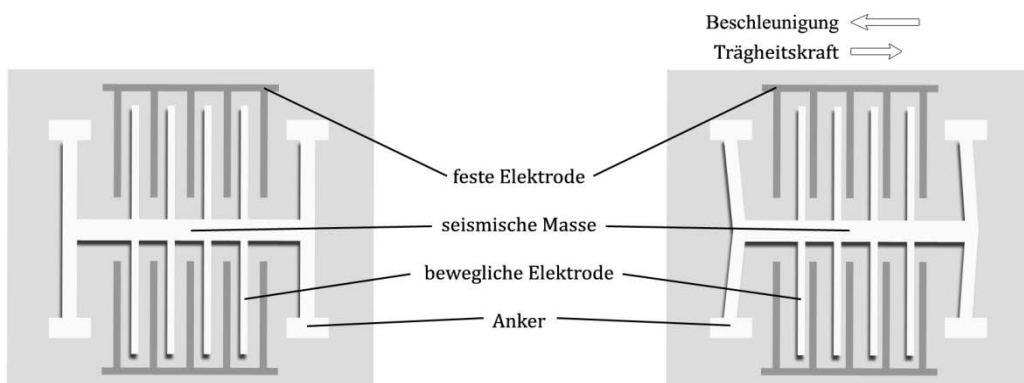
$$\begin{aligned} U_a = U_1 - U_2 &= \frac{U_0}{2} - U_0 \frac{1/i\omega C_2}{(1/i\omega C_1) + (1/i\omega C_2)} = U_0 \left( \frac{1}{2} - \frac{1/C_2}{(1/C_1) + (1/C_2)} \right) \\ &= U_0 \left( \frac{1}{2} - \frac{C_1}{C_2 + C_1} \right) = \frac{U_0}{2} \left( \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1} \right) \end{aligned}$$

und mit den Kapazitäten  $C_1 = \epsilon A/(d - \Delta d)$  und  $C_2 = \epsilon A/(d + \Delta d)$  folgt hieraus

$$U_a = \frac{U_0}{2} \left( \frac{1}{d + \Delta d} - \frac{1}{d - \Delta d} \right) \left( \frac{1}{d + \Delta d} + \frac{1}{d - \Delta d} \right)^{-1} = \frac{U_0}{2} \left( \frac{d - \Delta d - (d + \Delta d)}{d - \Delta d + d + \Delta d} \right) = - \frac{U_0}{2} \frac{\Delta d}{d}$$

Der Differentialkondensator liefert also eine Spannung, die proportional zur Auslenkung  $\Delta d$  und damit für kleine  $\Delta d$  proportional zur messenden Beschleunigung ist.

Um die Kapazität des Kondensators zu erhöhen, wird die Fläche der Elektroden vergrößert, indem sie kammförmig gestaltet werden. In Abbildung 7 ist der prinzipielle Aufbau eines solchen kapazitiven Beschleunigungssensors dargestellt.

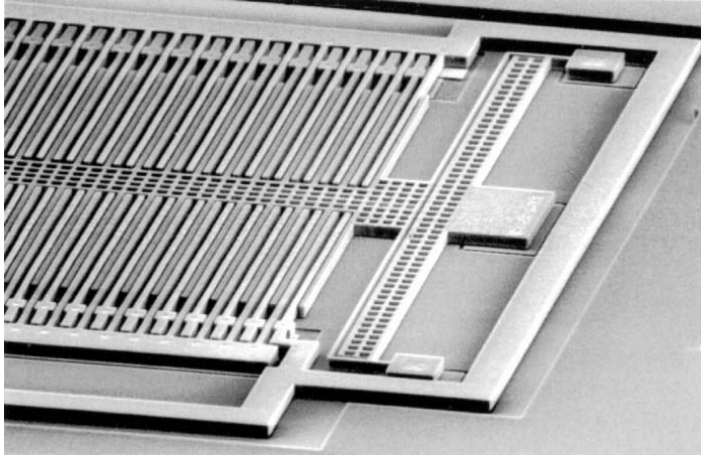


**Abbildung 7:** Prinzip eines kapazitiven Beschleunigungssensors

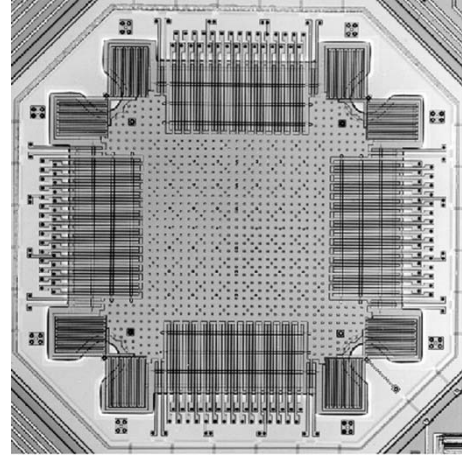
Moderne Sensorelemente sind mikromechanische Bauteile, das heißt von der Größe einiger  $100 \mu\text{m}$ , und werden unter Verwendung der vorhandenen Halbleitertechnologien gefertigt.



Dadurch können sie in großer Stückzahl kostengünstig hergestellt werden. Die Kapazitäten dieser Differentialkondensatoren liegen im Picofarad-Bereich und die Kapazitätsänderungen im Bereich einiger Femtofarad. Wegen dieser kleinen Kapazitäten ist es notwendig die Auswertelektronik auf dem Sensorchip zu integrieren (Schmidt, 2002, S. 123).



**Abbildung 8:** Eindimensionaler kapazitiver Beschleunigungssensor (Quelle: Robert Bosch GmbH)



**Abbildung 9:** Zweidimensionaler kapazitiver Beschleunigungssensor (Quelle: Weinberg, 1999, S. 23)

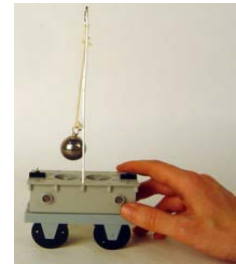
Solche - auch MEMS (Micro-Electro-Mechanical System) genannte - Strukturen werden durch verschiedene Ätztechniken auf einem Wafer aufgebracht. Ein Hohlraum, wie er unter der Mittelelektrode notwendig ist, wird erzeugt, indem man eine sogenannte Opferschicht verwendet. Auf diese wird eine weitere Siliziumschicht aufgetragen und anschließend die Opferschicht heraus geätzt. Abbildung 8 zeigt die Aufnahme eines so aufgebauten oberflächenmikromechanischen Beschleunigungssensors. Um zweidimensionale Beschleunigungen zu erfassen, können zwei Differentialkondensatoren orthogonal zueinander auf demselben Chip aufgebracht werden, siehe Abbildung 9.

Ein großer Vorteil kapazitiver Sensoren ist die Möglichkeit, mit den Kondensatoren eine elektrostatische Rückstellkraft zu erzeugen. Zwischen den elektrisch geladenen Platten eines Kondensators wirkt eine anziehende elektrostatische Kraft gemäß dem Gesetz von Coulomb. Um eine große Dämpfung der Bewegung der Probemasse zu erzielen, wird deshalb eine Kompensationsspannung an den Elektroden von  $C_1$  und  $C_2$  angelegt, die durch ein Rückkopplungssystem am Sensorausgang gesteuert wird. Die dadurch erzeugte Kraft führt bei geeigneter Dimensionierung zu einer Stabilisierung der Ruhelage des Differentialkondensators. Durch diese elektrische Regelschleife kann eine verbesserte Linearität über einen großen Beschleunigungsbereich erreicht werden.

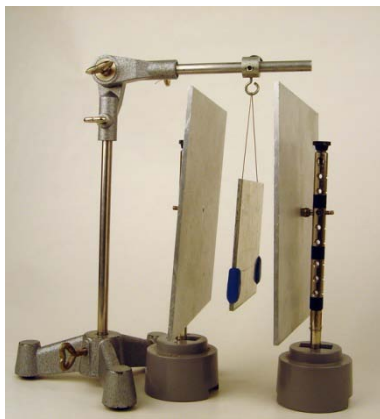
Da solche kapazitiven Beschleunigungssensoren eine hohe Empfindlichkeit und einen sehr guten Überlastschutz besitzen, werden sie eingesetzt, um Beschleunigungen geringer Amplitude zu messen, dabei aber hohe Störbeschleunigungen auftreten können (Gevatter et al., 2006, S. 138).

### 3.2.4 Ein Modell zur kapazitiven Beschleunigungsmessung

Ein Prinzip, das kapazitiven Beschleunigungssensoren zugrunde liegt, ist die Kraftwirkung auf eine beschleunigte Probemasse gemäß zweitem newtonschen Gesetz. Eine bewegliche seismische Masse wird aus der subjektiven Sicht des bewegten Sensors durch die Trägheit gegen die Beschleunigungsrichtung ausgelenkt. Eine solche Auslenkung einer Probemasse aufgrund einer Beschleunigung kann an einem einfachen Versuch mit einem Pendel verdeutlicht werden. Wird der Wagen mit Fadenpendel in Abbildung 10 beschleunigt, dann wirkt eine Kraft auf die kugelförmige Masse und sie wird aus Sicht des Wagens gegen seine Bewegungsrichtung ausgelenkt. Wie vom Fadenpendel bekannt, ist die Auslenkung in Kleinwinkel-näherung proportional zur Kraft (Grehn et al., 1998, S. 112).



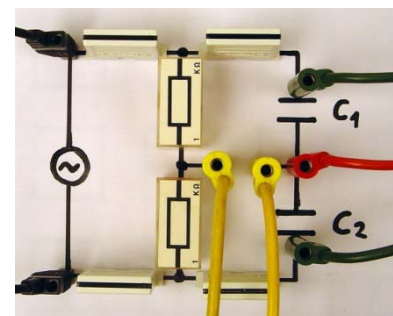
**Abbildung 10:** Eine beschleunigte Masse erfährt im Bezugssystem des Wagens eine Kraft



**Abbildung 11:** Modell eines Differentialkondensators

Ein kapazitiver Beschleunigungssensor wandelt diese Auslenkung in ein elektrisches Signal um. Die Grundlage, dass die Kapazität eines Kondensators vom Abstand der Platten abhängt, ist zwar Bestandteil des Physikunterrichts, aber die Funktionsweise eines Differentialkondensators kann quantitativ nur in der Sekundarstufe II behandelt werden. Durch die Verwendung eines einfachen Modellsensors kann die Wirkungsweise eines kapazitiven Beschleunigungssensors bereits in der Sekundarstufe I plausibel gemacht werden. Daher wurde im Rahmen dieser Zulassungsarbeit getestet, ob sich ein minimaler Aufbau wie in Abbildung 11 als Modell für einen solchen Beschleunigungssensor eignet. Der verwendete Differentialkondensator besteht aus zwei gängigen, großen Kondensatorplatten und einer beweglichen Platte in der Mitte. Um einen Kurzschluss des Kondensators beim Auslenken der mittleren Platte zu verhindern, wurden zwei Abstandshalter aus Knetmasse angebracht. Die Kapazität zwischen zwei benachbarten Platten beträgt ungefähr  $C_1 \approx C_2 \approx 30 \text{ pF}$  bei einem Abstand von rund 2 cm.

Trotz dieser kleinen Kapazität und den entsprechend kleinen Kapazitätsänderungen lassen sich Bewegungen der Mittelelektrode durch eine Messbrücke wie in Abbildung 12 auswerten. Wegen  $U_a = -U_0 \Delta d / (2d)$  ist die Spannung an der Brücke proportional zur Auslenkung  $\Delta d$  der Mittelplatte (siehe Seite 14). Der Differentialkondensator wandelt also zunächst nur eine Ortsänderung in ein proportionales Spannungssignal um. Durch Verschieben der gemeinsamen Elektrode per Hand aus der Mittelstellung zu den äußeren Platten



**Abbildung 12:** Messbrücke entsprechend dem Schaltplan aus Abbildung 6, für die Widerstände wurde  $R = 1 \text{ k}\Omega$  gewählt



lässt sich erkennen, wie die Spannung entsprechend ansteigt beziehungsweise abfällt. Abbildung 13 zeigt einen dabei gemessenen Spannungsverlauf für dieses Modell.

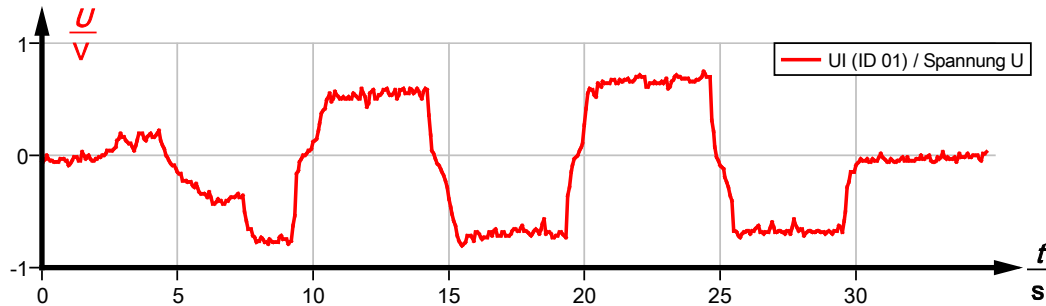


Abbildung 13: Spannungsverlauf beim Verschieben der Mittelelektrode mit der Hand

Die Plateaus entsprechen Positionen nahe den äußeren Platten. In der Mittelstellung ist die Ausgangsspannung  $U_a$  ungefähr null, da die beiden Kapazitäten dort fast gleich sind und die Brücke somit ausgeglichen ist. Für diese Messreihe wurde die Platte wie in Abbildung 14 mit der Hand ausgelenkt. Zum Messen der Ausgangsspannung ist aufgrund der empfindlichen Brückenschaltung ein Messgerät mit sehr hohem Innenwiderstand nötig. Eine direkte Messung mit einem Digitalmultimeter ist problemlos möglich. Zur Veranschaulichung des Spannungsverlaufs mit einem Drehspulinstrument muss jedoch ein Messverstärker verwendet werden, wobei keine effektive Verstärkung notwendig ist, sondern nur der Einfluss des Messgerätes auf die Schaltung verringert wird. Auch für die Messung mit dem Spannungs-Interface aus der *Cobra4*-Reihe wurde aus diesem Grund ein Messverstärker (ohne effektive Verstärkung) benutzt. An die Brücke wurde eine Wechselspannung von  $U_0 \approx 25 \text{ V}$  angelegt und bei maximaler Verschiebung eine Spannung  $U_{a,\max} \approx 1 \text{ V}$  gemessen.

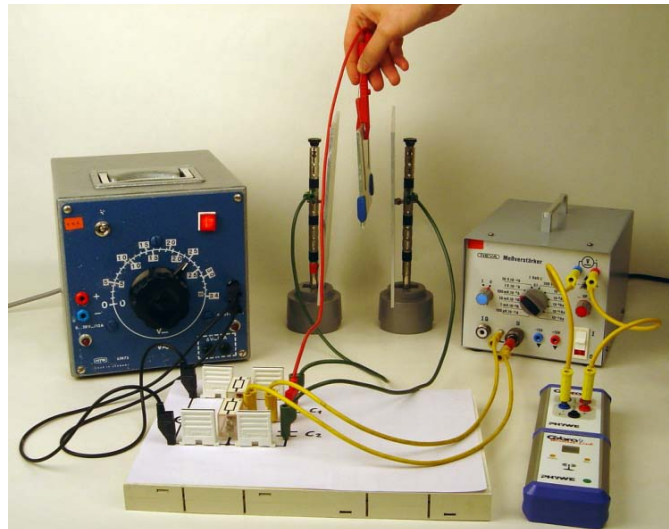
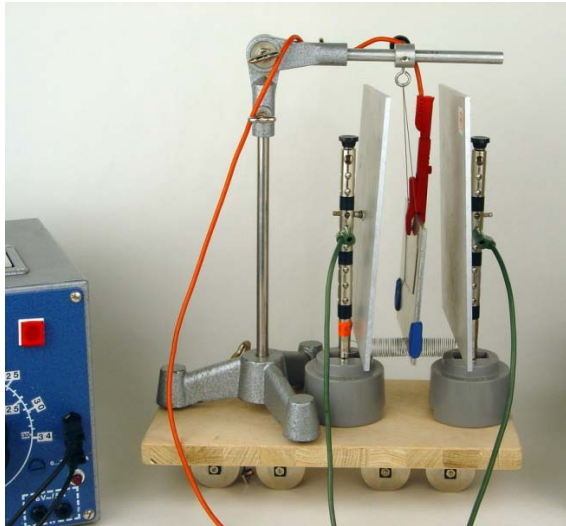


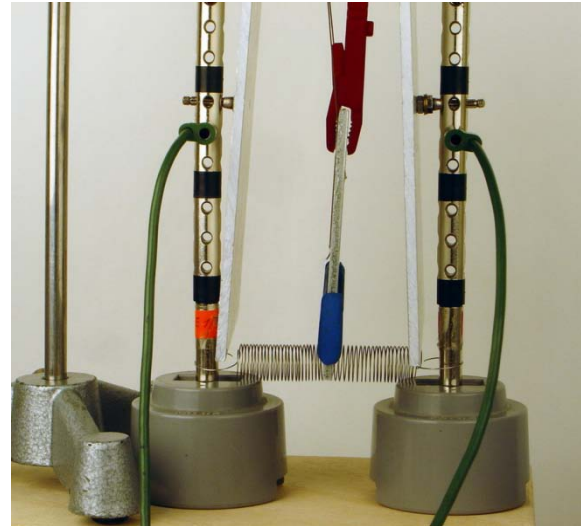
Abbildung 14: Aufbau für Messungen am Modell eines Differentialkondensators

Damit die Ortsmessung mit dem Differentialkondensator zur Messung einer Beschleunigung genutzt werden kann, muss die Auslenkung der Mittelelektrode ein geeignetes Maß für die Beschleunigung des Modells sein. Die Mittelelektrode dient als seismische Masse, die genau wie das Pendel in Abbildung 10 aus subjektiver Sicht des beschleunigten Bezugssystems durch die Trägheitskraft ausgelenkt wird. Die Auslenkung der mittleren Platte ist für kleine Winkel proportional zur Beschleunigung. In diesem Bereich ist also auch die Ausgangsspannung einer Brückenschaltung mit dem Differentialkondensator aus Abbildung 11 proportional zu dessen Beschleunigung.

In der Technik wird die Rückstellkraft, welche auf die seismische Masse wirkt, durch Feder-elemente erzeugt. Im hookeschen Bereich ist dann die Auslenkung ebenfalls proportional zur auslenkenden Kraft. Ein Vorteil der Verwendung einer Feder ist, dass die Funktionsweise des Modells besser einem realen kapazitiven Beschleunigungssensor entspricht. Außerdem kann auf die Beschränkung auf kleine Auslenkwinkel verzichtet werden. Praktisch lässt sich eine reine Federaufhängung für den Modellsensor nur äußerst schwer umsetzen, daher wurde ein Aufbau gemäß Abbildung 15 und 16 gewählt.

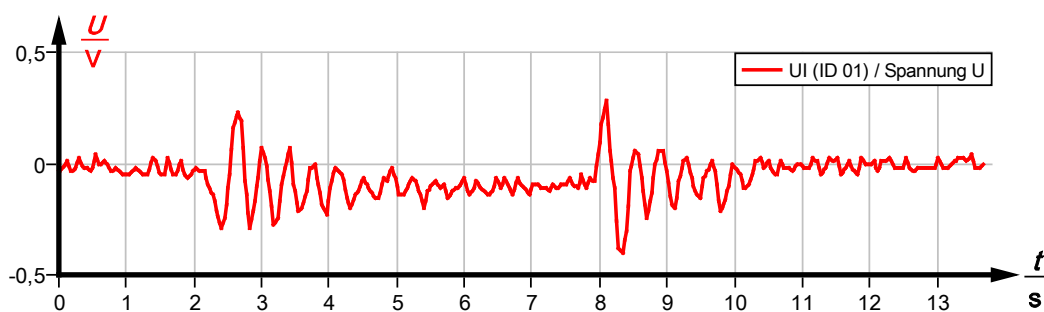


**Abbildung 15:** Modell eines kapazitiven Beschleunigungssensors



**Abbildung 16:** Eine Feder bewirkt, dass die Auslenkung proportional zur beschleunigenden Kraft ist

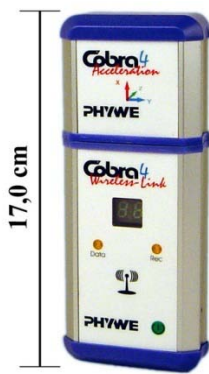
Der Spannungsverlauf, der mit diesem Aufbau gemessen wurde, eignet sich nur schlecht zur quantitativen Messung von Beschleunigungen, lässt aber durchaus qualitative Aussagen über die Bewegungen des Wagens zu. In Abbildung 17 ist die Spannung für zwei Verschiebungen des Wagens in unterschiedliche Richtungen dargestellt. Man erkennt deutlich, dass ein Beschleunigungsvorgang zu einer gedämpften Schwingung führt, wobei die Dämpfung und die Schwingungsfrequenz von der verwendeten Feder abhängen. Dieser Effekt ist im Prinzip auch bei den kommerziellen Beschleunigungssensoren vorhanden. Des Weiteren erkennt man bei der Durchführung, dass es abhängig vom Plattenabstand und der Federhärte eine maximale Beschleunigung gibt, die mit dieser Konfiguration messbar ist. Auch das ist eine wichtige Eigenschaft von Beschleunigungssensoren in der Praxis.



**Abbildung 17:** Ausgangsspannung der Messbrücke beim Hin- und Herschieben des Wagens

Die obige Konstruktion eines Modellsensors stellt eine mögliche didaktische Rekonstruktion der Funktionsweise eines kapazitiven Beschleunigungssensors dar. Vor allem die zwei verschiedenen zugrunde liegenden Prinzipien der Ortsmessung durch einen Differentialkondensator und der beschleunigungsabhängigen Auslenkung werden durch ihn besonders deutlich.

### 3.2.5 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco



**Abbildung 18:** Der Beschleunigungssensor von Phywe mit Wireless-Link

Der Sensor *3D-Beschleunigung* von Phywe (Abbildung 18) benutzt als Sensorelement ein kapazitives, oberflächen-mikromechanisches System, wie es in Abschnitt 3.2.3 vorgestellt wurde. Der verwendete Differentialkondensator hat eine Kapazität von wenigen Picofarad, bei einer maximalen Kapazitätsänderung von 100 fF.

In der zugehörigen Software *measure* kann zwischen zwei Messbereichen mit 2 g oder 6 g maximalen Beschleunigungsbetrag gewählt werden. Die Auflösung der Messung hängt vom gewählten Messbereich ab und beträgt im 2 g-Bereich 1 mg und im 6 g-Bereich 5 mg (Phywe, 2008, S. 13). Die maximale Abtastrate beträgt 100 Hz und die Reichweite wird mit 20 m angegeben. Die größte, tatsächlich mögliche Reichweite beträgt bei Sichtkontakt etwa 40 m, gemessen im Gebäude in einem Flur. In dieser Entfernung ist die Verbindung störanfällig, aber eine Messung prinzipiell möglich.

Wie oben bereits erwähnt wurde, benutzt das Messwerterfassungssystem von Pasco Bluetooth um das Signal per Funk an den Computer zu übertragen. Die Reichweite wird mit 10 m angegeben, aber die getestete maximale Reichweite beträgt unter den gleichen Bedingungen wie oben circa 30 m. Die Übertragung bei beiden Systemen kann durch andere elektromagnetische Felder ähnlicher Frequenz, zum Beispiel durch WLAN oder Bluetooth, beeinflusst werden und wird durch massive Hindernisse stark eingeschränkt. Der Betrieb in einem Klassenraum oder Gang ist aber ohne Probleme möglich.

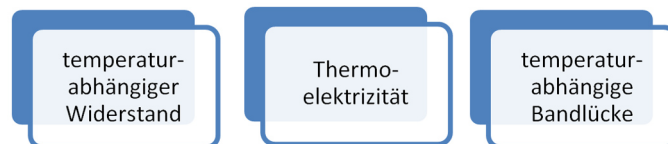
Die Auflösung des Sensors *3-Axis-Accelerometer* von Pasco (Abbildung 19) beträgt 10 mg bei einem maximalen Messbereich von 10 g. Die Abtastrate beträgt standardmäßig 10 Hz und bei Funkübertragung ebenfalls maximal 100 Hz. Direkt am Sensor kann der Frequenzbereich der Beschleunigungsmessung zum Aufzeichnen langsamer oder schneller Vorgänge umgeschaltet werden.



**Abbildung 19:** Der Beschleunigungssensor von Pasco mit AirLink

### 3.3 Temperatursensoren

Temperatursensoren gehören zu den verbreitetsten Messwertaufnehmern in der Technik, da viele Vorgänge von der Temperatur beeinflusst werden. Wie schon bei der Beschleunigung gibt es auch hier verschiedene Möglichkeiten der Temperaturmessung, wobei unterschiedliche physikalische Effekte ausgenutzt werden. Um ein zur Temperatur proportionales elektrisches Signal zu erhalten, verwendet man in der Technik hauptsächlich drei Typen von Temperatursensoren:



Darüber hinaus kann die Temperatur aber auch durch weitere Effekte bestimmt werden. Dazu zählen die Ausdehnung verschiedener Materialien (Flüssigkeits- oder Bimetallthermometer), der pyroelektrische Effekt und die temperaturabhängige Schwingungsfrequenz von bestimmten Quarzen (Gevatter et al., 2006, S. 148). Diese werden aber im Folgenden nicht weiter erläutert.

#### 3.3.1 Widerstände als Temperatursensoren

Eine mögliche Methode ist das Ausnutzen der Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands. Dieser Sachverhalt ist fester Bestandteil des Physikunterrichts und wird zum Teil auch durch das Aufnehmen verschiedener Kennlinien vertieft.

Technisch unterscheidet man zwischen Kaltleitern oder PTC (Positive Temperature Coefficient), deren Widerstand mit steigender Temperatur zunimmt, und Heißleitern oder NTC (Negative Temperature Coefficient), deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt. Bei metallischen Leitern lässt sich die Zunahme des elektrischen Widerstands durch den steigenden Einfluss der Streuung von Leitungselektronen mit Gitterschwingungen (Phononen) erklären. Diese Streuung bewirkt in einem gewissen Temperaturbereich eine fast lineare Zunahme des Widerstands  $R$  mit der Temperatur  $\vartheta$ . Für einen Widerstand  $R_0$  bei Bezugstemperatur  $\vartheta_0$  gilt genauer  $R = R_0 \cdot (1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0))$  mit dem Temperaturkoeffizienten  $\alpha$  (Niebuhr et al., 2002, S. 159). Je nach verwendetem Material ändern sich die Lage und die Breite dieses Temperaturbereiches. Typische Werkstoffe sind Platin und Nickel, wobei in der Messtechnik durch entsprechende Schaltungen eine weitere Linearisierung der Kennlinie erreicht wird (Niebuhr et al., 2002, S. 162).

#### 3.3.2 Thermoelemente

Die gegenseitige Beeinflussung von Temperatur und Elektrizität sowie die Umwandlung von thermische in elektrische Energie ist eine Möglichkeit, um direkt aus einem Temperaturunterschied ein auswertbares elektrisches Signal zu erzeugen. Der Seebeck-Effekt, Peltier-Effekt

und Thomson-Effekt beschreiben jeweils umkehrbare Wechselwirkungen zwischen diesen beiden physikalischen Größen.

Die Ursache für thermoelektrische Felder liegt in der temperaturabhängigen Geschwindigkeitsverteilung der Ladungsträger in Festkörpern. Wird ein leitfähiger Festkörper einem Temperaturgefälle ausgesetzt, verschieben sich die elektrischen Ladungen, was Thermodiffusion genannt wird. Makroskopische Effekte treten bei der Kombination verschiedener Materialien auf. Fügt man zwei Leiter an ihren Enden zusammen und bringt die Kontaktstellen auf unterschiedliche Temperatur, so bewirkt die Thermoelektrizität einen stationären elektrischen Kreisstrom (Pelster et al., 2005, S. 10). Auch bei geöffnetem Kreis, also im stromlosen Fall, ist die Thermospannung direkt messbar. Dieses physikalische Phänomen wird als Seebeck-Effekt bezeichnet und ist die Grundlage für Thermoelemente zur Temperaturmessung. Für kleine Temperaturunterschiede wächst der Betrag der Thermospannung linear mit der Temperaturdifferenz der Kontaktstellen und liegt bei Metallkombinationen typischerweise bei einigen mV (Pelster et al., 2005, S. 10). PELSTER betont, dass die Thermospannungen nicht durch Kontaktspannungen erklärt werden können, sondern ihre Ursache in der oben beschriebenen Thermodiffusion haben. Eine ausführliche Diskussion dazu findet sich bei WEIDINGER (2006, S. 114–133). Einen Vorschlag zur didaktischen Rekonstruktion von Thermoelementen für die Unterrichtspraxis findet man bei ZIEGELBAUER et al. (2005).

### 3.3.3 Dioden als Temperatursensoren

An einem pn-Übergang eines Halbleiters entsteht durch Diffusion der positiven und negativen Ladungsträger eine Sperrschicht, die nur einen Stromfluss ermöglicht, falls die äußere Spannung in Durchlassrichtung gepolt ist. Bei vorgegebenem Durchlassstrom ist die Spannung in Durchlassrichtung proportional zur absoluten Temperatur (Niebuhr et al., 2002, S. 222). Mit einer entsprechenden Diode kann also die Temperatur elektronisch gemessen werden.

Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung von Zenerdioden, die in Sperrrichtung geschaltet ab einer bestimmten Spannung plötzlich leitend werden. Diese Durchbruchspannung wird als Zenerspannung bezeichnet und ihr Betrag ist temperaturabhängig. Wie oben ist diese Änderung in einem bestimmten Temperaturbereich proportional zur absoluten Temperatur (Liedtke et al., 1987, S. 36–37).

### 3.3.4 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco

In der *Cobra4*-Reihe von *Phywe* gibt es mehrere Temperatursensoren. Der kombinierte Sensor Leitfähigkeit/Temperatur mit fest angeschlossenem Edelstahlsensor (Abbildung 20) verwendet zur Temperaturmessung ein Platinelement (Pt1000). Sein Messbereich liegt bei 0 bis 100 °C mit einer Genauigkeit von 0,8 °C bei einer Auflösung von 0,1 °C (Phywe, 2008, S. 13). Die Kabellänge beträgt 60 cm. Die eigentliche *Sensor-Unit Temperatur* (Abbildung 21) ist ein Halbleitersensor und hat einen größeren Messbereich von -20 bis 110 °C. Die Auf-



lösung beträgt  $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$  bei einer Genauigkeit von  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (Phywe, 2008, S. 11). Kabel und Messstab sind hier zusammen 150 cm lang.



Abbildung 20: Leitfähigkeits- und Temperatursensor von Phywe



Abbildung 21: Temperatursensor von Phywe

Im Vergleich dazu arbeitet der Temperatursensor von *Pasco* (Abbildung 22) im Bereich von  $-35$  bis  $135\text{ }^{\circ}\text{C}$  mit einer Genauigkeit von  $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$  und einer Auflösung von  $0,0025\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



Abbildung 22: Temperatursensor von Pasco

*Phywe* und *Pasco* haben ebenfalls Sensoren in ihrem Sortiment, die Thermoelemente zur Temperaturmessung verwenden. Dazu werden Nickel-Chrom/Nickel-Elemente (Typ K) benutzt, die über einen sehr weiten Bereich von mehr als  $1000\text{ K}$  messen können.

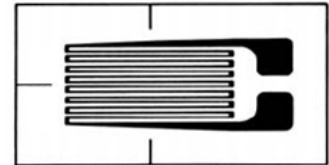
### 3.4 Kraftsensoren

Auch Kraftmessungen spielen in Technik und Alltag eine wichtige Rolle. In vielen Anwendungen der Werkstoffprüfung oder Automobilindustrie ist die physikalische Größe Kraft selbst von Interesse. Aber auch Massebestimmungen mit Waagen beruhen überwiegend auf Messungen der Gewichtskraft. Auch die bereits vorgestellten Beschleunigungssensoren sind

eigentlich Kraftmesser, da sie die während einer Beschleunigung wirkende Trägheitskraft auf eine Probemasse messen. Zusätzlich zu den in Kapitel 3.2 vorgestellten Messprinzipien wird hier kurz die Kraftmessung mit Dehnungsmessstreifen erläutert (DMS-Technik).

### 3.4.1 Kraftmessung mit Dehnungsmessstreifen

Dehnungsmessstreifen (DMS) kommen vor allem beim Messen von statischen Kräften und auch bei den *Cobra4*-Kraftsensoren von *Phywe* zum Einsatz. Sie bestehen aus dünnen Leiterbahnen und sind im Allgemeinen mäanderförmig angeordnet, siehe Abbildung 23. So können sie elektrisch isoliert auf einen Träger aufgeklebt werden, um dessen mechanische Dehnungen in ein elektrisches Signal umzuwandeln. Die Dehnung  $\epsilon = \Delta l / l$  in Längsrichtung ist hierbei proportional zur relativen Widerstandsänderung  $\Delta R / R$  (Czichos, 2008, S. 81). Man definiert daher durch  $\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \epsilon$  den sogenannten *K*-Faktor. DMS haben eine Dicke von etwa  $4 \mu\text{m}$  und für Konstantan, das häufig für Dehnungsmessstreifen benutzt wird, ist beispielsweise  $K = 2$  (Niebuhr et al., 2002, S. 175). Im hookeschen Bereich ist die Längenänderung  $\Delta l$  außerdem proportional zur dehnenden Kraft, sodass die Widerstandsänderung dort ein direktes Maß für die zu messende Kraft ist. Da diese Änderung des Widerstands sehr klein ist, werden in der Regel vier Dehnungsmessstreifen in einer wheatstoneschen Brücke zusammen geschaltet. Die Funktionsweise der üblichen Kraftsensoren ist daher durch die Schulphysik erklärbar. Es gibt bereits Unterrichtsvorschläge sie auch in der Sekundarstufe I plausibel zu machen (siehe Bell et al., 2006). Ein schönes Experiment zu DMS findet man auch bei WEIDINGER (2006, S. 93–95).



**Abbildung 23:** Aufbau eines Folien-DMS (Quelle: Gevatter et al., 2006, S. 61)

### 3.4.2 Die verwendeten Sensoren von Phywe und Pasco

In der *Cobra4*-Reihe gibt es zwei Kraftsensoren mit Messbereichen von  $-4 \dots 4 \text{ N}$  bzw.  $-40 \dots 40 \text{ N}$  (Abbildung 24). Sie enthalten einen Biegebalken, der durch die oben vorgestellte DMS-Technologie die mechanische Belastung in ein elektrisches Signal umsetzt. Die Messgenauigkeit der  $4 \text{ N}$ -Sensoren liegt bei  $0,2 \text{ mN}$  und die der  $40 \text{ N}$ -Sensoren bei  $2 \text{ mN}$ . Bei beiden Sensoren beträgt die Abtastrate  $16 \text{ Hz}$  (Phywe, 2008, S. 13).

Zur Befestigung der Kraftsensoren befindet sich im unteren Teil eine M6-Gewindebohrung, sodass der Sensor an einer Gewindestange fixiert werden kann. Der Kraftaufnehmer befindet sich im oberen Teil des Sensors und auf der Vorder- oder Rückseite kann ein Teller als Waage oder ein Hacken eingesetzt werden (Abbildung 25).



**Abbildung 24:** Die Kraftsensoren von Phywe mit Wireless-Link

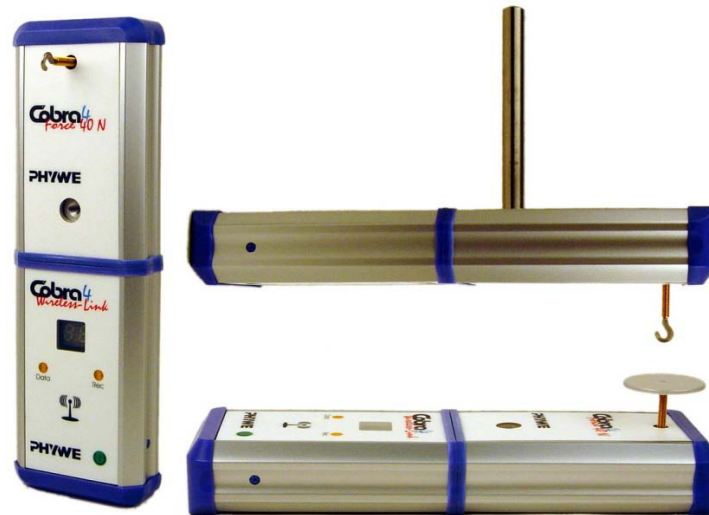


Abbildung 25: Beispielkonfigurationen für die *Cobra4* Kraftsensoren

Der Kraftsensor von *Pasco* (Abbildung 26) hat einen Messbereich von  $-50\text{ N}$  bis  $+50\text{ N}$  bei einem relativen Fehler von  $1\%$  und einer Auflösung von  $30\text{ mN}$ .



Abbildung 26: Der Kraftsensor von *Pasco*

An der Unterseite sind ebenfalls Möglichkeiten eingearbeitet, um den Sensor zu befestigen. Durch die Rändelschraube an der Unterseite kann er sehr einfach an einer Stativstange angebracht werden.

Der Kraftsensor unterscheidet sich von den anderen *Pasco*-Sensoren dadurch, dass er fest mit einem Kabel verbunden ist, was bei der Verwendung mit dem *AirLink* eher nachteilig ist (Abbildung 27).





Abbildung 27: Kraftsensor mit *AirLink*



## 3.5 Die Software

Im Folgenden werden kurz die beiden Programme *measure* und *DataStudio*, die zu den Messwerterfassungssystemen von *Phywe* und *Pasco* gehören, vorgestellt. Dabei geht es vor allem um einen Überblick über die Bedienung und die wichtigsten Funktionen.

### 3.5.1 *measure*

Die Angaben für alle Experimente beziehen sich auf Version 4.6.0.0 von *measure* , der Messwerterfassungssoftware von *Phywe*, und Version 4.5.0.8 von *Cobra4* , einem Teilprogramm von *measure* zur Erfassung der Daten von Sensoren aus der *Cobra4*-Reihe. Das Programm *Cobra4* erkennt nach dem Start automatisch den *Wireless Manager*, falls er angeschlossen ist oder wird.

Sind aktive Sensoren in Reichweite, werden sie ebenfalls automatisch aufgelistet und die aktuellen Messwerte als Digitalanzeige dargestellt, wie es Abbildung 28 zeigt. Es werden gleichzeitig auch Diagrammdarstellungen geöffnet, aber diese werden erst gezeichnet, wenn die Messung gestartet wurde. Neben der Diagrammdarstellung und Digitalanzeige kann *measure* die Messwerte auch als Analogmessgerät darstellen.

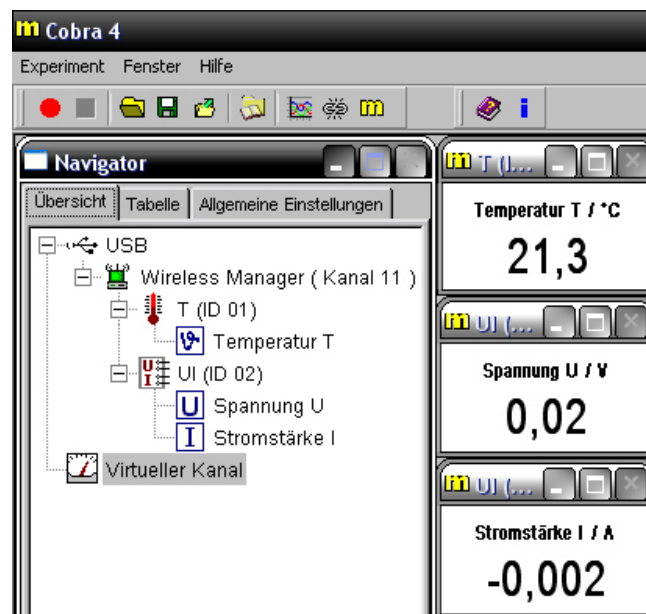


Abbildung 28: Erkannte Sensoren werden aufgelistet und die aktuellen Messwerte angezeigt

Unter dem Eintrag „Virtueller Kanal“ lässt sich ein virtueller Sensor hinzufügen, der frei aus den Messwerten berechnet werden kann. Die Berechnung wird in Echtzeit durchgeführt, sodass diese neue Größe schon während der Messung mit den echten Messgrößen dargestellt wird. So kann beispielsweise die elektrische Leistung direkt aus der gemessenen Spannung und Stromstärke berechnet und während der Versuchsdurchführung dargestellt werden. Dadurch kann die Durchführung und vor allem die spätere Auswertung von Experimenten unterstützt werden.

Durch einen Klick mit der rechten Maustaste auf eine Messgröße lassen sich die zugehörigen Einstellungen ändern (Abbildung 29). Dazu zählen der Messbereich, die zu verwendenden Dezimalstellen und Einheit, sowie ob eine Mittelung vorgenommen werden soll, beziehungsweise über wie viele Messwerte. Über Schaltflächen lässt sich der Sensor deaktivieren, das heißt von den Messungen ausschließen, und kalibrieren. Hierzu wird durch die Schaltfläche „Tara“ der aktuelle Wert auf null gesetzt. Außerdem lässt sich in den „Grafik Einstellungen“ die Darstellung der Messwerte, also Darstellungsbereich, Symbole und Farbe, anpassen. Hier lässt sich auch die Skalierung ändern, wobei  $x$ ,  $x^2$ ,  $\frac{1}{x}$ ,  $\frac{1}{x^2}$  und  $\log(x)$  für Abszisse und Ordinate gewählt werden können.

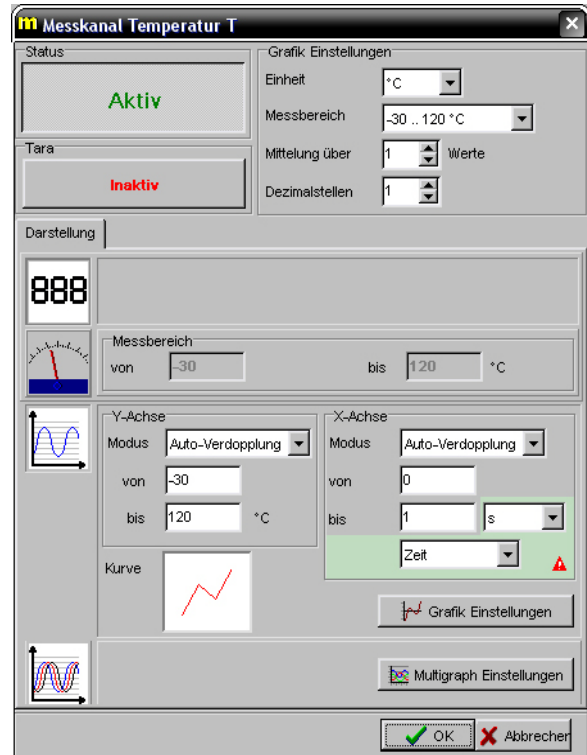





Abbildung 29: Einstellungen eines Messkanals

Durch  können diese Einstellungen geöffnet, gespeichert und die zuletzt verwendeten Einstellungen geladen werden. Dies ist sehr sinnvoll, um nicht bei jeder Durchführung eines Experiments die Einstellungen erneut vornehmen zu müssen oder gar erneut testen zu müssen.

Der Button  schließt das Netzwerk, das die bisher hinzugefügten Sensoren bilden, ab. Danach werden keine neueren Sensoren mehr aufgenommen. Dadurch ist es möglich mehrere Gruppen von Sensoren nebeneinander zu betreiben, was insbesondere bei mehreren Schülergruppen nötig ist. Für jede Gruppe ist dann ein eigener Rechner mit *Wireless Manager* nötig.

Über  wird eine neue Messwertaufzeichnung gestartet und wieder angehalten. Darüber hinaus lässt sich auf der Registerkarte „Allgemeine Einstellungen“ eine Messung auch automatisch zu einer bestimmten Uhrzeit starten oder falls eine Messgröße einen bestimmten Wert über- oder unterschreitet. So lässt sich zum Beispiel eine Messung mit dem Temperatursensor automatisch starten, wenn eine vorgegebene Temperatur erreicht ist. Analog kann die Messung zu einer Uhrzeit, durch eine Messgröße oder nach einer bestimmten Anzahl von Messwerten automatisch beendet werden.

Nach einer Messung wird der Benutzer gefragt, ob die Messwerte verworfen werden sollen oder zu *measure* übertragen. Die Auswertung einer Messreihe findet also immer im Hauptprogramm *measure* statt. Dort gibt es eine Reihe von Möglichkeiten (siehe Abbildung 30).

Die „Peakanalyse“ findet nach vorzugebender Toleranz Peaks also Spitzen im Verlauf einer Messreihe und listet sie auf. Die „Kurvenanalyse“ findet in ähnlicher Weise Extrema und Nullstellen.

Unter dem Punkt „Kanalumwandlung“ kann eine Messgröße für weitere Berechnungen verwendet werden, dazu gehört auch das Differenzieren und Integrieren der Messreihe. Die „Fourieranalyse“ berechnet das Frequenzspektrum eines Messkanals und unter „Kurvenfitting“ können Polynome bis zum Grad 5, eine Exponential- oder Sinusfunktion an die Messwerte angepasst werden. Durch „Mittelwert bilden“ und „Glätten“ können störende Schwankungen oder Signalrauschen reduziert werden. Außerdem kann die Messreihe auf der Soundkarte des Computers ausgegeben werden.

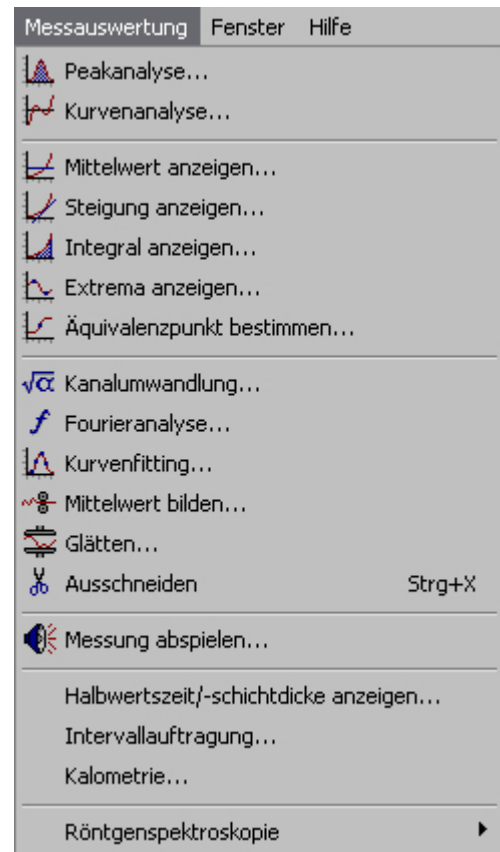


Abbildung 30: Auswerten in *measure*

### 3.5.2 DataStudio

Das Programm *DataStudio* ist die Messwerterfassungssoftware von *Pasco*. Für diese Arbeit wurde sie in der Version 1.9.8r6 benutzt. Da zur Datenübertragung Bluetooth benutzt wird, muss zunächst die Bluetooth-Verbindung zwischen *AirLink* und Computer hergestellt werden. Bei der ersten Benutzung an einem Computer ist hierfür das Bluetooth-Passwort notwendig. Bei der ersten Verwendung in *DataStudio* muss vorab die entsprechende Bluetooth-Schnittstelle in *DataStudio* im Menü „Experiment“ → „Interface wechseln“ eingetragen werden. Im Fall von Abbildung 31 ist das die COM-Schnittstelle 41.



Abbildung 31: Die Schnittstelle der Bluetooth-Verbindung muss zunächst eingetragen werden


Einen verbundenen Sensor erkennt *DataStudio* beim Start automatisch. Wurde der *AirLink* nach dem Programmstart mit dem Computer verbunden, muss er über „Interface wechseln“


manuell hinzugefügt werden. Das Programm erkennt dann den Sensor und fügt die entsprechenden Messkanäle hinzu (Abbildung 32).



Abbildung 32: Anzeige von DataStudio für den Passport-Magnetfeldsensor

Wie bei *measure* können auch hier die Messwerte unterschiedlich dargestellt werden. Aber neben der Analoganzeige, Digitalanzeige und Anzeige als Graph beherrscht *DataStudio* noch weitere Darstellungsweisen. Es kann die laufende Messung auch als Histogramm darstellen, also die Häufigkeiten der Messwerte zählen und als Säulendiagramm anzeigen. Außerdem kann es das Frequenzspektrum der Messreihen durch Fouriertransformation ausgeben oder die Messkanäle als Oszilloskop anzeigen. Eine weitere interessante Darstellung ist die „Arbeitsmappe“. Unter diesem Punkt kann die Anzeige der Messwerte durch Text und Bilder ergänzt werden, was vor allem für Schülerexperimente eine gute Möglichkeit ist, die Durchführung zu erleichtern und zu strukturieren.

Durch die Funktion  **Berechnen** kann analog zur Funktion „Virtueller Kanal“ bei *measure* eine neue Größe hinzugefügt werden, die in Echtzeit aus Messwerten berechnet wird.

In den  **Einstellungen** kann der Sensor konfiguriert werden, dazu kann die Einheit und die Abtastfrequenz festgelegt werden. Hier lässt sich der Sensor gegebenenfalls kalibrieren, beim Start automatisch auf null stellen und das Vorzeichen aller Messwerte invertieren. Im Menü „Experiment“ → „Abtastbedingungen einstellen“ kann der Start und Stopp einer Messung nach einer bestimmten Zeit oder durch eine Messgröße automatisch gesteuert werden.

Ein Vorteil von *DataStudio* ist die Anzeige „Arbeitsmappe“. Eine solche Arbeitsmappe besteht aus einer oder mehreren Seiten, wobei jede Seite Graphen, Digitalanzeigen, Texterläuterungen, Bilder oder Videos enthalten kann. Diese Funktion kann bei der Versuchsvorbereitung und zur Anleitung von Schülern bei Schülerexperimenten sehr hilfreich sein.

Die Auswertung findet anders als bei *measure* und *Cobra4* im gleichen Fenster statt. Abbildung 33 zeigt die Werkzeugleiste für die Anzeige „Graph“.



Abbildung 33: Auswertefunktionen in der Graph-Anzeige

Hier stehen folgende Funktionen zur Verfügung:

- |                                  |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1 Steigung anzeigen              | 5 Verlauf per Hand skizzieren      |
| 2 Kurvenfitting                  | 6 statistische Auswertung          |
| 3 Berechnungen aus der Messgröße | 7 Datenreihen aus- oder einblenden |
| 4 ein Textfeld einfügen          | 8 markierte Daten entfernen        |

Die Funktionen zum Export und Import von Messwerten sind ähnlich. *DataStudio* kann die erzeugten Grafen als Bitmap speichern, mit *measure* können diese auch als Vektorgrafiken exportiert werden. Die Möglichkeiten zur Auswertung der aufgenommenen Daten sind in den häufig benötigten Punkten in *measure* und *DataStudio* gleich.

## 4. Experimente

Zu Beginn dieses Kapitels wird dargestellt, welche allgemeinen Vorteile der Einsatz von Funksensoren gegenüber herkömmlichen Messwerterfassungssystemen haben kann. Im Anschluss werden verschiedene Demonstrationsexperimente zu den einzelnen Sensoren vorgestellt, deren Aufbau sich durch die Funkübertragung vereinfacht oder die dadurch erst ermöglicht werden. Zu jedem Experiment wird der Aufbau ausführlich beschrieben, Hinweise zur Durchführung gegeben und aufgezeigt, worin die konkreten Vorteile der Funkübertragung liegen. Dabei gliedert sich das Kapitel nach den verschiedenen verwendeten Sensoren.

### 4.1 Vorteile der Funksensoren

Dadurch, dass die Messwerte von verschiedenen Sensoren per Funk an einen Computer übertragen werden, ergeben sich beim Aufbau und der Durchführung von Experimenten einige Vorteile. Die Vorzüge sind in der Mechanik besonders deutlich. Bei Messungen an bewegten Körpern mussten bisher die Daten eines mitgeführten Sensors, wie zum Beispiel eines 3D-Beschleunigungssensors, durch ein Kabel zum Computer übertragen werden. Durch ein mitzuführendes Kabel wird die Bewegung aber selbst gestört, sodass besonders leichte Kabel verwendet werden müssen, deren Einfluss empfindliche Vorgänge dennoch verfälschen kann. Wird die Bewegung durch Fäden an einen ruhenden Sensor übertragen, so wird durch die Führung mehrerer Fäden der Versuchsaufbau schnell komplizierter und benötigt mehr Zeit. Aus diesen Gründen gibt es viele neuere Vorschläge um Bewegungen berührungslos zu vermessen. In solchen Messungen mit einem Ultraschall- oder Lasersensor können zunächst nur Abstände direkt gemessen werden. Auch durch Videoanalyse wird zunächst nur der Ort eines Objektes aufgezeichnet. Interessiert man sich aber für die Beschleunigung eines Körpers, muss diese erst durch zweifaches Ableiten berechnet werden, was insbesondere bei der Videoanalyse zu sehr ungenauen und schwankenden Beschleunigungswerten führt. Durch die Verwendung von Funksensoren wird eine störungsfreie direkte Beschleunigungsmessung möglich.

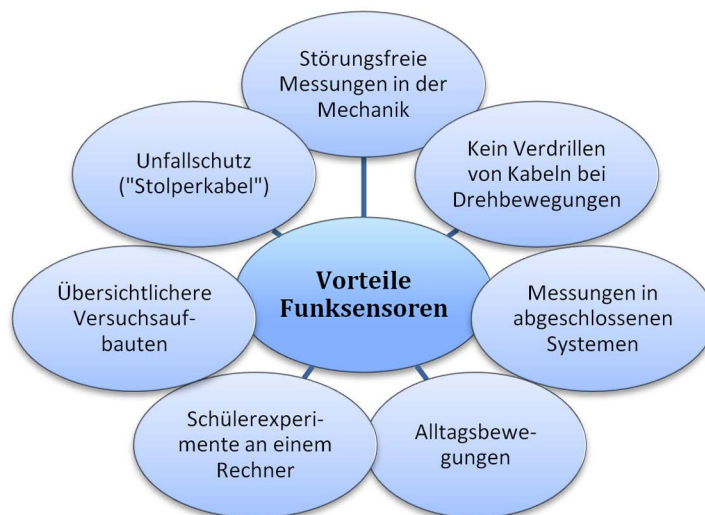
Ähnliches gilt für Messungen von Drehbewegungen oder in rotierenden Systemen. Kabel von mitgeführten Sensoren oder Fäden zu einem ruhenden Sensor außerhalb würden sich verdrillen und eventuell aufwickeln. Durch die Funkübertragung vereinfachen sich daher die Versuchsaufbauten, teilweise sogar erheblich.

Ein weiterer großer Vorteil von Funksensoren ist die Möglichkeit auch Messungen in abgeschlossenen Systemen durchzuführen. So können beispielsweise problemlos quantitative Experimente unter der Vakuumblocke oder im Kühlschrank durchgeführt werden. Auch für die Analyse von Bewegungen aus dem Alltag und Sport, die einen großen Bewegungsradius benötigen, sind Funksensoren besser geeignet als entsprechende Sensoren mit langen Kabeln. Die durchaus geeignete Alternative der Videoanalyse hat die Nachteile, dass zunächst wieder

nur der Ort direkt gemessen werden kann und nicht immer eine geeignete Kameraposition möglich ist.

Ein spezieller Vorteil des Funksystems von *Phywe* ist die Möglichkeit mehrere Sensoren an einem Computer zu verwenden. So können Schülerexperimente an einem einzigen gemeinsamen Rechner ausgewertet werden, was vor allem dann von Vorteil ist, wenn nur wenige Rechner zur Verfügung stehen, oder die Schülerversuche Teile eines gemeinsamen Parallel-experiments sind. Hierfür sind aber auch entsprechend viele Sensoren nötig.

Über die bisherigen Vorteile hinaus ist eine weitere Stärke der Funkübertragung, dass durch die wegfallenden Kabel jeder Versuchsaufbau für Schüler übersichtlicher und für den Lehrer einfacher wird. Bei einem Experiment, das nicht direkt neben dem Computer durchgeführt wird, wie zum Beispiel mit einer Kraftmessplatte am Boden oder auf einem anderen Tisch, stellt das Kabel ein Unfallrisiko dar. Durch die Funkübertragung kann daher bei solchen Experimenten auch der Unfallschutz verbessert werden. Abbildung 34 zeigt noch einmal einen Überblick über die Vorzüge der Funksensoren.



**Abbildung 34:** Vorteile der Funkübertragung im Überblick

## 4.2 Experimente mit dem Beschleunigungssensor

Die Funkübertragung ist für die Messung mit einem Beschleunigungssensor von großem Vorteil, da eine kabelgebundene direkte Beschleunigungsmessung für Bewegungen über größere Entfernungen nicht möglich ist und bei empfindlichen Messungen das mitgeführte Kabel störend wirken kann. Eine Beschleunigungsmessung ist deshalb interessant, weil die Beschleunigung proportional zur auf den Körper wirkenden Gesamtkraft ist und so Rückschlüsse auf die verschiedenen wirkenden Kräfte erlaubt.

Die verwendeten Einstellungen sind natürlich nur Vorschläge, da insbesondere die Wahl der zu messenden Einheit vom Kontext des Einzelexperimentes abhängt. Zu Beginn wird ein einfaches Experiment vorgestellt, das in die Funktionsweise der Sensoren einführen soll.



### 4.2.1 Eindimensionale Verschiebung

Zunächst soll eine simple Verschiebung des Sensors in Richtung einer seiner Achsen betrachtet werden. Aus der gemessenen Beschleunigung lassen sich zur Auswertung die Geschwindigkeit und der zurückgelegte Weg berechnen.

#### Aufbau, Einstellungen und Durchführung

In den Sensor-Einstellungen wird die Einheit  $\text{m/s}^2$  und als Messbereich  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  gewählt. Da nur in einer Dimension gemessen werden soll, können die anderen Messkanäle unter „Allgemeine Einstellungen“ deaktiviert werden. Der Sensor wird auf einen Tisch gelegt und in Richtung einer seiner Achsen verschoben. Dabei wird der Sensor zunächst in diese Richtung beschleunigt und anschließend durch eine entgegengerichtete Beschleunigung wieder abgebremst. In Abbildung 35 und im Folgenden wird er in positive x-Richtung verschoben.



Abbildung 35: Verschiebung des Beschleunigungssensors von Phywe

#### Auswertung

Abbildung 36 zeigt die gemessene Beschleunigung. Sie ist durch leichte Störungen überlagert, zeigt aber den erwarteten Verlauf. Bei der Verwendung von *Cobra4* und *measure* ist die gemessene Beschleunigung zunächst negativ und erst beim Abbremsen positiv, obwohl der Sensor in positive x-Richtung beschleunigt und dann wieder angehalten wurde.

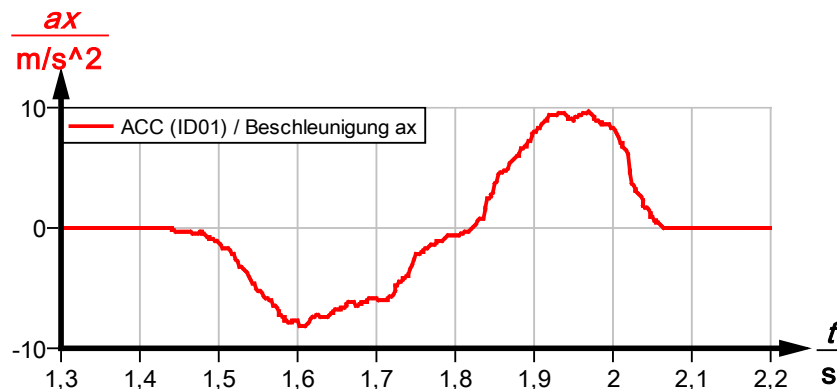
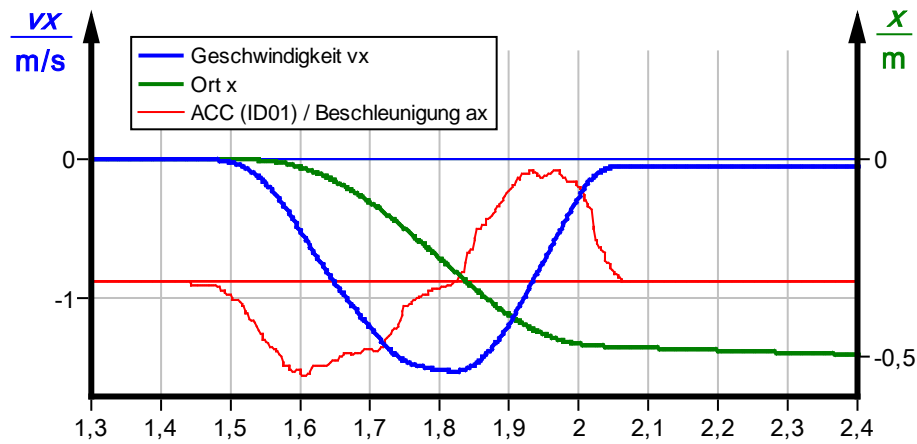


Abbildung 36: Beschleunigungsverlauf während des Verschiebens des *Cobra4*-Sensors in *measure*

In der Kanalumwandlung  $\sqrt{a}$  von *measure* kann eine Messreihe numerisch integriert werden. So kann aus der gemessenen Beschleunigung auch der Verlauf der Geschwindigkeit und des zurückgelegten Weges berechnet werden. Die Geschwindigkeit ist in diesem Fall negativ, da die gemessene Beschleunigung zunächst negativ und der Sensor vorher in Ruhe war. Genauso ergibt sich ein negativer Weg. Werden in *measure* mehrere Kanäle gleichzeitig angezeigt, so gilt die Skala der linken Achse immer nur für den aktuellen Kanal. Abbildung 37 zeigt die berechnete Geschwindigkeit und den daraus berechneten Weg.



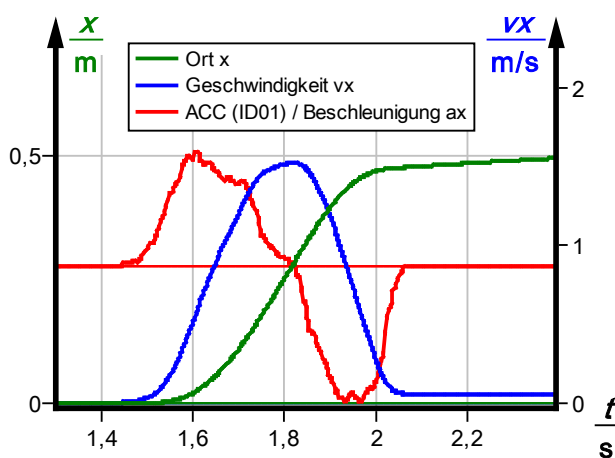
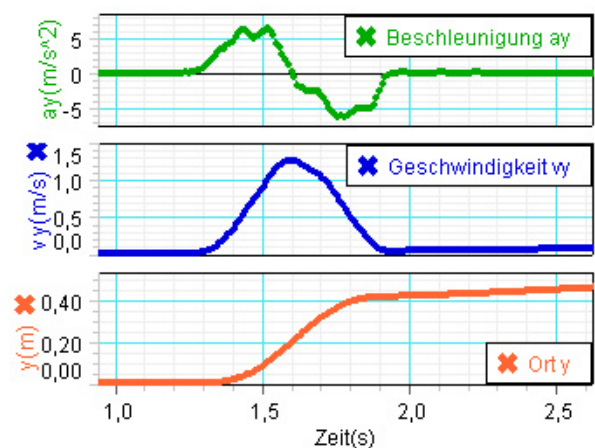
Abbildung 37: Verlauf von Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg in *measure*

Man erkennt, dass die berechnete Geschwindigkeit am Ende der Messung nicht mit dem Wert zu Beginn der Messung übereinstimmt, obwohl der Sensor vorher und nachher in Ruhe war. Der Unterschied lässt sich durch kleine Fehler in der Beschleunigungsmessung erklären, die durch die Integration verstärkt wurden. Sind die beiden Flächen zwischen Beschleunigung  $a_x$  und der  $t = 0$  Achse nicht exakt gleich groß, dann gilt nämlich

$$0 \neq \int_{t_{\text{vorher}}}^{t_{\text{nachher}}} a_x(t) dt = v_x(t_{\text{nachher}}) - \underbrace{v_x(t_{\text{vorher}})}_{=0} = v_x(t_{\text{nachher}}).$$

Durch diese verbleibende Geschwindigkeit nach der tatsächlichen Bewegung verändert sich auch der Weg linear über die gesamte weitere Messdauer.

Möchte man, dass das Vorzeichen der kinematischen Größen der tatsächlichen Bewegung entspricht, kann das ebenfalls durch die Kanalumwandlung erreicht werden. Abbildung 38 zeigt die invertierte Beschleunigung und die daraus berechneten Größen Geschwindigkeit und Weg. Im Vergleich dazu wird bei den *Pasport*-Sensoren und dem *DataStudio* die Beschleunigung von vornherein so gezeichnet, dass sie einer Bewegung des Sensors in die auf ihm angegebene Richtung entspricht (Abbildung 39).

Abbildung 38: Invertierte Messkanäle in *measure*Abbildung 39: Messung und Auswertung in *DataStudio* (Pasco)

### 4.2.2 Eindimensionale gleichförmige Beschleunigung

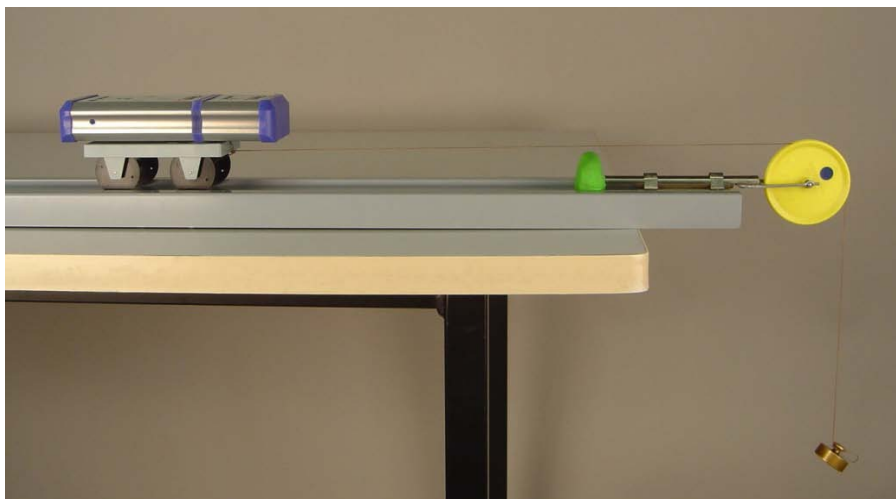
Durch die Möglichkeit Beschleunigungen direkt zu messen, kann eine gleichförmig beschleunigte Bewegung sehr einfach im Unterricht betrachtet werden. In diesem Versuch wird dazu ein Experimentierwagen auf einer Rollenfahrbahn durch ein Gewicht beschleunigt.

#### Aufbau

Da der Beschleunigungssensor von Phywe keine Vorbereitungen zum Befestigen besitzt, muss bei jedem Experiment eine zweckmäßige Fixierung gefunden werden. Als geeignete und flexible Möglichkeit hat sich das Rastsystem *3M Dual Lock* bewährt (siehe Abbildung 40). Dabei handelt es sich im Prinzip um eine Abwandlung eines Klettverschlusses, der aber eine sehr starre Verbindung ermöglicht. Damit wird der Sensor auf einem Experimentierwagen wie in Abbildung 41 befestigt.



**Abbildung 40:** Cobra4-Beschleunigungssensor mit Rastsystem 3M Dual Lock



**Abbildung 41:** Versuchsaufbau zur eindimensionalen gleichförmigen Beschleunigung

Der Wagen wird mit einer Schnur verbunden und auf eine waagerechte Rollenfahrbahn mit Umlenkrolle gesetzt. Am anderen Ende der Schnur wird eine Masse  $m_{\text{Zug}} = 50 \text{ g}$  so befestigt, dass sie den Boden erreicht bevor der Wagen am Ende der Fahrbahn ankommt. Zum Abbremsen des Wagens wird ein Stück Knetmasse verwendet, siehe Abbildung 41.

#### Einstellungen und Durchführung

In den Sensor-Einstellungen wird als Messbereich  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  gewählt und die *Tara*-Funktion aktiviert, um den Sensor auf null zu setzen. Da auch hier nur in einer Dimension gemessen werden soll, können die anderen Messkanäle deaktiviert werden. Der Wagen wird auf die Fahrbahn gesetzt, die Schnur gestraft und die Messung gestartet. Dann wird das Gewicht losgelassen und so der Wagen beschleunigt. Nachdem das Gewicht am Boden

angekommen ist, bewegt sich der Wagen mit nahezu konstanter Geschwindigkeit weiter und wird schließlich am Ende der Bahn abgebremst.

### Auswertung

Abbildung 42 zeigt den Verlauf der invertierten Beschleunigung bei dieser Messung. Das Vorzeichen wurde geändert, damit die Beschleunigung beim Schnellerwerden in Richtung der positiven Koordinatenachse zeigt, wie es bei der Einführung der Beschleunigung üblich ist. Alternativ hätte auch der Sensor umgekehrt befestigt werden können.

Nach circa 0,7 s wurde das Gewicht losgelassen und der Wagen konstant beschleunigt. Bei  $t = 1,6$  s landet das Gewichtstück auf dem Boden und die Beschleunigung

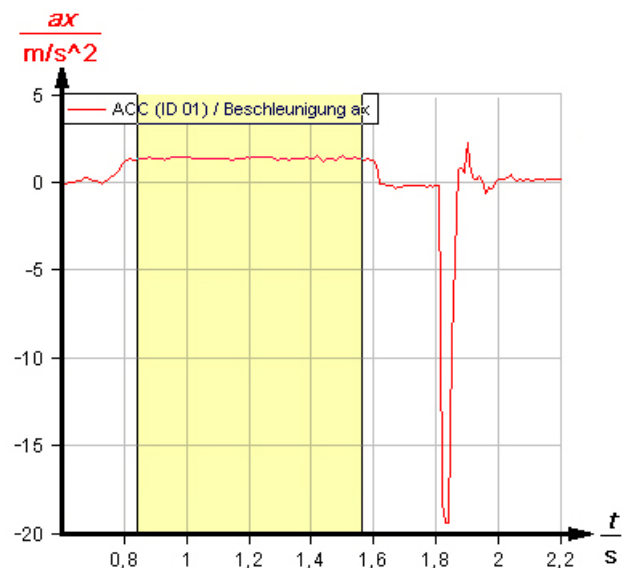



Abbildung 42: Messreihe zur eindimensionalen gleichförmigen Beschleunigung in *measure*

geht auf null zurück. Kurz danach wird der Wagen bei  $t = 1,80$  s bis  $t = 1,85$  s durch die Knetmasse abgebremst, dabei hat die Beschleunigung das entgegengesetzte Vorzeichen. Der Abbremsvorgang verläuft in Form einer gedämpften Schwingung, die auch davon abhängt, ob sich die Rollenfahrbahn durch den Aufprall des Wagens verschieben kann.

Im Bereich der konstanten Beschleunigung kann ein geeignetes Intervall markiert und dort der Mittelwert  berechnet werden. In der Messung von Abbildung 42 ergibt er sich im gelben Bereich zu  $|\vec{a}| = 1,40 \text{ m/s}^2$ .

Dieses Ergebnis kann rechnerisch überprüft werden. Aus dem zweiten newtonschen Gesetz folgt  $m_{ges} \cdot |\vec{a}| = |\vec{F}_{Zug}| = m_{Zug} \cdot g$ . Da die Masse des Wagens mit Funksensor  $m_W =$

256 g beträgt, würde man theoretisch eine Beschleunigung von  $|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}_{Zug}|}{m_{Zug} + m_W} =$

$$\frac{m_{Zug} \cdot g}{m_{Zug} + m_W} = \frac{50 \text{ g} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{50 \text{ g} + 256 \text{ g}} = 1,60 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ erwarten. Wie sich im Versuch 4.2.4 zeigen wird, lässt}$$

sich die Diskrepanz zwischen Messergebnis und Rechnung durch die vernachlässigte Reibung des Experimentierwagens gut erklären.

### Vorteil der Funkübertragung

Eine ähnliche Messung ist mit einem kabelgebundenen mitbewegten Sensor nur sehr schwer möglich, da ein Kabel die Bewegung des Wagens stark beeinflussen würde. Diese Beeinflussung lässt sich nur dadurch verhindern, dass der kabelgebundene Sensor außerhalb des Wagens steht und die Bewegung des Wagens durch Ultraschall, einen Laser oder einen mitgeführten Faden misst, was zu einem aufwändigeren und komplexeren Aufbau führt.

### 4.2.3 Erfassen von Gleitreibung durch Beschleunigungsmessung

Schiebt man den Sensor analog zum Versuch in 4.2.1 über einen Tisch und lässt ihn anschließend frei gleiten, so nimmt die Geschwindigkeit schnell ab und der Sensor kommt zur Ruhe. Für diese der Bewegung entgegengerichtete Beschleunigung ist die Gleitreibungskraft  $\vec{F}_{GR}$  verantwortlich. Im Modell der Coulomb-Reibung, das für Bewegungen eines Körpers auf fester, ebener Unterlage ohne Schmiermittel in guter Näherung gilt, ist diese Gleitreibungskraft unabhängig von der Geschwindigkeit und proportional zur Normalkraft  $\vec{F}_N$ , also  $|\vec{F}_{GR}| = \mu_G \cdot |\vec{F}_N|$  (Gerthsen et al., 2004, S. 40). Hierbei ist  $\mu_G$  der Gleitreibungskoeffizient und die Reibungskraft ist immer parallel zur Bewegungsrichtung des Körpers, aber ihr entgegengerichtet. Da die Gleitreibung in diesem Modell nicht von der Geschwindigkeit abhängt, erwartet man innerhalb seines Gültigkeitsbereiches eine konstante Beschleunigung bis kurz vor dem Stillstand des Körpers.

#### Aufbau, Durchführung und Einstellungen

Der Sensor wird auf einen waagerechten Tisch gelegt und längs einer seiner Messachsen beschleunigt. Dann wird der Sensor so losgelassen, dass er in diese Richtung weiter gleitet und zum Stillstand kommt. Als Messbereich wird  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  gewählt und der Sensor tariert. Möchte man nur eine Komponente der Beschleunigung messen, ist es wichtig, dass sich der Sensor während des Gleitens nicht verdreht, da auf diesen Messkanal sonst nur ein Teil der tatsächlichen Beschleunigung entfällt. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, kann die Bewegung zweidimensional erfasst werden. Da zur Auswertung nur der Beschleunigungsbetrag benötigt wird, kann dieser zu Beginn als neuer „Virtueller Kanal“ angelegt werden.

#### Auswertung

Abbildung 43 zeigt den invertierten Beschleunigungsverlauf einer solchen Messung. Man erkennt, dass die Beschleunigung beim Abbremsen nahezu konstant ist, wie durch das Coulomb-Modell vorhergesagt. Hieraus lässt sich sehr einfach der Gleitreibungskoeffizient bestimmen.

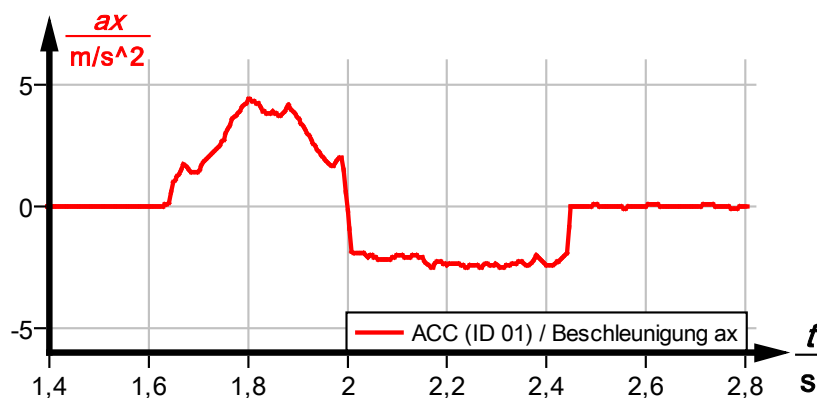


Abbildung 43: Beschleunigungsverlauf beim Anschieben und Gleiten des Sensors in *measure*

Während des Anschiebens des Sensors mit einer Kraft  $\vec{F}_{\text{Schieb}}$  gilt  $\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_{\text{Schieb}} - \vec{F}_{\text{GR}}$  und nach dem Loslassen gilt daher

$$\vec{F}_{\text{res}} = -\vec{F}_{\text{GR}} \Leftrightarrow m_S \cdot \vec{a}_{\text{res}} = -\mu_G \cdot m_S \cdot g \Leftrightarrow \mu_G = -\vec{a}_{\text{res}}/g .$$

In Abbildung 43 beträgt der Mittelwert im Intervall von  $t = 2,05 \text{ s}$  bis  $t = 2,40 \text{ s}$   $\vec{a}_{\text{res}} = -2,28 \text{ m/s}^2$  und somit folgt für den Gleitreibungskoeffizienten  $\mu_H = 0,23$ .

### Vorteil der Funkübertragung

Diese Messung ist mit einem kabelgebundenen mitgeführten Sensor nicht oder nur schwer durchführbar, da das Kabel die Bewegung des Sensors beeinflussen würde. Weitere Kräfte auf den Sensor durch ein Kabel verfälschen das Ergebnis, genauso wie ein mitgeführter Faden. Ultraschall- oder Lasermessungen sind im Versuchsaufbau aufwändiger.

## 4.2.4 Erfassen von Rollreibung durch Beschleunigungsmessung

Auch der Rollreibungskoeffizient kann mit Hilfe des Beschleunigungssensors sehr einfach bestimmt werden. Die Reibung beim Rollen eines Wagens kann auf zwei maßgebliche Faktoren zurückgeführt werden. Zum einen kommt es zu einer inelastischen Deformation der Räder und des Untergrundes. Ideal harte Rollen auf einem ideal harten Untergrund würden keinen Widerstand erfahren (Gerthsen et al., 2004, S. 45). Dabei ist aber zu beachten, dass ein Fahrzeug mit solchen Rädern aus demselben Grund auch nicht selbstständig anfahren könnte. Die Räder eines Experimentierwagens sind daher sehr hart. Der zweite wesentliche Einfluss entsteht durch Reibungsverluste im Lager der Achsen, genauer Gleitreibung im Rollenlager. Die Rollreibungskraft  $\vec{F}_{\text{RR}}$ , die ein Wagen erfährt, kann wieder als proportional zur Normalkraft  $\vec{F}_N$  angenommen werden. Es gilt also  $|\vec{F}_{\text{RR}}| = \mu_R \cdot |\vec{F}_N|$ , wobei der Rollreibungskoeffizient  $\mu_R$  unter anderem vom Radius der Rollen abhängt (Gerthsen et al., 2004, S. 46).

### Aufbau, Durchführung und Einstellungen

Als Messbereich wird  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  gewählt und der Sensor tariert. Da die Bewegung auf der Fahrbahn eindimensional erfolgt, können die unnötigen Messkanäle zur Übersichtlichkeit deaktiviert werden. Ein Experimentierwagen mit Beschleunigungssensor (siehe Versuch 4.2.2) wird auf eine waagerechte Rollenfahrbahn gesetzt und leicht angestoßen. Nach dieser kurzen Beschleunigung kommt er aufgrund der Rollreibung wieder zum Stehen.

Im Anschluss wird das Vorzeichen der Messung in der Kanalumwandlung invertiert, damit auch hier die Beschleunigung beim Schnellerwerden positiv ist.



**Abbildung 44:** Experimentierwagen mit Cobra4-Beschleunigungssensor

### Auswertung

Abbildung 45 zeigt den invertierten Beschleunigungsverlauf. Die Beschleunigung während des Abbremsens ist bis auf kleine Störungen konstant. In diesem Bereich kann der Mittelwert gebildet werden und er ergibt sich in dieser Messung zu  $a_1 = -0,19 \text{ m/s}^2$ . Da die gemessenen Beschleunigungen sehr klein sind, wird die Messung mehrmals wiederholt und der Mittelwert über alle Abbremsvorgänge gebildet.

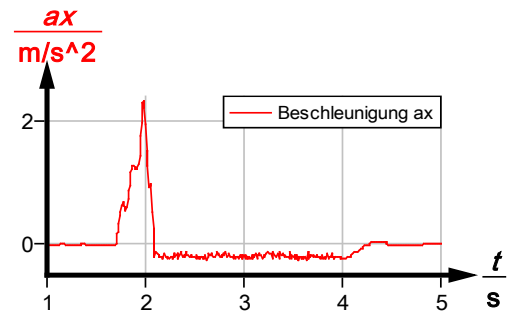


Abbildung 45: Beschleunigungsverlauf beim Anschieben und Rollen des Wagens in *measure*

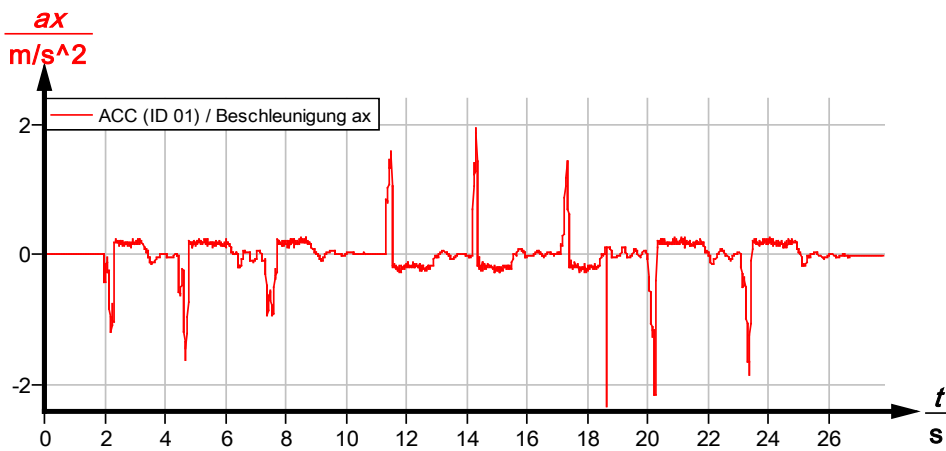


Abbildung 46: Mehrfaches Anschieben und Ausrollen des Experimentierwagens in *measure*

In dieser Messreihe wird für jeden Ausrollvorgang des Wagens der konstante Bereich markiert, mit *measure* der Mittelwert berechnet und dieser notiert:

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$ a_i $ in $\text{m/s}^2$	0,190	0,184	0,179	0,194	0,189	0,193	0,195	0,187	0,186

Zusammen ergibt sich als Mittelwert  $\bar{a} = 0,189$ . Nach dem Anschieben gilt  $\vec{F}_{res} = -\vec{F}_{RR}$  also  $m_W \cdot \vec{a} = -\mu_R \cdot m_W \cdot g$  und damit folgt  $\mu_R = \frac{|\bar{a}|}{g} = \frac{0,189 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,019$ .

Mit diesem Ergebnis lässt sich auch Versuch 4.2.2 genauer auswerten. Zieht man die Rollreibung in die Betrachtungen mit ein, so lautet der Kräfteansatz  $\vec{F}_{res} = \vec{F}_{Zug} - \vec{F}_R$ . Mit den Bezeichnungen von oben folgt hieraus  $m_{ges} \vec{a}_{res} = m_{Zug} g - \mu_R m_W g$ . Also wird der Wagen mit  $|\vec{a}_{res}| = \frac{(m_{Zug} - \mu_R m_W) g}{m_{Zug} + m_W} = \frac{(50 \text{ g} - 0,019 \cdot 256 \text{ g}) 9,81 \text{ m/s}^2}{50 \text{ g} + 256 \text{ g}} = 1,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  beschleunigt. Dieses Ergebnis deckt sich schon gut mit dem in 4.2.2 gemessenen Wert von  $|\vec{a}| = 1,40 \text{ m/s}^2$ . Dieser ist immer noch kleiner als der berechnete, da ferner die Reibung in der Rolle und eventuelle Luftreibung vernachlässigt wurden.

### Vorteil der Funkübertragung

Dieser Versuch kann mit einem kabelgebundenen mitbewegten Sensor nur äußerst schlecht durchgeführt werden, da ein Kabel oder ein mitgeführter Faden die Messung der sehr kleinen Rollreibung empfindlich stören würde. Wie bei der Gleitreibung wäre eine Ultraschall- oder Lasermessung möglich, aber im Versuchsaufbau aufwändiger.

### 4.2.5 Der freie Fall

Der freie Fall ist ein weiteres Experiment, das durch einen Funksensor sehr einfach durchgeführt und ausgewertet werden kann. Bei Fallversuchen wird die Funktionsweise des Beschleunigungssensors besonders deutlich.

#### Aufbau und Durchführung

Um einen einfachen freien Fall zu erfassen, ist nur ein Kissen oder Ähnliches nötig, um die Kraft auf den Sensor beim Aufschlagen zu verringern (siehe Abbildung 47). Bei einer Fallstrecke, die größer als 1 m ist, sollte auch der Sensor selbst in ein weiteres kleines Kissen eingepackt werden.



Abbildung 47: Benötigtes Material zur Durchführung eines freien Falls

#### Einstellung 1

In der Standardeinstellung misst der Sensor in Ruhe die Erdbeschleunigung. Aus der subjektiven Sicht des beschleunigten Bezugssystems wirken während des Falls keine Kräfte auf die seismische Masse und der Sensor registriert daher keine Beschleunigung. Als Messbereich wird in diesem Versuch  $-6 \dots +6 \text{ g}$  gewählt. Das Ergebnis einer Messung mit dieser Einstellung ist in Abbildung 48 dargestellt.

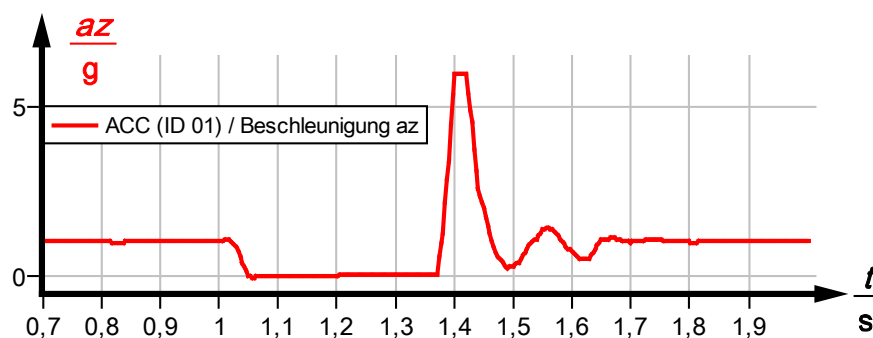


Abbildung 48: Schwerelosigkeit im freien Fall mit dem *Cobra4*-Sensor in Standardeinstellung

#### Einstellung 2

Wird der Sensor vor dem Start der Messung über die *Tara*-Funktion auf null gesetzt, so ergibt sich während des Fallens als Beschleunigung die Erdbeschleunigung, siehe Abbildung 49. Der Verlauf in dieser Einstellung entspricht eher dem traditionellen Vorgehen bei der Einführung der Beschleunigung.



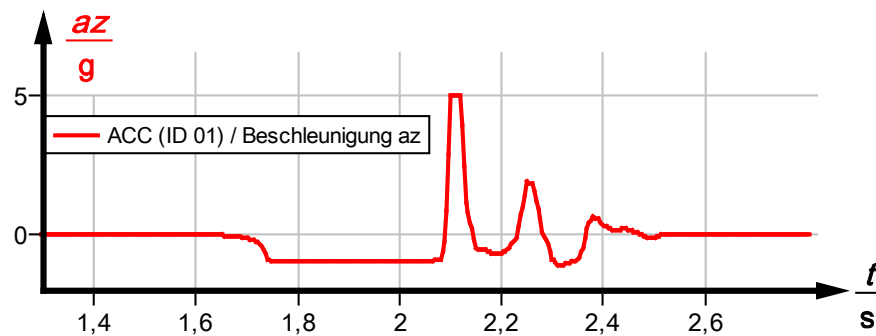


Abbildung 49: Beschleunigung des Sensors aus Sicht des ruhenden Bezugssystems

Diese Einstellung ist auch notwendig, falls zur Auswertung die Messreihe integriert und das Ergebnis als Geschwindigkeit beziehungsweise zurückgelegter Weg interpretiert werden soll. An diesem Beispiel erkennt man auch, dass die *Tara*-Funktion nur den Wert bei ihrer Aktivierung von der Messreihe abzieht. Das Abschneiden des großen Peaks bei der Messbereichsgrenze 6 g hat sich dadurch auf 5 g verschoben.

### Auswertung

Man erkennt in beiden Diagrammen gut das Fallenlassen des Sensors durch ein Absinken der gemessenen Beschleunigung um 1 g. Bei Verwendung von Einstellung 1 erkennt man weiter, dass der Sensor aus subjektiver Sicht des mitbewegten Bezugssystems keine Beschleunigung erfährt, das heißt, in diesem Bezugssystem herrscht Schwerelosigkeit. Trotz des Kissens ist die Beschleunigung des Sensors beim Aufkommen aus einer Höhe ab etwa 50 cm größer als 6 g. Außerdem erkennt man in Abbildung 49, dass die Beschleunigung nach dem Zusammenreffen noch mehrmals negativ wird. Der Sensor erfährt also durch das Kissen einen teilweise elastischen Stoß und kommt erst nach einer kurzen, gedämpften Schwingung zur Ruhe.

Bei genauerer Betrachtung des Beschleunigungsverlaufs in Abbildung 50 erkennt man, dass ihr Betrag während des Falls leicht abnimmt. Dies lässt sich mit der Luftreibung erklären, die trotz der kleinen Geschwindigkeit die Bewegung des Sensors hemmt. Die gemessene Beschleunigung beträgt am Anfang (zwischen  $t = 1,75$  s und  $t = 1,80$  s)  $|\vec{a}| = 0,985 g = 9,66 \text{ m/s}^2$ .

Zur Diskussion des Geschwindigkeitsverlaufes

kann der Beschleunigungskanal integriert werden. Die Beschleunigung wurde hierfür bis zum Zeitpunkt des Loslassens konstant auf null gesetzt, um einen wachsenden Fehler in der Geschwindigkeit durch die Integration zu vermeiden. Das Ergebnis ist in Abbildung 51 dargestellt.

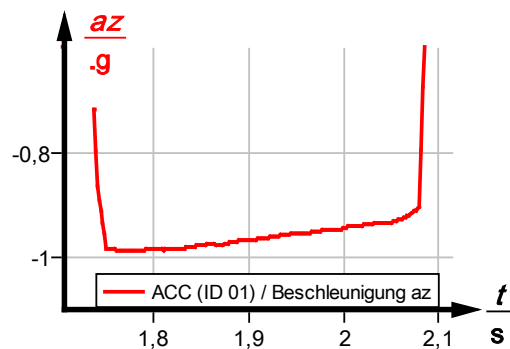


Abbildung 50: Einfluss der Luftreibung während des Falls (Ausschnitt von Abb. 49)



Man erkennt, dass während des Falls der Geschwindigkeitsbetrag wie erwartet annähernd linear ansteigt und das Vorzeichen nach dem Auftreffen auf das Kissen wechselt. Der Sensor wird also durch das Kissen wieder ein Stück über den tiefsten Punkt gehoben, was auch anschaulich zu erwarten ist.

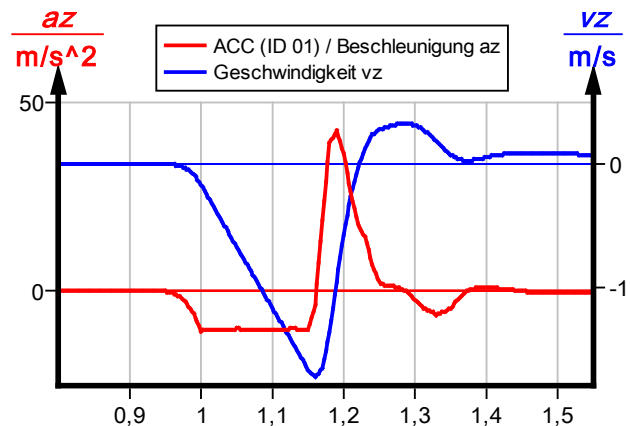


Abbildung 51: Geschwindigkeitsverlauf beim freien Fall in *measure*

### Vorteil der Funkübertragung

Auch bei diesem Experiment ist eine möglichst freie Bewegung nur unter Einfluss der Schwerkraft nötig. Ein Kabel oder ein Faden würde diese Bewegung vor allem bei großen Fallhöhen stören. Auch andere Experimente zur Beobachtung der Schwerelosigkeit im freien Fall benutzen Funk, um zum Beispiel ein Videosignal aus dem beschleunigten Bezugssystem zu übertragen (Martini, 2004, S. 3). Ein großer Vorteil der Funkübertragung ist die sehr schnelle und einfache Durchführung des Experiments. Ein Ultraschall- oder Lasermessgerät müsste aufwändig über der Fallstrecke angebracht werden.

### 4.2.6 Bestimmung der Erdbeschleunigung aus der Fallzeit

Der freie Fall kann auch genutzt werden, um die Erdbeschleunigung zu bestimmen (Grumann et al., 2008, S. 56). Wird zusätzlich zur Durchführung in 4.2.5 die Fallhöhe gemessen, dann lässt sich zusammen mit der Fallzeit, die aus dem Diagramm abgelesen werden kann, die Erdbeschleunigung berechnen. Aufgrund der unbekannten Eichung des Sensors kann er nicht zur direkten Bestimmung der statischen Erdbeschleunigung benutzt werden.

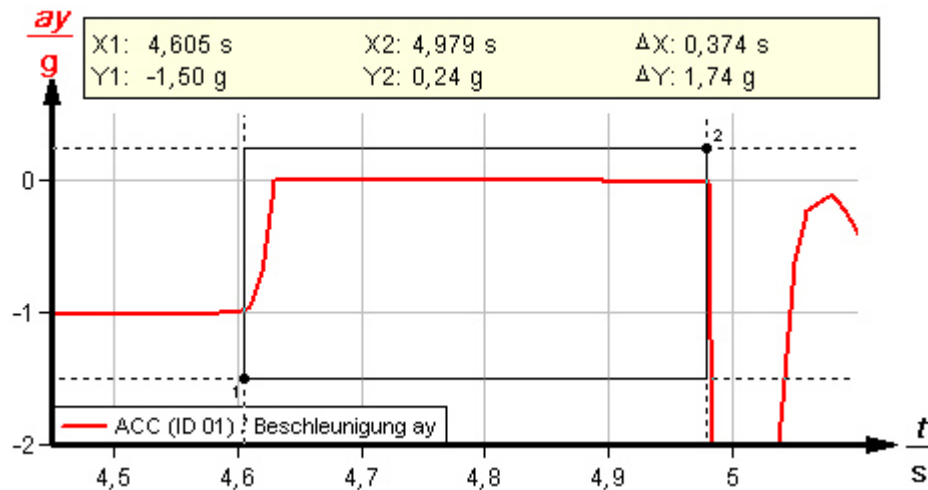
### Aufbau, Durchführung und Einstellungen

Um einen Einfluss auf die Bewegung durch das Loslassen per Hand auszuschließen, wird der Sensor an einem Bindfaden aufgehängt (siehe Abbildung 52) und der Fall mittels Durchbrennen des Fadens gestartet. Die Fallhöhe von Unterkante Sensor bis zum glatt gestrichenen Kissen wird gemessen und ergibt sich in diesem Aufbau zu  $\Delta h = 67,0$  cm.


Die Abtastrate sollte auf den höchsten Wert, also 100 Hz, eingestellt werden. Als Messbereich wird auch hier  $-6 \dots +6$  g gewählt.



Abbildung 52: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Erdbeschleunigung

Abbildung 53: Bestimmung der Fallzeit aus dem Beschleunigungsverlauf in *measure*

### Auswertung

Mit dem Vermessen-Werkzeug  von *measure* kann einfach der Beginn und das Ende des Falls markiert und direkt das entsprechende Zeitintervall abgelesen werden. Als Startzeit wurde in Abbildung 53 der Beginn des Beschleunigungsabfalls verwendet, da bereits zu diesem Zeitpunkt der Faden durchtrennt wurde und somit an dieser Stelle der freie Fall beginnt. Als Fallzeit kann also  $\Delta t_{Fall} = 0,37 \text{ s}$  abgelesen werden. Aus der Bewegungsgleichung für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung  $\Delta h = g/2 \cdot \Delta t^2$  folgt damit  $g = \frac{2 \cdot \Delta h}{\Delta t^2} = \frac{2 \cdot 0,67 \text{ m}}{(0,37 \text{ s})^2} = 9,788 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Was einer Abweichung von 0,2 % zum erwarteten Wert für Würzburg  $g = 9,8081 \text{ m/s}^2$  entspricht.<sup>3</sup>

Da dieses Ergebnis sehr gut mit dem erwarteten Wert übereinstimmt, ist auch die Abschätzung des Fehlers dieser Messung interessant. Da die Entfernung zum weichen Kissen nur ungenau gemessen werden kann, beträgt der Fehler der Längenmessung etwa  $\sigma_h = \pm 3 \text{ mm}$ . Bei einer Abtastrate von 100 Hz beträgt der Fehler der Zeitmessung  $\sigma_t = \pm 5 \text{ ms}$ . Für den Fehler der Erdbeschleunigung ergibt sich daher  $\frac{\sigma_g}{g} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_t}{t}\right)^2} = \pm 0,027$ . Demnach hat diese sehr einfache Methode zur Bestimmung der Erdbeschleunigung unter den angenommenen Messfehlern einen relativen Fehler von 2,7 %.

### Vorteil der Funkübertragung

Diese Messung ist nur berührungslos möglich, da ein Kabel oder Faden das Ergebnis beeinflussen würde. Da durch den Sensor nur die Zeit gemessen wird, kann auch eine Ultraschall- oder Laserentfernungsmessung durchgeführt werden. Diese Messgeräte müssten aber auch hier aufwändig über der Fallstrecke angebracht werden und eventuelle Drehungen des Fallobjektes würden die Messung verfälschen.

<sup>3</sup> Wert entspricht Fallbeschleunigungszone 2 für Baden-Württemberg und Bayern-Nord: Franken, Oberpfalz (Quelle: Arbeitsgemeinschaft Mess- und Eichwesen, 1999).

### 4.2.7 Ein Fallschirmsprung

Da die Funkübertragung einen großen Bewegungsradius ermöglicht, kann auch der Fall des Beschleunigungssensors an einem Fallschirm beobachtet werden. Bisher konnten Fallbewegungen mit Luftreibung leider nur schwer quantitativ ausgewertet werden. Um einen großen Bezug zur Realität herzustellen, sollte ein Modellfallschirm einem echten Fallschirm möglichst ähnlich sein. Er sollte aber auch leicht konstruierbar sein, damit die Versuchsvorbereitungen nicht zu aufwändig sind. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschiedene Modelle getestet. Der erste verwendete Fallschirm muss sich erst öffnen und deshalb ist für ihn eine große Fallhöhe notwendig. Die zunächst getestete Zimmerhöhe von etwa 3 m war nicht ausreichend, um den gewünschten Beschleunigungsverlauf zu beobachten. Der Vorteil besteht darin, dass der Sensor erst kurz frei fällt und dann die Wirkung des Fallschirms beobachtet werden kann.

#### Aufbau 1

Zuerst muss ein Fallschirm konstruiert werden, der den Fall des Sensors ausreichend abbremsen kann. Für die Kraft, die durch den Luftwiderstand auf einen Körper mit Geschwindigkeit  $\vec{v}$  wirkt, gilt  $|\vec{F}_L| = 0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_L \cdot \vec{v}^2$  mit der Dichte  $\rho_L$  von Luft, der Querschnittsfläche  $A$  und dem Widerstandsbeiwert  $c_w$  des Körpers (Grehn et al., 1998, S. 27). Nach einer gewissen Zeit stellt sich ein Gleichgewicht  $|\vec{F}_G| = |\vec{F}_L|$  mit der Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  ein, sodass für die Geschwindigkeit  $\vec{v}_{\text{End}}$  nach dem Erreichen dieses Gleichgewichts  $|\vec{v}_{\text{End}}| = \sqrt{2 m g / (A c_w \rho_L)}$  gilt. Der Fallschirm sollte also eine große Fläche, einen hohen  $c_w$ -Wert und außerdem eine geringe Masse haben. Damit er leicht nachgebaut werden kann, wurde als Material die dünne Folie eines „Gelben Sackes“ verwendet. Dieser wurde geöffnet, sodass sich ein Rechteck ergibt, und daraus ein Kreis mit circa 80 cm Durchmesser ausgeschnitten. Am Rand wurden in regelmäßigen Abständen Löcher eingeschnitten und mit Klebeband verstärkt. An diesen Löchern wurden dann Schnüre verknötet und damit der Beschleunigungssensor befestigt. Abbildung 54 zeigt den so konstruierten Rundkappenfallschirm während einer Flugphase.



**Abbildung 54:** Cobra4-Beschleunigungssensor am selbst gebauten Fallschirm

#### Einstellungen und Durchführung 1

Als Messbereich kann  $-6 \dots +6 \text{ g}$  oder  $-59 \dots +59 \text{ m/s}^2$  gewählt werden und die Achse des Sensors, die in Richtung der Erdbeschleunigung zeigt, sollte vor dem Start der Messung auf null gesetzt werden. Für die Aufzeichnung einer typischen Fallschirmbewegung, bei dem die Beschleunigung aufgrund des Luftwiderstandes ungefähr auf null zurück geht, war bei der verwendeten Konstruktion eine Fallhöhe von mindestens 4 m nötig. Für die Durchführung

sind zwei Personen notwendig, da der Sensor am Ende der Fallstrecke abgefangen werden muss. Dabei ist zu beachten, dass der Fall im Allgemeinen nicht genau senkrecht erfolgt.

### Auswertung 1

Abbildung 55 zeigt die Beschleunigung des Sensors aus Sicht des ruhenden Bezugssystems bei einem Fall aus circa 7 m Höhe, wobei aufwärts als positive Richtung gewählt wurde.

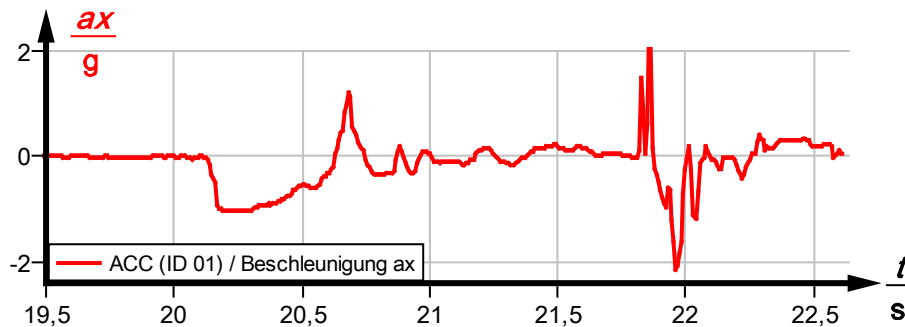


Abbildung 55: Beschleunigungsverlauf beim Fall des Fallschirms aus Abbildung 54 in *measure*

Nach etwa 20,1 s wurde der Fallschirm losgelassen, woraufhin er zunächst mit  $a_x \approx g$  fällt. Durch den Fall öffnet sich der Rundkappenfallschirm und die Beschleunigung wird positiv, der Sensor also abgebremst. Nach der Spitze bei  $t = 20,65$  s würde man erwarten, dass der Sensor weiter bis zu einer konstanten Endgeschwindigkeit abgebremst wird, die Beschleunigung also positiv ist und auf null abfällt. Bei  $t = 21,8$  s wurde der Sensor wieder aufgefangen.

Zur Auswertung oder zur Vorbereitung des Versuches kann die Bewegung in einem Modellbildungsprogramm simuliert werden. Im Folgenden wird hierzu das gleichungsorientierte Programm *Newton-II* verwendet, welches auch in einer kostenlosen Version verfügbar ist.<sup>4</sup> Zur Übersichtlichkeit lässt sich die Luftreibungskraft in der Form  $|\vec{F}_L| = k \cdot \vec{v}^2$  schreiben. Die Gleichung für die Beschleunigung lautet damit  $|\vec{a}| = -g + k \cdot \vec{v}^2/m$ . Die Masse  $m$  kann gemessen werden und durch den Parameter  $k$  kann das Modell angepasst werden. Durch die Verwendung einer bedingten Variable kann auch das Öffnen des Fallschirms modelliert werden, indem sich zu einem bestimmten Zeitpunkt der Parameter  $k$  von einem kleinen Wert auf einen deutlich größeren Wert ändert, siehe Abbildung 56. Die so berechnete Beschleunigung und Geschwindigkeit sind in Abbildung 57 dargestellt.

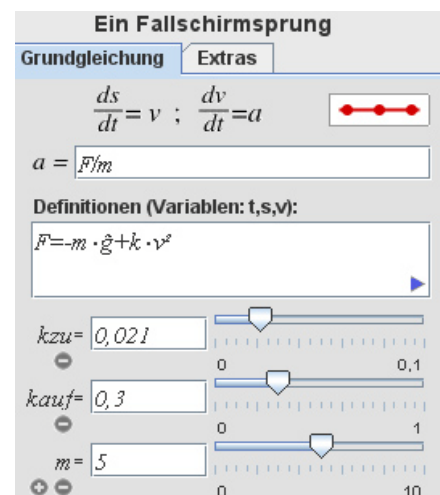
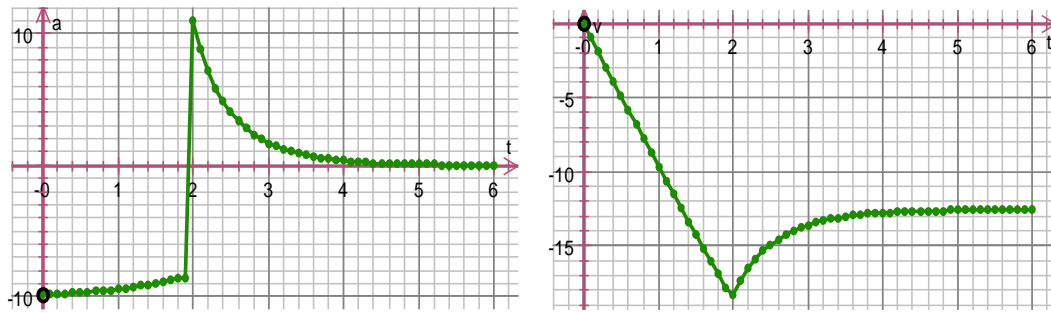


Abbildung 56: Modellierung des Fallschirmsprungs in *Newton-II*

<sup>4</sup> *Newton-II* kann unter <http://scivitec.com> heruntergeladen werden.



**Abbildung 57:** Berechnete Beschleunigung (links) und Geschwindigkeit (rechts) eines Fallschirmsprungs in *Newton-II*

In den ersten zwei Sekunden nimmt der Betrag der Beschleunigung nur leicht ab und das Tempo nimmt daher in etwa linear zu. In der zweiten Phase fällt die abbremssende Beschleunigung auf null ab, sodass die Geschwindigkeit konstant wird. Bei der Messung in Abbildung 55 erkennt man, dass die Beschleunigung nach dem Öffnen des Modellfallschirms nicht wie erwartet monoton auf null abfällt, sondern der gemessene Verlauf entspricht eher einer gedämpften Schwingung mit wechselndem Vorzeichen der Beschleunigung bis zum Ende der Fallstrecke bei  $t = 21,8$  s. Der Grund für diese wechselnde Kraft auf den Sensor liegt im elastischen Aufbau des Fallschirms, sodass die starke negative Beschleunigung beim Öffnen zu einer kleinen Schwingung zwischen Sensor und Fallschirm führt. Um diesen Effekt zu vermindern, wurde der Versuch mit einem starren Fallschirmmodell wiederholt.

### **Aufbau und Durchführung 2**

Damit sowohl der Schirm selbst als auch die Verbindung mit dem Sensor möglichst starr ist, wurde für das zweite Modell ein Regenschirm verwendet. Der Sensor wurde mit einer kurzen Schnur am Schirmstiel befestigt. Abbildung 58 zeigt eine Versuchsdurchführung mit diesem Fallschirm aus einer Höhe von etwa 3 m.



**Abbildung 58:** Serienbildaufnahme einer Flugphase des zweiten Fallschirmmodells

### Auswertung 2

Abbildung 59 zeigt einen Ausschnitt aus dem gemessenen Beschleunigungsverlauf. Nach etwa 5,9 s wird der Fallschirm losgelassen, die Anfangsbeschleunigung bleibt dabei kleiner als die Erdbeschleunigung, da der Schirm von Beginn an geöffnet ist. Bei  $t = 7,1$  s wird der Sensor wieder aufgefangen.

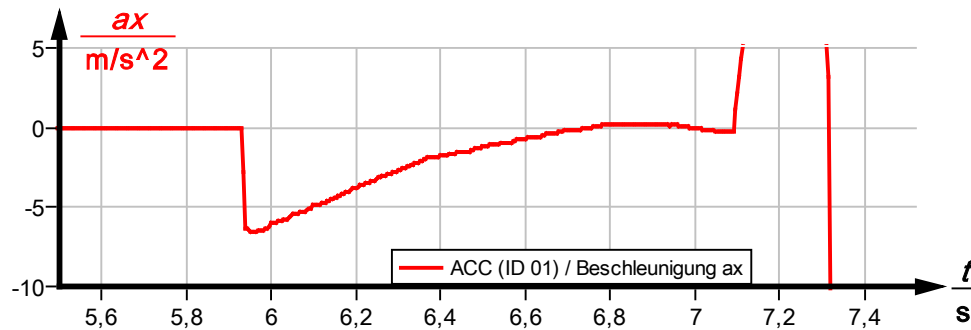


Abbildung 59: Beschleunigung beim Fall des Schirms aus Abbildung 58

Der Verlauf ist beim zweiten Fallschirmmodell wesentlich glatter und stimmt gut mit der theoretisch erwarteten Beschleunigung in Abbildung 60 überein. Allerdings entspricht das Ergebnis bei der ersten Durchführung wohl eher dem Beschleunigungsverlauf bei einem realen Fallschirm.

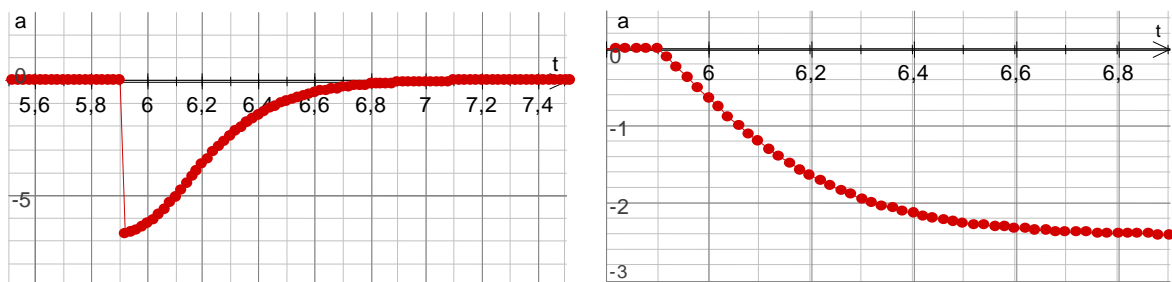


Abbildung 60: Simulation der Beschleunigung (links) und Geschwindigkeit (rechts) eines Falls mit Luftreibung in *Newton-II*

Zur weiteren Auswertung kann die Geschwindigkeit durch Integrieren des Messkanals berechnet werden. Dazu wurde die Beschleunigung bis zum Start der Flugphase wieder konstant auf null gesetzt. Das Ergebnis ist in Abbildung 61 dargestellt.

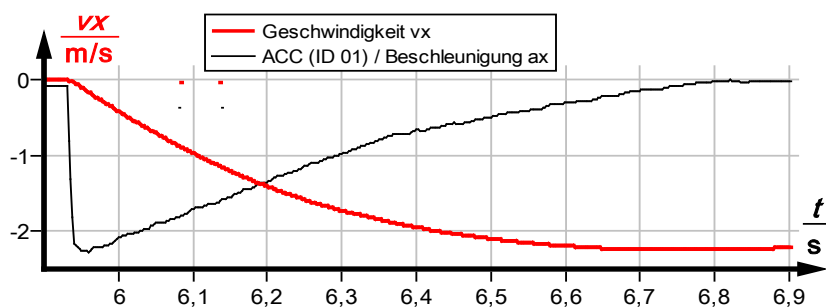


Abbildung 61: Berechneter Geschwindigkeitsverlauf und Beschleunigung in *measure*



Die Endgeschwindigkeit des Regenschirm-Fallschirms beträgt etwa  $2,3 \text{ m/s}^2$ . Im Vergleich dazu lag die Endgeschwindigkeit beim Plastiktüten-Fallschirm bei rund  $3,5 \text{ m/s}^2$ .

Durch einen Vergleich zwischen der Modellierung und der gemessenen Beschleunigung sowie der daraus berechneten Geschwindigkeit kann das Modell  $|\vec{F}_L| = c \cdot \vec{v}^2$  der Luftreibung plausibel gemacht werden. Mit den bisherigen Ergebnissen ist es aber auch möglich die Abhängigkeit der Fallbeschleunigung – und damit der Luftreibungskraft – von der Geschwindigkeit zu untersuchen. Dazu kann in *measure* das Quadrat der Geschwindigkeit berechnet werden und mit Hilfe des Messkanalmanagers die Beschleunigung  $a_x$  in Abhängigkeit von  $v_x^2$  gezeichnet werden.

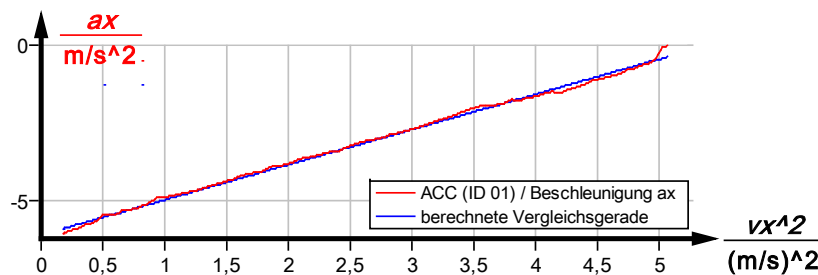


Abbildung 62: Die Beschleunigung des Schirms in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsquadrats

In Abbildung 62 erkennt man, dass der Beschleunigungsbetrag über einen weiten Bereich in sehr guter Näherung quadratisch mit der Geschwindigkeit abnimmt. Die Reibungskraft nimmt also mit dem Geschwindigkeitsquadrat zu.

### Vorteil der Funkübertragung

Die Versuchsdurchführung mit den verwendeten Fallhöhen ist mit einem kabelgebundenen mitgeführten Sensor nicht möglich. Auch eine Messwerterfassung mit Ultraschall- oder Laserentfernungsmessung ist nicht möglich, da nicht immer die gleiche Stelle des unförmigen Fallschirms erfasst werden kann. Eine Videoanalyse ist zwar bei nicht zu großen Fallstrecken möglich (Benz, 2008, S. 54), bedarf aber einer geeigneten Kameraposition und kann Details wie in Abbildung 55 aufgrund der Berechnung der Beschleunigung als zweite Ableitung des Ortes nicht auflösen.

Allgemein konnten Fallbewegungen mit Luftreibung bisher nur schwer quantitativ ausgewertet werden. Ein Experiment zur computergestützten Bewegungsanalyse von „Bahrdschen Fallkegeln“ benutzte zum Beispiel einen mitgeführten Faden zur Messwerterfassung, was einen aufwändigen Versuchsaufbau nötig machte (Wilhelm, 2000, S. 30). Durch die Verwendung der Funkübertragung vereinfacht sich nicht nur die Durchführung eines solchen Experiments, sondern es lassen sich auch Gegenstände des täglichen Lebens nutzen.

### 4.2.8 Radialbeschleunigung bei Kreisbewegungen

An zweidimensionalen Bewegungen wird deutlich, dass Kraft, Beschleunigung und Geschwindigkeit vektorielle Größen sind. Die Bewegung eines Körpers auf einer Kreisbahn ist ein wichtiger Spezialfall einer zweidimensionalen Bewegung. Es ist günstig die Größen in ihren Komponenten tangential und radial zur Kreisbahn zu betrachten, denn der Beschleunigungsanteil in tangentialer Richtung sagt etwas über die Veränderung des Geschwindigkeitsbetrages aus. Der Beschleunigungsanteil in radialer Richtung ist dafür verantwortlich, dass sich der Körper nicht auf einer Geraden bewegt, sondern sich die Richtung der Geschwindigkeit ändert. Genauer erfährt ein Körper, der sich mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf einer Kreisbahn mit Radius  $R$  bewegt, eine Beschleunigung  $\vec{a} = -R\omega^2 \cdot \vec{e}_r + R\dot{\omega} \cdot \vec{e}_\phi$  (Kuhn, 2006, S. 33). Hieran kann man erkennen, dass der radiale Beschleunigungsanteil nur dann verschwindet, wenn  $\omega = 0$  gilt, sich der Körper also geradlinig bewegt. Umgekehrt führt eine Radialbeschleunigung nicht zu einer Änderung des Geschwindigkeitsbetrages, sondern nur zu einer Änderung der Bewegungsrichtung. Da diese Beschleunigung in Richtung des Kreismittelpunktes zeigt, wird sie Zentripetalbeschleunigung  $\vec{a}_Z$  genannt. Sie hängt quadratisch vom Geschwindigkeitsbetrag ab, was durch die Funksensoren sehr einfach experimentell nachgewiesen werden kann.

Bei einer Bewegung auf einer Kreisbahn wird deutlich, dass die Beschleunigung eine gerichtete Größe ist. Häufig wird sie aber auf die Änderungsrate des Geschwindigkeitsbetrages  $a = \frac{\Delta|\vec{v}|}{\Delta t}$  reduziert, was bei einigen Bewegungsanalysen zu falschen Vorhersagen führt (Wilhelm, 2005, S. 15–16). Mit dieser Vorstellung kann insbesondere die Zentripetalbeschleunigung bei gleichförmigen Kreisbewegungen ( $\dot{\omega} = 0$ ) nicht erklärt werden, da hier  $|\vec{v}|$  konstant ist. Experimente zur Beschleunigungsmessung bei Kreisbewegungen können ein Ansatz sein, diese Schülervorstellungen zu korrigieren. WILHELM schlägt vor, bereits bei der Einführung der Beschleunigung von zweidimensionalen Bewegungen auszugehen, um diese Fehlvorstellung zu vermeiden (Wilhelm, 2005, S. 92).

Vorweg wird ein einfacher Versuch zur Messung von Radial- und Tangentialbeschleunigung bei einer nicht-gleichförmigen Kreisbewegung vorgestellt.

#### *Aufbau, Einstellungen und Durchführung 1*

Der Beschleunigungssensor muss zunächst drehbar befestigt werden. Dazu wurde er mit einer Klemme an einer reibungsarmen, kugelgelagerten Drehscheibe befestigt, siehe Abbildung 63. Um den Sensor zu schützen und einen besseren Halt zu gewährleisten, wurden er zwischen zwei Metallplättchen mit einer Korschicht fixiert. Der Sensor wird so angebracht, dass eine Messachse radial zum Drehpunkt verläuft (siehe Abbildung 64). Die ganze Anordnung sollte gut horizontal ausgerichtet werden, da eine



**Abbildung 63:** Cobra4-Beschleunigungssensor auf Drehscheibe

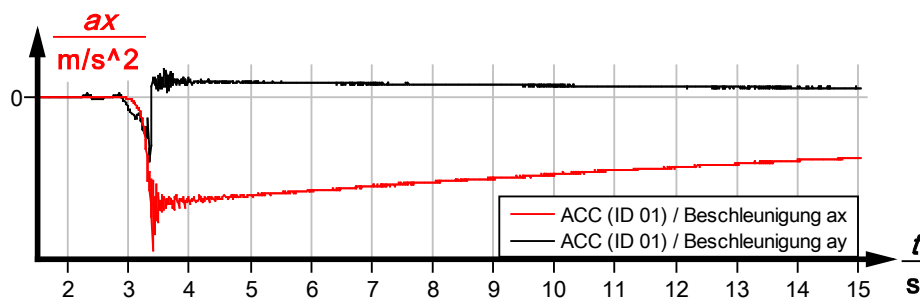
Verkipfung dazu führen würde, dass auch in radialer und tangentialer Richtung ein Teil der Erdbeschleunigung gemessen wird. Da es sich um eine zweidimensionale Bewegung handelt, kann in diesem Aufbau die Beschleunigung in z-Richtung abgewählt werden. Als Messbereich ist  $-20 \dots 20 \text{ m/s}^2$  ausreichend. Die Drehscheibe kann nun in Rotation versetzt werden, wobei die Drehung aufgrund der Reibung langsamer wird.

### Auswertung 1

Bei dieser Kreisbewegung steht eine Achse des Sensors immer radial und eine andere tangential zur Kreisbahn, wie in Abbildung 64 verdeutlicht wird. Durch diesen Aufbau können also direkt die Radial- und Tangentialbeschleunigungen gemessen werden. In diesem Aufbau liegt die y-Achse des *Cobra4*-Sensors tangential und die x-Achse radial zur Kreisbahn. Für die Tangentialbeschleunigung  $a_y$  würde man nach Abschnitt 4.2.3 und 4.2.4 einen nahezu konstanten Verlauf aufgrund der konstanten Reibungskraft im Kugellager erwarten. Die Messreihen sind in Abbildung 65 dargestellt.



**Abbildung 64:** Richtung der Radialbeschleunigung am *Cobra4*-Sensor bei einer Kreisbewegung



**Abbildung 65:** Beschleunigungen bei einer langsamer werdenden Kreisbewegung in *measure*

Nach circa 3,3 s wurde der Sensor in Drehung versetzt. Man kann erkennen, dass  $a_y$  nicht wie erwartet konstant ist, sondern leicht abfällt. Dieser Verlauf kann durch eine geschwindigkeitsabhängige Luftreibung erklärt werden, die in 4.2.3 und 4.2.4 vernachlässigt wurde. Die Radialbeschleunigung  $a_x$  ist deutlich größer und ihr Betrag nimmt ebenfalls mit der Zeit ab, das heißt, bei einer langsameren Drehung ist die Zentripetalbeschleunigung kleiner. Um die genaue Abhängigkeit von der Geschwindigkeit zu untersuchen, ist dieser Versuch ungeeignet. Darum wird ein zweites Experiment durchgeführt, mit dem die Geschwindigkeitsabhängigkeit leicht untersucht werden kann.

### Aufbau und Einstellungen 2

Um den genauen Zusammenhang zwischen Zentripetalbeschleunigung und Geschwindigkeit bzw. Winkelgeschwindigkeit  $\omega = |\vec{v}|/r$  zu untersuchen, muss auch diese erfasst werden. Diese kann zum Beispiel durch einen Drehwinkelsensor gemessen werden. Um die Zentripetalbeschleunigung für verschiedene Geschwindigkeiten zu bestimmen, wird der Sensor auf einem Experimentiermotor mit variabler Drehzahl gesetzt. Der Aufbau ist in Abbildung 66

dargestellt. Da sich der Drehwinkelsensor nicht bewegen muss, kann er per Kabel mit dem Computer verbunden werden.

Als Einheit des Beschleunigungssensors wird  $\text{m/s}^2$  gewählt und die Abtastrate auf 100 Hz erhöht. Da nur die Zentripetalbeschleunigung betrachtet werden soll, können die beiden anderen Richtungen abgewählt werden. Der Drehwinkelsensor wird von Winkelposition auf Winkelgeschwindigkeit umgestellt und die Abtastrate ebenfalls auf 100 Hz erhöht. Zur

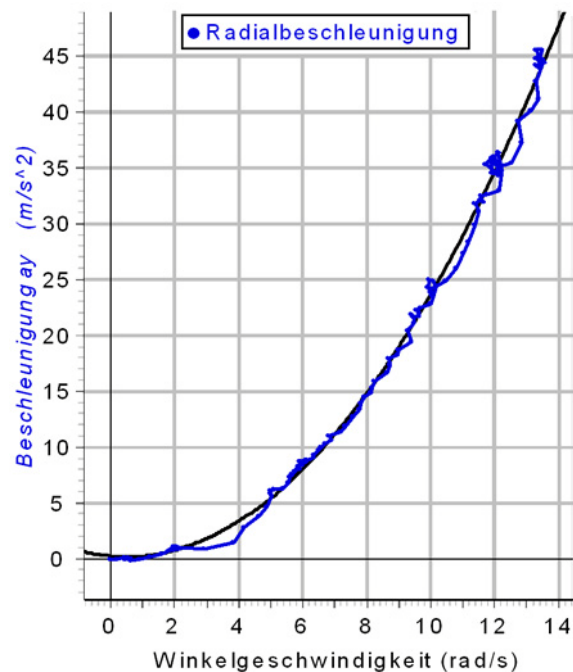
schnellen Auswertung kann in *DataStudio* ein neuer Graph erstellt werden, bei dem die Beschleunigung über die Winkelgeschwindigkeit aufgetragen wird. Um die Achsen in *DataStudio* zu ändern, genügt ein Klick auf die Achsenbeschriftung.

### Durchführung und Auswertung 2

Die Messung wird gestartet, solange der Beschleunigungssensor noch in Ruhe ist, da so der Messwert für  $|\vec{v}| = 0$  eingezeichnet wird. Dann wird die Drehzahl des Motors langsam erhöht. Für große Winkelgeschwindigkeiten besteht die Gefahr, dass der Sensor sich aus der Halterung bzw. aus dem *AirLink* löst. Daher sollte die Endgeschwindigkeit nicht zu groß gewählt werden. Als Ergebnis einer solchen Messung ist in Abbildung 67 der Betrag der Zentripetalbeschleunigung über die Winkelgeschwindigkeit aufgetragen. Man erkennt sehr gut einen quadratischen Zusammenhang. Zur Verdeutlichung kann durch die Kurvenanpassung eine Parabel hinter die Messreihe gelegt werden. Das Resultat dieses Experiment ist also der Zusammenhang  $a_z \sim \omega^2 \sim v^2$ . Es wäre auch denkbar eine neue Größe  $v^2$  zu berechnen und  $a_z$  in Abhängigkeit von  $v^2$  zeichnen zu lassen. Die so erhaltene Gerade zeigt ebenfalls die Proportionalität zwischen Zentripetalbeschleunigung und dem Geschwindigkeitsquadrat.



**Abbildung 66:** Untersuchung der Zentripetalbeschleunigung mit *Pasport* Beschleunigungs- und Drehwinkelsensor



**Abbildung 67:** Betrag der Zentripetalbeschleunigung in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit (blau) und Vergleichsparabel (schwarz) in *DataStudio*

### *Vorteil der Funkübertragung*

Aufgrund der Drehung ist bei diesem Experiment eine direkte Beschleunigungsmessung nur mit Funksensoren möglich. Das Kabel eines mitgeführten Sensors würde sich verdrillen oder aufwickeln. Eine Messwerterfassung mit Ultraschall- oder Lasersensoren ist ebenfalls ungeeignet. Eine Bewegungsanalyse durch Videoaufzeichnung ist zwar möglich, aber eine quantitative Auswertung ist durch die direkte Beschleunigungsmessung besser und einfacher möglich.

### 4.2.9 Harmonische und anharmonische Stabschwingung

Durch den Beschleunigungssensor ist es möglich, Bewegungen eines Pendels sehr einfach zu erfassen. Dadurch lassen sich auch harmonische und anharmonische Schwingungen sehr leicht experimentell aufnehmen und diskutieren. Die harmonische Schwingung, wie sie in der Schule behandelt wird, ist nur eine Idealisierung realer Vorgänge, die nur für kleine Winkel geeignet ist. Deshalb ist es wichtig, die Grenzen dieses Modells deutlich zu machen. Zu diesem Zweck gibt es bereits Vorschläge anharmonische Schwingungen im Unterricht zu behandeln (Heuer, 1993). Gerade weil geschlossene mathematische Lösungen fehlen, ist der folgende Versuch eine gute Gelegenheit für einen Vergleich zwischen Experiment und einer physikalischen Modellierung. Auch der bayerische G8-Lehrplan fordert in der 10. Jahrgangsstufe die Anwendung eines numerischen Verfahrens auf eine Bewegung mit nicht konstanter Krafteinwirkung.

Die einfachste Möglichkeit eine anharmonische Schwingung zu realisieren, ist ein mathematisches Pendel. Wird der Beschleunigungssensor wie in Abbildung 68 drehbar aufgehängt, entspricht die Anordnung aber einem physikalischen Pendel mit Trägheitsmoment  $J$ . Die Bewegungsgleichung eines physikalischen Pendels mit Masse  $m$  und Abstand  $R$  von seinem Schwerpunkt zum Drehpunkt lautet  $J\ddot{\varphi} = -mgR \cdot \sin \varphi$ . Durch einen Vergleich mit der Bewegungsgleichung eines mathematischen Pendels  $\ddot{\varphi} = -g/l \cdot \sin \varphi$  erkennt man, dass das physikalische Pendel sich wie ein mathematisches Pendel mit der Pendellänge  $l_{red} = J/(mR)$  verhält (Nolting, 2005, S. 245). Das heißt, durch die Bestimmung der reduzierten Pendellänge kann die Bewegung des Beschleunigungssensors wie die eines mathematischen Pendels modelliert werden.

### *Aufbau und Einstellungen*

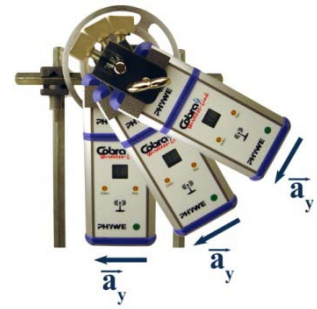
Wie auch bei den anderen Versuchen muss zunächst eine Lösung gefunden werden, den Beschleunigungssensor angemessen zu befestigen. Dazu wurde er wie in Abschnitt 4.2.8 mit einer Klemme eingespannt, wobei der Sensor durch zwei Metallplättchen mit Korkschicht geschützt wird. Eine möglichst reibungsarme, kugelgelagerte Drehscheibe dient als Aufhängung



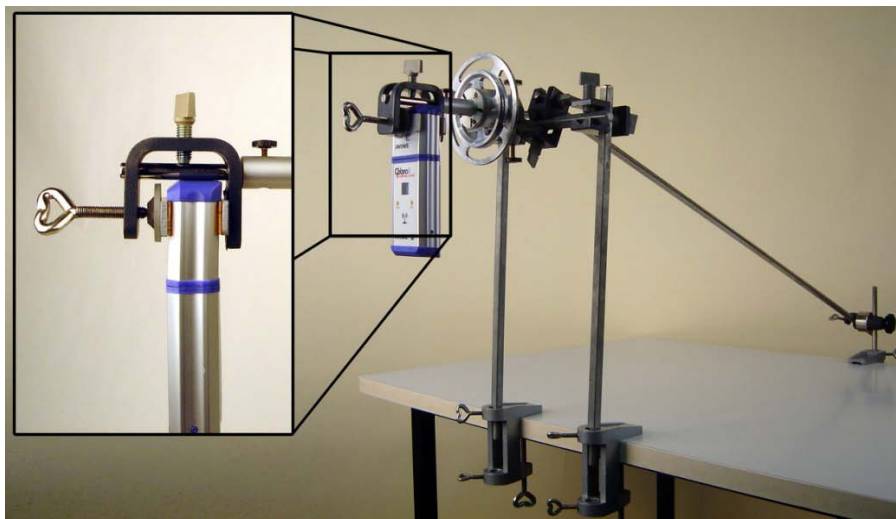
**Abbildung 68:** Der Beschleunigungssensor als physikalisches Pendel



des Pendels. Im Folgenden wird zunächst die Tangentialbeschleunigung betrachtet, da diese für die Änderung der Geschwindigkeit verantwortlich ist. Sie ist durch die Drehung des Sensors immer parallel zu dessen y-Richtung, wie in Abbildung 69 verdeutlicht wird. Damit die Messung nicht verfälscht wird, muss die Aufhängung auch bei Überschlägen sehr stabil sein. Darum wurde sie im Aufbau von Abbildung 70 durch eine Querstange nach hinten verstärkt. Da in diesem Versuch nur die Gewichtskraft wirkt, kann als Messbereich  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  gewählt werden.



**Abbildung 69:** Richtung der Rückstellkraft am Cobra4-Sensor




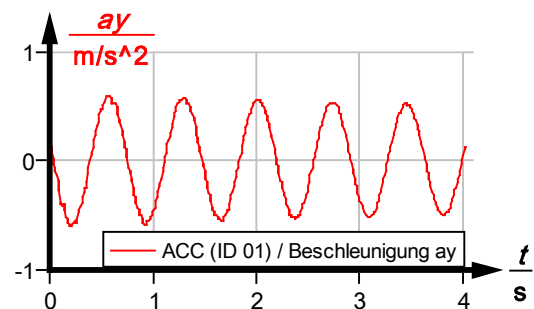
**Abbildung 70:** Versuchsaufbau zur Messung von anharmonischen Stabschwingungen

### Durchführung

Das Pendel wird zunächst nur leicht ausgelenkt. Für kleine Winkel kann die Schwingung wie gewohnt als harmonisch angenommen werden und so aus der Periodendauer die reduzierte Pendellänge bestimmt werden. Hierfür können Schwingungen ab einer Auslenkung von  $2^\circ$  beobachtet werden. Dann wird die Messung mehrmals mit steigender Startauslenkung bis zum mehrfachen Überschlag wiederholt.

### Auswertung

Zunächst wird für Messungen bei Auslenkwinkeln  $\varphi_0 \leq 5^\circ$  die Periodendauer  $T_0$  abgelesen. Dazu kann das Vermessen-Werkzeug  von *measure* benutzt werden. In Abbildung 71 ergibt sich damit  $T_0 = 0,72 \text{ s}$ . Anhand mehrerer Messungen mit unterschiedlichen, aber kleinen Auslenkungen kann bestätigt werden, dass die Periodendauer für kleine Winkel nicht von der Auslenkung abhängt, wie es die Kleinwinkelnäherung voraussagt.



**Abbildung 71:** Beschleunigungsverlauf für kleine Auslenkwinkel in *measure*



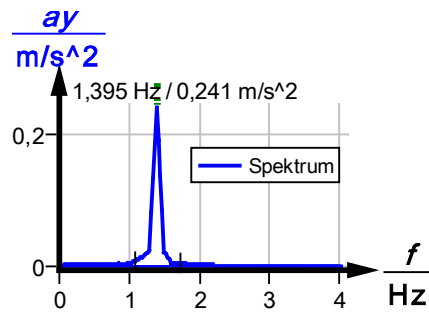


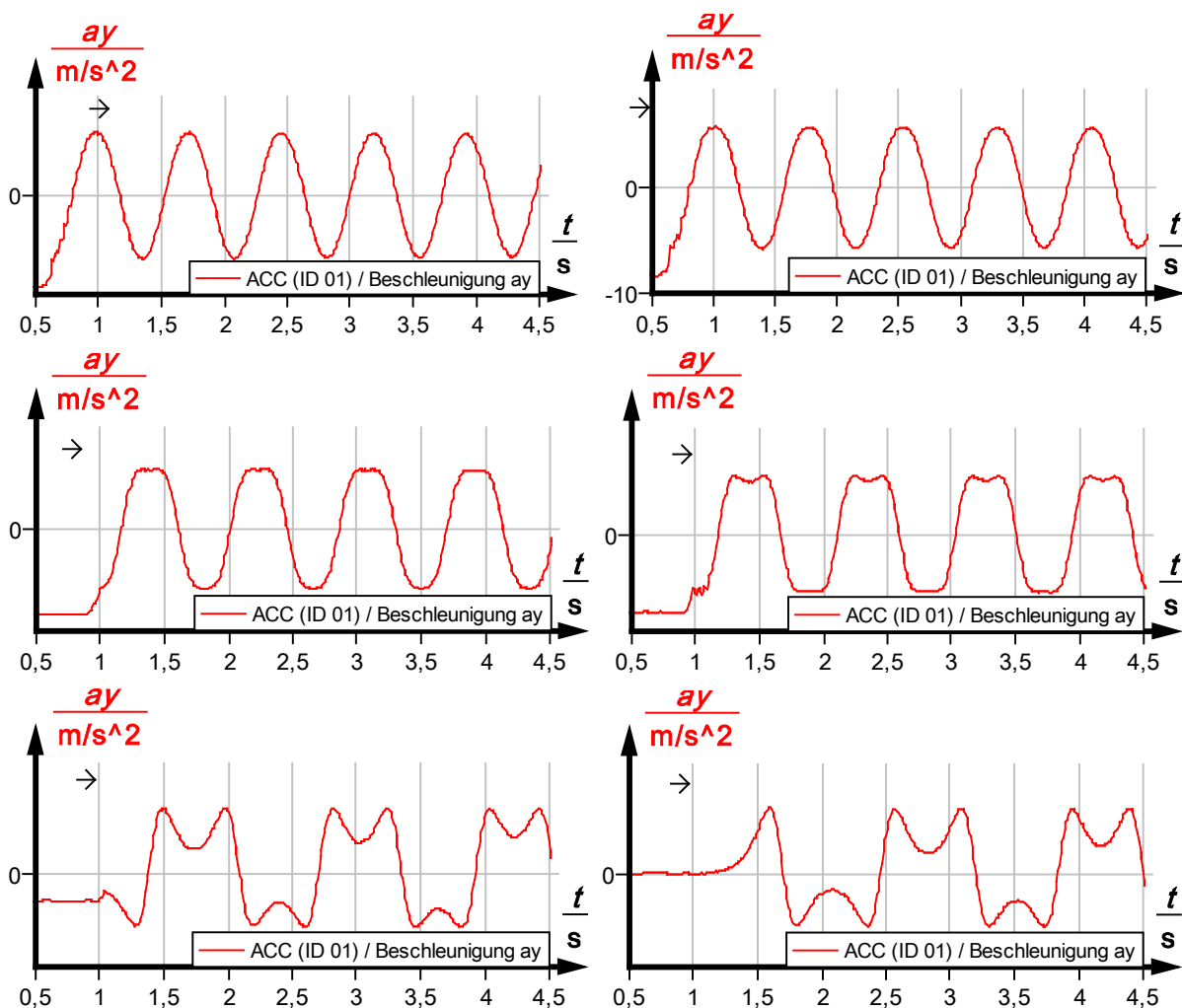


Abbildung 72: Fouriertransformation

Eine andere, für die Schule nur bedingt geeignete, Methode die Periodendauer zu bestimmen, ist die Fourieranalyse . Abbildung 72 zeigt die Fouriertransformierte der Beschleunigung aus Abbildung 71. Durch die Peakanalyse  kann die Spitze in der Frequenz automatisch gefunden und beschriftet werden. Das Ergebnis deckt sich gut mit dem Resultat durch das Vermessen-Werkzeug:  $1/(1,395 \text{ Hz}) \approx 0,72 \text{ s}$ .

Als Nächstes kann der Verlauf der Beschleunigung für verschiedene, große Auslenkungen verglichen werden. Abbildung 73 zeigt eine Übersicht von verschiedenen Auslenkungen. Bei Auslenkwinkeln  $\varphi_0 > 180^\circ$  ergibt sich der gleiche Verlauf wie bei  $360^\circ - \varphi_0$  nur mit entgegengesetztem Vorzeichen, da  $\sin(360 - x) = -\sin(x)$ .

Abbildung 73: Tangentialbeschleunigung für verschiedene Auslenkwinkel in *measure*

Man erkennt nach einer kurzen Einschwingphase einen periodischen Verlauf, der mit zunehmendem Auslenkwinkel von dem einer Sinusfunktion abweicht. Außerdem kann festgestellt werden, dass auch die Periodendauer nicht konstant ist, sondern zunimmt.

Zur weiteren Auswertung kann in einem Modellbildungsprogramm die Bewegung des Beschleunigungssensors als mathematisches Pendel simuliert werden. Zunächst muss dazu die reduzierte Pendellänge bestimmt werden. Aus der Periodendauer eines mathematischen Pendels für kleine Winkel  $T_0 = 2\pi\sqrt{l_{red}/g}$  folgt mit der Periodendauer  $T_0$  von oben  $l_{red} = (T_0/2\pi)^2 \cdot g = (0,72 \text{ Hz}/2\pi)^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,129 \text{ m}$ . Für die Modellierung der Pendelbewegung kann mit diesem Ergebnis die rücktreibende Kraft  $F_R = -m \cdot g \cdot \sin(\varphi)$  des mathematischen Pendels verwendet werden. Der Auslenkwinkel  $\varphi$  ergibt sich mit dem zurückgelegten Weg  $s$  aus  $\varphi = s/l_{red}$ .

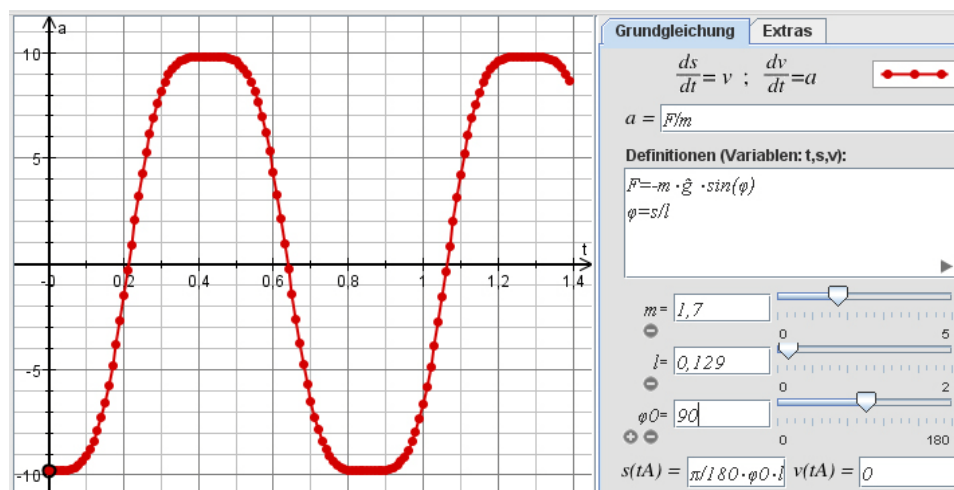


Abbildung 74: Numerisch berechnete Tangentialbeschleunigung für  $\varphi_0=90^\circ$  in *Newton-II*

Mit den obigen Definitionen muss in *Newton-II* der Startwert  $s(tA) = \varphi_0 \cdot l$  gesetzt werden, wobei  $\varphi_0$  durch einen Schieberegler zwischen  $0$  und  $180^\circ$  variiert werden kann. Abbildung 74 zeigt die so erhaltene Beschleunigung für  $\varphi_0 = 90^\circ$ . Der Verlauf deckt sich bis auf die Amplitude gut mit der gemessenen Beschleunigung in Abbildung 73. Die Periodendauer der aufgenommenen Schwingung wurde in *measure* zu  $T(90^\circ) = 0,85 \text{ s}$  bestimmt, was ebenfalls gut mit der simulierten Schwingung übereinstimmt.

Für Auslenkungen  $\varphi_0 > 90^\circ$  tritt ein Effekt auf, der mit dem bisherigen Modell nicht erklärt werden kann. Beobachtet man das Pendel über mehrere Perioden, wie in Abbildung 75, dann fällt auf, dass der Verlauf nicht vollkommen periodisch ist.

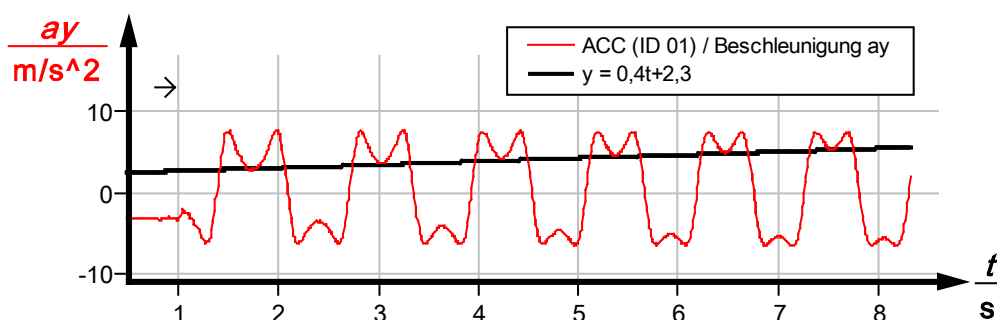


Abbildung 75: Im Gegensatz zur Simulation zeigt das reale Pendel einen nicht periodischen Verlauf

Die Extrema, die der Beschleunigung an den Umkehrpunkten entsprechen, wandern nach außen und die Amplitude, die der Beschleunigung bei  $\varphi = 90^\circ$  entsprechen, bleiben gleich. Dieses Resultat kann durch die Hinzunahme einer geschwindigkeitsabhängigen Reibungskraft beschrieben werden.

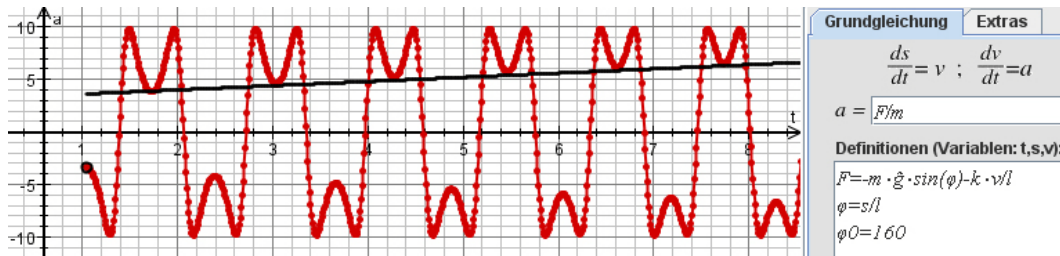


Abbildung 76: Beschleunigungsverlauf mit einer geschwindigkeitsabhängigen Reibung in *Newton-II*

Durch eine zusätzliche Kraft  $-k \cdot \dot{\varphi}$  wird diese Reibung modelliert und durch den Parameter  $k$  an die gemessene Beschleunigung angepasst. Das Ergebnis zeigt Abbildung 76, wobei zum besseren Vergleich mit Abbildung 75 eine Gerade mit gleicher Steigung eingezeichnet wurde. Mit Hilfe dieses Ansatzes ist es nun auch möglich, einen Überschlag des Pendels zu modellieren. Gemessen wurde ein Überschlag aus  $180^\circ$  Auslenkung mit einer kleinen Startgeschwindigkeit. Dabei führt das Pendel zunächst einige volle Umdrehungen aus, bis es schließlich durch die Reibung zu einer gedämpften Schwingung wechselt. Einen Vergleich zwischen Messung und Modellbildung zeigt Abbildung 77. Man erkennt, dass bei der richtigen Wahl der empfindlichen Parameter dieses Modell gut geeignet ist, die Pendelbewegung zu beschreiben.

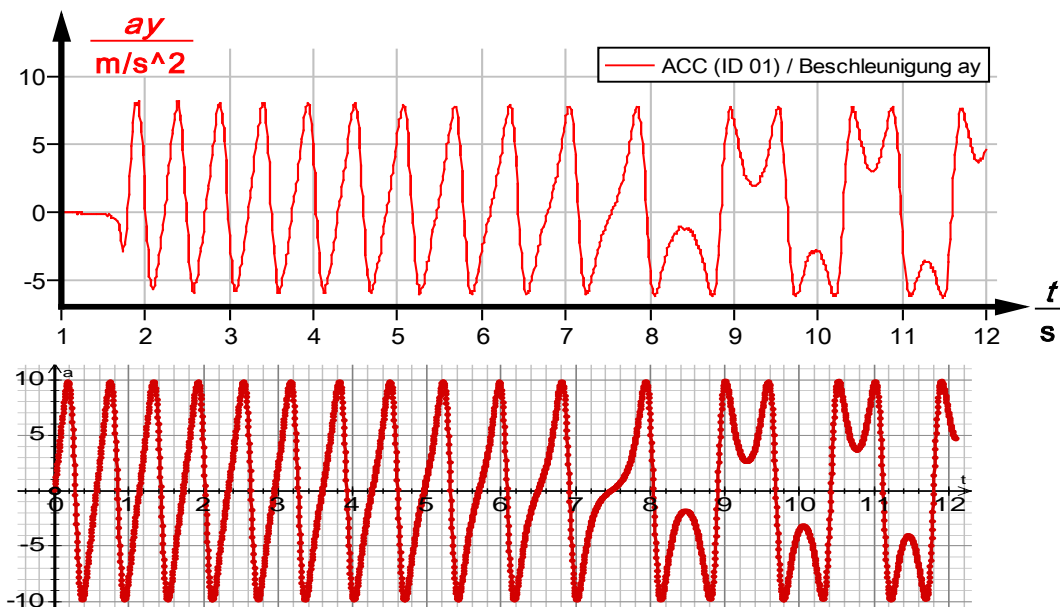
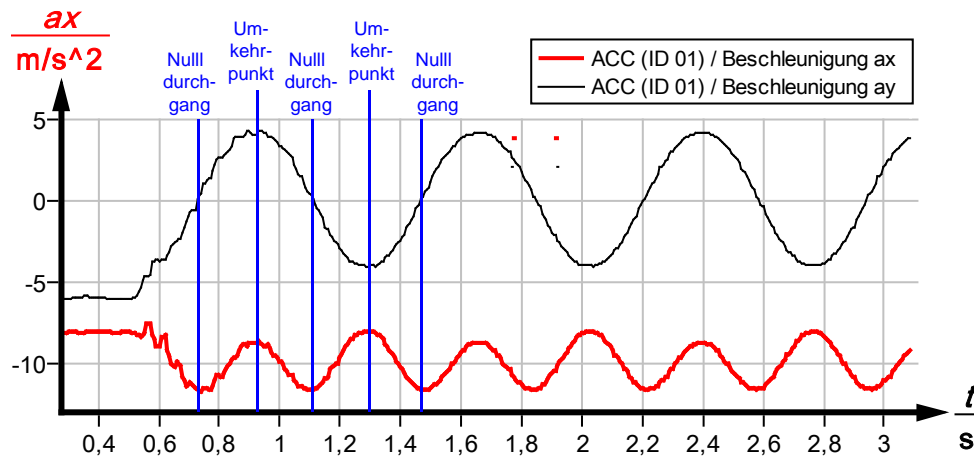


Abbildung 77: Gemessener Überschlag des Pendels in *measure* (oben) und zugehörige Simulation in *Newton-II* (unten)

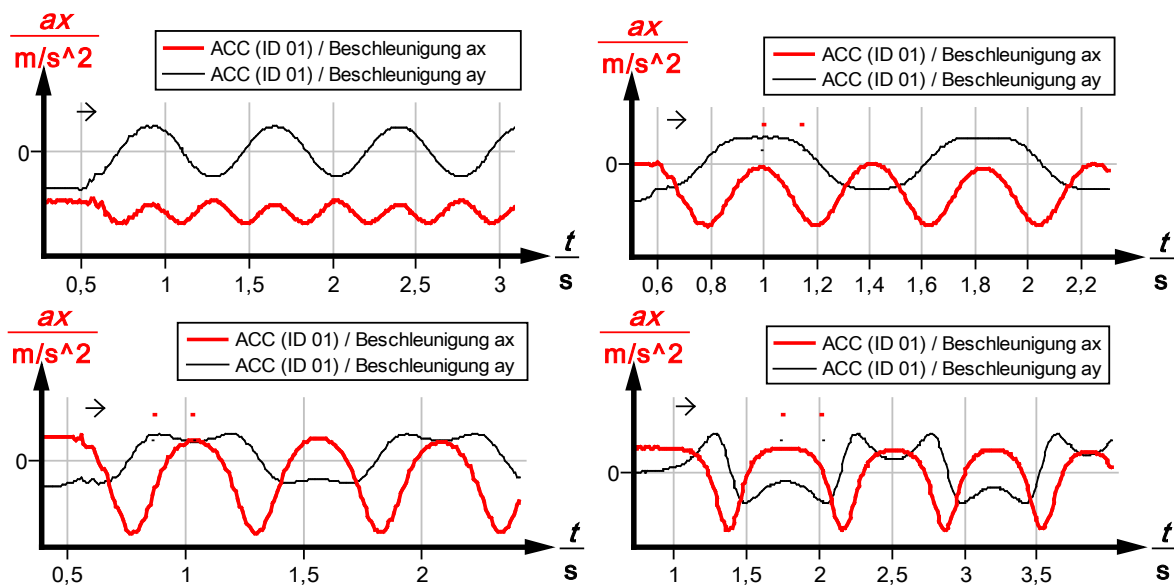
Bisher wurde nur die tangentielle Komponente der Beschleunigung betrachtet. Durch den verwendeten Aufbau zeigt auch immer eine Achse des Sensors in radiale Richtung, sodass

zusätzlich leicht die Radialbeschleunigung gemessen und diskutiert werden kann. Abbildung 78 zeigt den Verlauf der Radialbeschleunigung für einen Auslenkwinkel von  $\varphi_0 = 45^\circ$ .



**Abbildung 78:** Radialbeschleunigung (rot) und Tangentialbeschleunigung (schwarz) für den Auslenkwinkel  $\varphi_0 = 45^\circ$  in *measure*

Ihre Frequenz beträgt das doppelte der Tangentialbeschleunigungsfrequenz. Im tiefsten Punkt, dem Nulldurchgang, wechselt die Tangentialbeschleunigung das Vorzeichen, der Geschwindigkeitsbetrag ist dort maximal und auch der Betrag der Radialbeschleunigung nimmt sein Maximum an. An den Umkehrpunkten des Pendels ist der Betrag der Radialbeschleunigung jeweils minimal. Also durchläuft die Radialbeschleunigung zwischen zwei Umkehrpunkten eine ganze Periode, was aber nur einer halben Periode der Tangentialbeschleunigung entspricht. Der Verlauf der Radialbeschleunigung ist in Abbildung 79 für die Auslenkwinkel  $\varphi_0 \in \{45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 90^\circ\}$  gegenübergestellt. Zum Vergleich ist im Hintergrund (schwarz) die Tangentialbeschleunigung eingezeichnet.



**Abbildung 79:** Radialbeschleunigung für verschiedene Auslenkwinkel in *measure*

Auch der Verlauf der Radialbeschleunigung ist für kleine Auslenkwinkel zunächst sinusförmig, weicht aber für große Auslenkungen stark davon ab.

Um die Radialbeschleunigung im Detail nachvollziehen zu können, kann diese wieder in einem entsprechenden Programm modelliert werden. Dabei sind zwei Ursachen der gemessenen Radialbeschleunigung zu beachten. Zum Einen entsteht sie wie auch die Tangentialbeschleunigung aus einem winkelabhängigen Anteil der Erdbeschleunigung. Zum Anderen wirkt auf den Sensor aufgrund der Bewegung auf einer Kreisbahn eine Zentripetalbeschleunigung, wie sie in Abschnitt 4.2.8 bereits diskutiert wurde. Aus subjektiver Sicht des mitbewegten Sensors wirkt diese Beschleunigung nach außen, sodass sich die beiden Anteile beim Durchgang durch die Ruhelage addieren. Für die gesamte Radialbeschleunigung gilt daher  $a_x = -v_y^2/r - a_{g,x}$  und aus geometrischen Überlegungen folgt analog zur Tangentialbeschleunigung  $a_x = -v_y^2/r - g \cdot \cos(\varphi)$ , wobei  $r$  den Abstand zwischen Drehpunkt und Ort der Beschleunigungsmessung bezeichnet. Dieser Parameter ist hauptsächlich für die Amplitude der Radialbeschleunigung verantwortlich und leider unbekannt. Für die Modellierung kann er genutzt werden, um das Modell an die gemessenen Werte anzupassen. Das Ergebnis einer solchen Modellierung mit *Newton-II* zeigt Abbildung 80. Dazu wurde ein dreidimensionales Projekt angelegt und als Kraft in y-Richtung der oben erarbeitete Ansatz  $F_y = -m \cdot g \cdot \sin(\varphi) - k \cdot v_y/l$  für die Tangentialbeschleunigung eingesetzt. Ein Vergleich mit der Messung in Abbildung 79 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Messung.

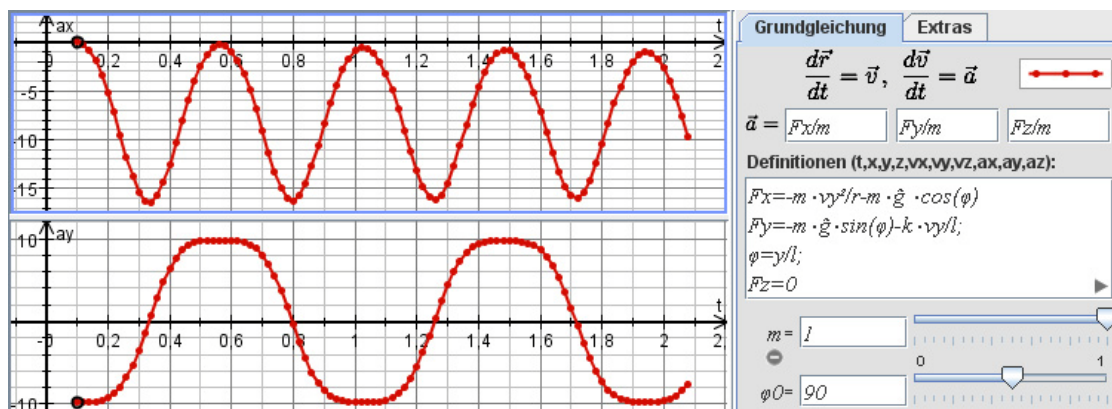
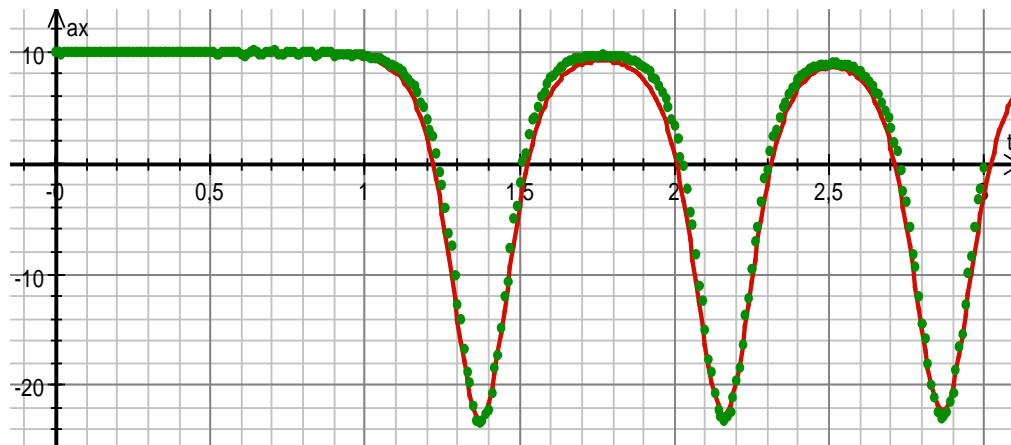


Abbildung 80: Simulation der Radialbeschleunigung für  $\varphi_0=90^\circ$  in *Newton-II*

Mit *Newton-II* ist es auch möglich, die gemessenen Daten zusammen mit der Simulation anzeigen zu lassen. Dafür ist leider ein Umweg über eine Tabellenkalkulation notwendig, da das Programm die Werte in Spalten mit der festen Reihenfolge  $t, x, y, z, v_x, \dots, a_z$  benötigt. Die Messwerte müssen also in *measure* exportiert und in einer Tabellenkalkulation leere Spalten eingefügt werden. Über die Zwischenablage können die Daten dann in *Newton-II* unter Extras in eine Tabelle für Vergleichswerte eingefügt werden. Durch die Parameter reduzierte Pendellänge  $l$  ( $\rightarrow$  Frequenz), Abstand  $r$  ( $\rightarrow$  Amplitude) und Reibungskoeffizient  $k$  ( $\rightarrow$  Dämpfung) kann das Modell an die Messwerte angepasst werden. Für die Auslenkung  $\varphi_0 = 180^\circ$

zeigt Abbildung 81 ein solches Modell. Man kann erkennen, dass sich auch die Modellierung der Radialbeschleunigung sehr gut mit den Ergebnissen der Messungen deckt.



**Abbildung 81:** Radialbeschleunigung für  $\varphi_0=180^\circ$  gemessen (grün) und modelliert (rot) in *Newton-II*

Die Radialbeschleunigung wird in vielen Ausführungen zum Stabpendel nicht betrachtet, obwohl sie durchaus praktische Relevanz besitzt. Die Radialkraft  $F_x = m \cdot a_x$  entspricht gerade der Kraft, die auf den Aufhängepunkt eines Pendels mit Masse  $m$  wirkt. Eine Beschränkung auf die Tangentialbeschleunigung ist auch deswegen nicht sinnvoll, da so die Fehlvorstellung gefördert wird, die Gesamtbeschleunigung sei stets tangential gerichtet. Diese ungünstige Reduktion findet sich sogar in Universitätslehrbüchern (Reusch et al., 2000, S. 349). Wie bei der Behandlung der Kreisbewegung in Abschnitt 4.2.8 bereits erläutert wurde, ist aber für eine Bewegung auf einem Kreisbogen auch ein Beschleunigungsanteil in radialer Richtung notwendig. Um die Fehlvorstellung, dass die gesamte Beschleunigung stets tangential gerichtet ist, zu vermeiden, sollte bei der Versuchsdurchführung auch auf die radiale Komponente der Beschleunigung eingegangen werden.

### ***Vorteil der Funkübertragung***

Der Versuchsaufbau mit dem Beschleunigungssensor vereinfacht frühere Anordnungen erheblich (siehe Heuer, 1993, S. 7). Bei HEUER wurde zudem erst die Bahngeschwindigkeit gemessen und daraus die Tangentialbeschleunigung berechnet. Die Beschleunigung ist besonders interessant, da sie für eine Kraft steht und daher leicht verstehbar ist. Außerdem weicht sie am stärksten von einem sinusförmigen Verlauf ab. Bei einer Videoanalyse eines solchen Pendels erhält man den Ort und somit die Beschleunigung in den Raumrichtungen, was dem Problem nicht angemessen ist. Die zuvor berechneten Beschleunigungswerte müssten also umständlich weiter verrechnet werden.

Besonderheit der Funkübertragung ist, dass die Beschleunigung bei Überschlagen direkt untersucht werden kann, da sich das Kabel eines mitgeführten Sensors um die Aufhängung wickeln würde. Durch diese Vorteile ist auch eine einfache und schnelle Durchführung dieses Experiments in der Schule möglich.



### 4.2.10 Das dritte newtonsche Gesetz

Es ist schon länger bekannt, dass Vorstellungen von Schülern zum Begriff „Kraft“ teilweise im Widerspruch zu den physikalischen Vorstellungen stehen, was insbesondere auch für die Aussage des dritten newtonschen Gesetzes gilt (Schecker, 1985, S. 393–394). Leider gibt es in Schulbüchern nur wenige unterschiedliche Experimente zum dritten Gesetz von Newton (Wilhelm et al., 2004, S. 17). Ein geeigneter Versuch ist mit zwei Schülern auf zwei Skateboards, wobei ein Schüler den anderen aktiv an einem Seil heranziehen soll, während der andere das Seil nur passiv festhält. Es gibt auch verschiedene Varianten dieses Versuches, bei denen Fahrtische oder Bürostühle verwendet werden (Grehn et al., 1998, S. 50). Allerdings tritt bei der Durchführung dieser Versuche häufig das Problem auf, dass an beiden „Fahrzeugen“ unterschiedliche Reibungskräfte wirken, sodass sich keine gleichen Geschwindigkeitsbeträge einstellen und die Schüler sich nicht in der Mitte treffen. Außerdem wird nur die Ortsänderung deutlich, aber nicht die Beschleunigung. Aus diesem Grund wurde der Versuch auf einer Luftkissenfahrbahn nachgebaut, wodurch eine quantitative Behandlung zur Erarbeitung des dritten newtonschen Gesetzes möglich wird (Wilhelm et al., 2004, S. 18). Eine Untersuchung von Wilhelm verdeutlicht, dass Schüler, die in einem speziellen Unterrichtskonzept mit Zuhilfenahme unter anderem dieses Versuches unterrichtet wurden, mehr Verständnis für das dritte newtonsche Gesetz zeigen als konventionell unterrichtete Klassen (Wilhelm et al., 2004, S. 21).

Zur Beschleunigungsmessung an den beiden Gleitern sind zwei Beschleunigungssensoren und entsprechend zwei Funkmodule nötig. Da mit den *Pasport*-Sensoren nur die Verwendung eines einzelnen *AirLinks* möglich ist, kann dieser Versuch nur mit den Funksensoren von *Phywe* durchgeführt werden.

#### Aufbau

Zunächst müssen zwei Gleiter für die Luftkissenfahrbahn vorbereitet werden. Diese übernehmen die Rolle der Skateboards und werden durch einen Faden verbunden. Den fertigen Aufbau zeigt Abbildung 82.

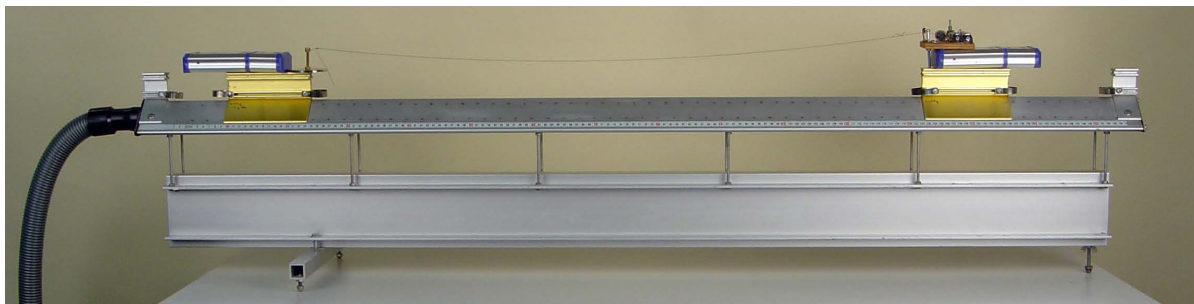


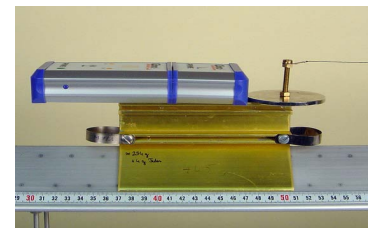
Abbildung 82: Versuchsaufbau zum dritten newtonschen Gesetz mit *Cobra4*-Sensoren

Auf einem der Gleiter wird eine Holzplatte mit einem Kleinmotor angebracht, um den Faden, der zwischen den beiden Gleitern gespannt ist, aufzuwickeln. Dafür befinden sich auf der

Grundplatte auch eine Führungsöse für den Faden, ein Schalter und zwei AA-Batterien als Spannungsquelle. Durch den Schalter kann geregelt werden, ob die Spannung einer Batterie (1,5 V) oder beider Batterien (3 V) am Motor anliegt, um verschiedene Zugkräfte zu realisieren. Damit der Schwerpunkt in etwa in der Mitte des Gleiters bleibt, was vor allem bei Stößen wichtig ist, wurde die Holzplatte über dem Beschleunigungssensor angebracht. Zur Befestigung der Sensoren wurde wieder das 3M-Dual-Lock Rastsystem verwendet. Auf dem zweiten Gleiter in Abbildung 84 wurde neben dem Sensor ein Zusatzgewicht befestigt, das der Masse der Holzplatte auf dem ersten Gleiter entspricht, sodass beide Luftkissengleiter in Abbildung 82 dieselbe Masse haben. Damit die Achsen der beiden Sensoren die gleiche Orientierung haben, sollten sie in gleicher Richtung zeigend auf die Fahrbahn gesetzt werden. Darauf kann aber auch verzichtet werden, da ein Beschleunigungskanal als „Virtueller Kanal“ oder nach der Messung in der Kanalumwandlung invertiert werden kann.



**Abbildung 83:** Kleinmotor auf einem Luftkissengleiter



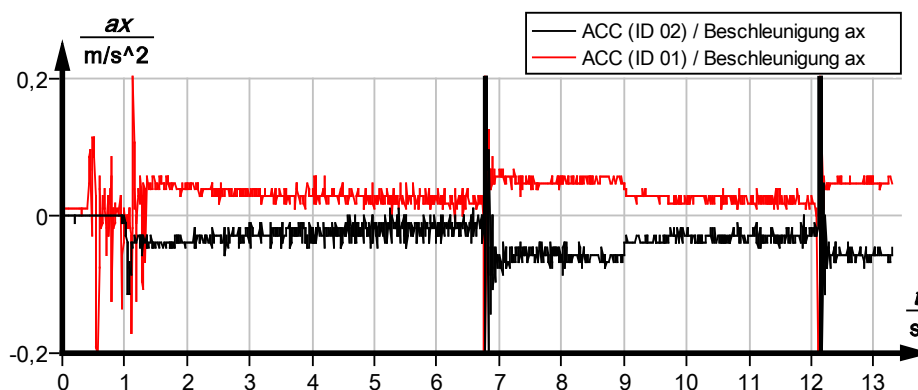
**Abbildung 84:** Gleiter 2 mit Sensor und Ausgleichsgewicht

### Einstellungen und Durchführung


Da die auftretenden Beschleunigungen sehr klein sind, sollte als Messbereich  $-20 \dots +20 \text{ m/s}^2$  verwendet werden. Nach dem die Luftkissenfahrbahn waagrecht ausgerichtet wurde, werden die Sensoren tariert. Zur Übersichtlichkeit sollten die zwei nicht benötigten Messkanäle pro Sensor deaktiviert werden. Die Messung kann für die beiden möglichen Schalterstellungen des Motors durchgeführt werden.

### Auswertung

Der gemessene Verlauf ist in Abbildung 85 dargestellt. Es fällt auf, dass der Graph stark „verrauscht“ ist. Dieses Rauschen kann sowohl durch die Funktionsweise der Luftkissenfahrbahn, als auch durch die Messauflösung des Sensors verursacht werden.



**Abbildung 85:** Gemessene Beschleunigungen der beiden Luftkissengleiter bei 1,5 V am Motor

Man erkennt, dass die beiden Beschleunigungen in etwa achsensymmetrisch verlaufen, allerdings erschwert das Rauschen den direkten Vergleich. Die Ausschläge in den ersten 1,3 s sind Schwankungen der Gleiter durch das Einschalten des Motors. Bei den Zeitpunkten  $t = 6,7$  s und  $t = 12,1$  s stoßen die beiden Gleiter aufeinander. Um das Rauschen zu vermindern, gibt es in *measure* das Werkzeug „Glätten“ . Problematisch am Glätten eines gemessenen Graphes, ist die subjektive Einschätzung, wann dadurch physikalisch wichtige Informationen verloren gehen. Im Folgenden wurden die Messwerte „schwach“ das heißt mit Stufe 2 von 21 geglättet. Das Ergebnis ist in Abbildung 86 dargestellt. Man sieht, dass sich beide Gleiter mit betragsmäßig gleichen Beschleunigungen aber entgegengesetztem Vorzeichen bewegen. In Abbildung 87 wurde einer der Messkanäle an der Zeitachse gespiegelt, damit die beiden Graphen besser verglichen werden können. Die Beschleunigungen stimmen auch in kleineren Details (zum Beispiel bei  $t \approx 4$  s) überein.

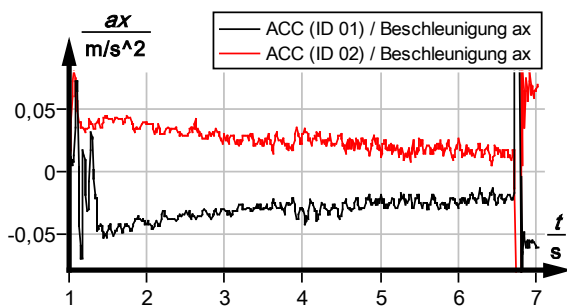


Abbildung 86: Schwach geglätteter Ausschnitt aus Abbildung 85

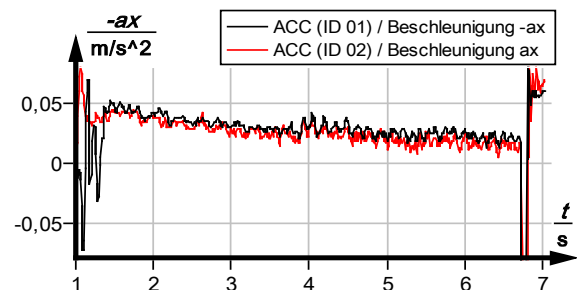


Abbildung 87: Vergleich der Beschleunigungen durch Invertieren eines Messkanals

Zu Beginn der Bewegung werden die Gleiter mit circa  $|a_x| = 0,04$  m/s<sup>2</sup> beschleunigt und kurz vor dem ersten Zusammenstoß ist die Beschleunigung auf  $|a_x| = 0,02$  m/s<sup>2</sup> gefallen. Dieser Abfall der Zugkraft lässt sich durch das zunehmende Tempo der Gleiter und der damit verbunden zunehmenden Drehzahl des Motors erklären, denn bei einer höheren Drehzahl verringert sich die Zugkraft des Gleichstrommotors.

Des Weiteren kann auch der Beschleunigungsverlauf zwischen zwei Stößen betrachtet werden. Nach dem ersten Stoß bewegen sich die beiden Gleiter zunächst mit betragsgleichen Beschleunigungen auseinander und werden vom Motor abgebremst. Nach  $t = 8,4$  s bewegen sie sich mit gegengleichen Beschleunigungen wieder aufeinander zu.

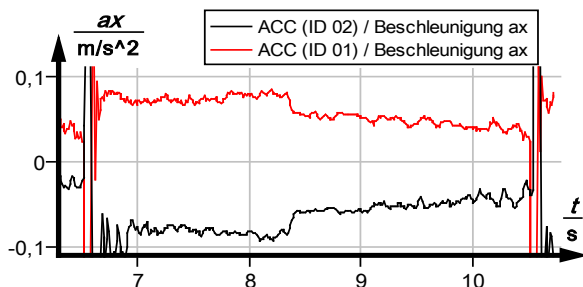


Abbildung 88: Schwach geglättete Beschleunigungen zwischen zwei Stößen bei 3 V am Motor

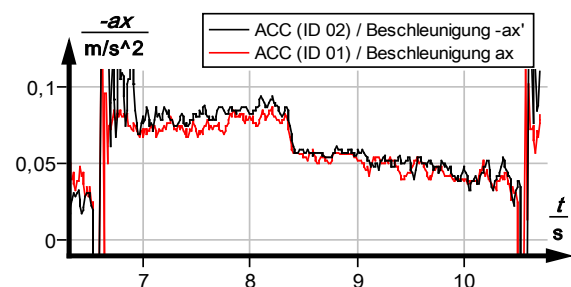


Abbildung 89: Vergleich der beiden Beschleunigungen nach dem ersten Stoß aus Abbildung 88

Es fällt auf, dass die Beschleunigungen beim auseinander Fahren betragsmäßig größer sind, als in der zweiten Phase, in der die Gleiter sich wieder aufeinander zu bewegen. Einerseits wirkt die Reibung in der ersten Phase in Richtung der Zugkraft und in der zweiten Phase ihr entgegen. Andererseits ist auch die Zugkraft des Motors in der ersten Phase, in der er gegen seine Drehmomentrichtung gedreht wird, größer als in der zweiten Phase, in der er sich in Richtung seines Drehmoments bewegt.

### ***Vorteil der Funkübertragung***

Der bisher von WILHELM verwendete Versuchsaufbau machte eine komplizierte Führung verschiedener Fäden notwendig, weil damit auch die Bewegung der Gleiter zu feststehenden Sensoren außerhalb der Luftkissenfahrbahn geführt wurde (Wilhelm et al., 2004, S. 20). Durch die Verwendung von Funksensoren ist nun auch eine direkte Messung der Beschleunigung der Luftkissengleiter möglich, wobei in diesem Versuch die Auflösungsgrenze der *Cobra4*-Sensoren erreicht wird. Der Aufwand zur Versuchsvorbereitung verkleinert sich durch die Funkübertragung erheblich. Bei der Alternative der Ultraschallsensoren wird didaktisch ungeschickter der Ort gemessen, aus dem die Beschleunigung berechnet wird. Zudem ist es nicht bei jedem Messwerterfassungssystem möglich, zwei Ultraschallsensoren gegeneinander aufzustellen.

### **4.2.11 Beschleunigungen beim (Modell-)Autofahren**

Eine Beschleunigungsmessung an einem ferngesteuerten Spielzeugauto kann auf verschiedene Weisen im Physikunterricht eingesetzt werden. Zum einen kann eine Analyse der Beschleunigung bei verschiedenen Bewegungsabläufen genutzt werden, um zu erkennen, dass Anfahren bzw. Abbremsen mit Beschleunigungen in bzw. gegen die Fahrtrichtung verbunden sind und dass eine Kurvenfahrt mit einer Beschleunigung in radialer Richtung verbunden ist. So können auch quantitative Untersuchungen der Kreisbewegung wie in Abschnitt 4.2.8 motiviert werden. Andererseits kann die Bewegungsanalyse eingesetzt werden, um qualitative Aussagen über Beschleunigungen beim Autofahren zu gewinnen, zum Beispiel im Profilbereich „Transport und Verkehr“ des bayerischen G8-Lehrplans. Vor allem bei der Betrachtung der Zusammenhänge zwischen maximalen Beschleunigungen und der Haftreibung zwischen Boden und Rädern, wie sie der Kamm'sche Kreis beschreibt (siehe Risch, 2002), können Versuche mit einem Spielzeugauto fahrphysikalische Überlegungen unterstützen oder auch vertiefen.



**Abbildung 90:** Verwendetes Modellauto mit Beschleunigungssensor

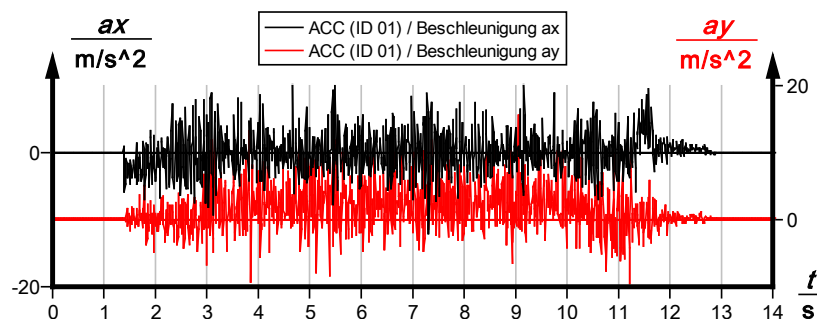
### ***Aufbau, Einstellungen und Durchführung***

Für diesen Versuch wird ein funkgesteuertes Modellauto wie in Abbildung 90 benötigt. Der Beschleunigungssensor kann wieder mit dem *3M-Dual-Lock* Rastsystem befestigt werden.


Die Fahrstrecke sollte möglichst waagrecht verlaufen, da sonst auch die Erdbeschleunigung in den Bewegungsrichtungen gemessen wird. Durch die Mitbewegung des Sensors sind die Messachsen wieder tangential beziehungsweise radial zur Bahnkurve des Autos. Als Messbereich wurde  $-20 \dots 20 \text{ m/s}^2$  gewählt und der Sensor tariert. Es können verschiedene Bewegungen wie Anfahren, Abbremsen, Kurvenfahrten oder ein Slalom untersucht werden.

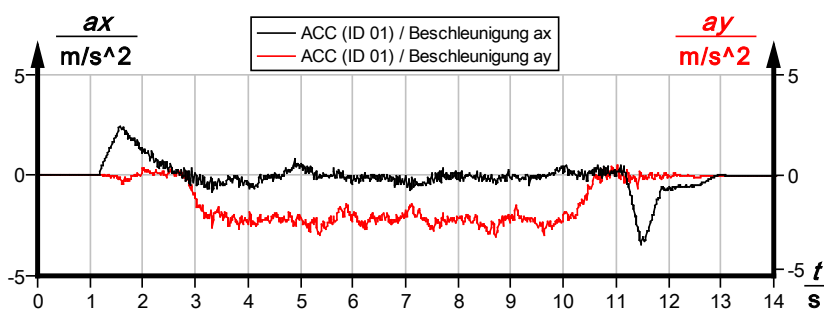
### Auswertung

Bei dem verwendeten Modellauto sind die Messwerte durch starke Störungen überlagert. Grund dafür sind sowohl Vibrationen durch den Motor als auch durch den Untergrund, da das Modellauto nicht gefedert ist. Abbildung 91 zeigt die gemessene Beschleunigung für eine Kurvenfahrt mit dem Modellauto. Das Rauschen macht eine Interpretation des Verlaufs fast unmöglich.



**Abbildung 91:** Tangentialbeschleunigung ( $a_x$ , schwarz) und Radialbeschleunigung ( $a_y$ , rot) bei einer Kurvenfahrt

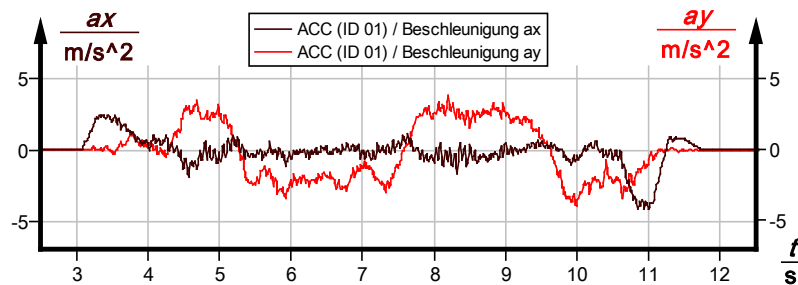
Wie in Abschnitt 4.2.10 werden die Messkanäle mit dem Glätten-Werkzeug  in *measure* geglättet. Dadurch werden besonders die störenden hochfrequenten Anteile bereinigt. Der so berechnete und invertierte Verlauf der Kurvenfahrt ist in Abbildung 92 dargestellt. Bis  $t = 3 \text{ s}$  wird das Tempo erhöht, dann die Lenkung bis  $t = 10,6 \text{ s}$  voll eingeschlagen und danach das Auto wieder abgebremst.



**Abbildung 92:** Geglättete, invertierte Beschleunigungen aus Abbildung 91

In Abbildung 92 kann man gut erkennen, dass die Tangentialbeschleunigung während der ersten Phase ( $t \leq 2,9 \text{ s}$ ) positiv und die Radialbeschleunigung in etwa null ist. Während der Kreisbewegung ( $2,9 \text{ s} \leq t \leq 10,6 \text{ s}$ ) ist dagegen die Tangentialbeschleunigung annähernd konstant null und die Radialbeschleunigung negativ. In der dritten Phase ab  $t = 10,1 \text{ s}$  geht

die Radialbeschleunigung wieder auf null zurück, das Modellauto fährt wieder geradeaus und wird kurz darauf abgebremst.



**Abbildung 93:** Tangentialbeschleunigung (schwarz) und Radialbeschleunigung (rot) bei einer Kurvenfahrt mit abwechselnder Richtung

Abbildung 93 zeigt die Beschleunigungen des Autos bei einer Kurvenfahrt, wobei das Auto abwechselnd nach rechts und links gelenkt wurde. Nach dem das Tempo zwischen  $t = 3$  s und  $t = 4$  s erhöht wurde, verschwindet die Tangentialbeschleunigung bis auf kleinere Störungen beim Richtungswechsel. Man erkennt zwischen  $t = 4$  s und  $t = 11$  s vier Plateaus der Radialbeschleunigung, die den vier gefahrenen Kurven entsprechen. Die unterschiedlichen Richtungen (Krümmungen) der Kurven spiegeln sich in den abwechselnden Vorzeichen der Radialbeschleunigung wieder. Zum Zeitpunkt  $t = 10,6$  s wurde der Antrieb des Modellautos abgeschaltet, aber die Räderstellung beibehalten. Dadurch ergibt sich ein negativer Ausschlag der Tangentialbeschleunigung und durch den kleiner werdenden Geschwindigkeitsbetrag geht auch die Radialbeschleunigung auf null zurück.

Leider konnte das verwendete Modellauto nicht mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsbeträgen gesteuert werden, sodass entsprechende Abhängigkeiten nicht weiter untersucht werden konnten. Denkbar sind auch Versuche zur Auswirkung der Haftreibung, die unter anderem zu unterschiedlichen Kurvenradien bei Vollgas führt. Verschiedene Haftreibungskräfte können durch verschiedene Bodenbeläge wie PVC oder Teppich verwirklicht werden.

### ***Vorteil Funkübertragung***

Die Bewegungsanalyse eines ferngesteuerten Autos ist durch mitbewegte kabelgebundene Sensoren nur über einen kleinen Radius möglich, zudem darf das Kabel die Fahrstrecke bei Kreisfahrten nicht behindern. Eine Messung mit Ultraschall- oder Lasersensoren ist bei zweidimensionalen Bewegungen nicht möglich. Eine Videoanalyse ist zwar prinzipiell geeignet, aber eine geeignete Kameraposition ist nur umständlich zu realisieren beziehungsweise erlaubt ebenfalls nur einen kleinen Bewegungsradius.



### 4.2.12 Bewegungen aus dem Alltag - Gehen, Laufen, Fahrradfahren

Durch die direkte Beschleunigungsmessung können auch Bewegungen aus dem alltäglichen Leben wie Gehen, Springen und Fahrradfahren analysiert werden. WILHELM et al. betonten hierzu, dass es wichtig ist, auch reale Situationen im Physikunterricht zu thematisieren, um „die ihnen zugrunde liegenden physikalischen Strukturen zu erkennen bzw. wiederzuerkennen, anstatt nur idealisierte Versuchssituationen theoretisch zu betrachten“ (Wilhelm et al., 1997, S. 2). Nach HOFFMANN und HACKER sind direkte Beschleunigungsmessungen besser geeignet, um viele Bewegungen aus dem Alltag zu untersuchen, als Analysen mit Speichenrädern oder Videoaufzeichnungen. Vor allem schnelle Beschleunigungsänderungen konnten bisher im Physikunterricht nicht untersucht werden (Hoffmann et al., 2003, S. 1). MIKELSKIS-SEIFERT benutzte einen Beschleunigungssensor zur Untersuchung von Bewegungsvorgängen, die auf den menschlichen Körper bezogen sind und erwartet von der Verwendung von Beschleunigungssensoren einen Beitrag zur Attraktivitätssteigerung des Mechanikunterrichts (Mikelskis-Seifert et al., 2006, S. 1). Durch die Möglichkeit der Funkübertragung lassen sich noch einfacher Bewegungsvorgänge des Alltags im Unterricht untersuchen, da kein Kabel die Bewegung stört, das ein Unfallrisiko darstellt oder den Bewegungsradius einschränkt.

#### Aufbau und Durchführung 1 - Beschleunigungen beim Gehen (Prinzip Schrittzähler)

Bereits eine so selbstverständliche Bewegung wie das Gehen und die damit verbundenen Bewegungsabläufe sind sehr komplex. Zunächst muss klar sein, welche Einzelbewegung untersucht werden soll, da der Körperschwerpunkt eine andere Beschleunigung erfährt als beispielsweise der Fußbereich. Abbildung 94 zeigt den *Cobra4*-Sensor, der mit einem Klettband am Unterschenkel befestigt wurde. So kann die Beschleunigung an dieser Stelle für mehrere Schritte untersucht werden. Vor der Messung sollten alle Messkanäle tariert werden.



Abbildung 94: *Cobra4*-Sensor am Unterschenkel befestigt

#### Auswertung 1

Der Graph der Beschleunigung  $a_x$  ist für sechs Schritte in Abbildung 95 dargestellt. Man erkennt einen charakteristischen Verlauf für einen Schritt, der sich periodisch wiederholt.

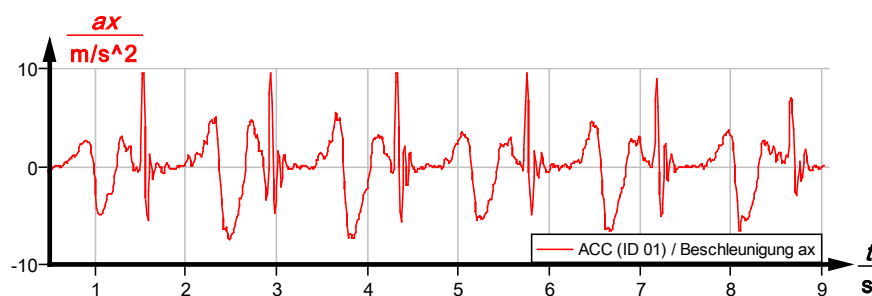
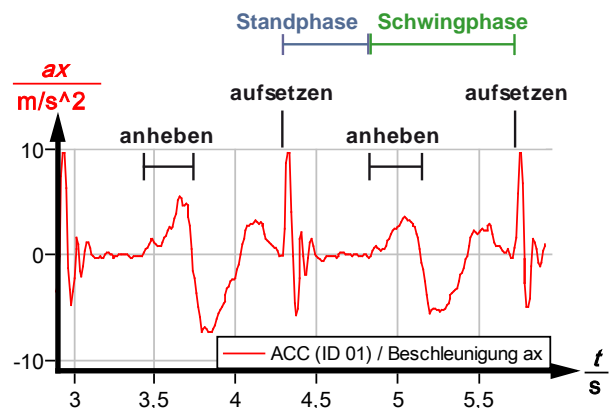
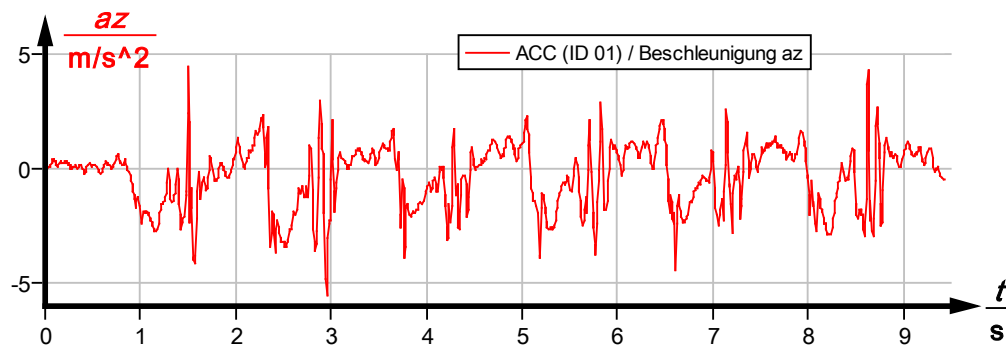


Abbildung 95: Invertierte Beschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung (nach oben) für sechs Schritte

Der charakteristische Verlauf für einen Schritt kann in eine „Standphase“ und eine „Schwingphase“ eingeteilt werden, siehe Abbildung 96. Die Standphase beginnt mit dem Aufsetzen und dauert bis zum Abheben des Fußes. Entsprechend beginnt die Schwingphase, wenn der Fuß abhebt und endet, wenn er wieder aufsetzt. Aus der Dauer der Standphase und dem Amplitudenverlauf während der Schwingphase lassen sich Rückschlüsse auf die Schrittlänge und Geschwindigkeit gewinnen. Diese Methode wird in modernen „Schrittzählern“ benutzt, um die Momentangeschwindigkeit und die zurückgelegte Entfernung beim Joggen oder Walken zu berechnen. Der Hersteller *Dynastream* eines solchen Systems gibt die Genauigkeit der Entfernungsmessung mit 99 % an, falls der Sensor auf die individuelle Gangart und den Untergrund geeicht wird.<sup>5</sup>



**Abbildung 96:** Detailaufnahme aus Abbildung 95 (Beschleunigung nach oben)



**Abbildung 97:** Beschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung (nach innen) für die sechs Schritte aus Abbildung 95

In Abbildung 97 ist der Graph der Beschleunigung in z-Richtung (senkrecht zur Bewegungsrichtung nach innen) dargestellt. Der Verlauf ist ebenfalls periodisch, sodass man die sechs Schritte wiedererkennen kann. Für den Fußwechsel bei jedem Schritt muss das Gewicht abwechselnd von einem Fuß auf den anderen verlagert werden, dazu ist eine Beschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung mit wechselndem Vorzeichen nötig.

Im Vergleich zu  $a_x$  und  $a_z$  ist der Verlauf der Beschleunigung in Bewegungsrichtung nur wenig aussagekräftig.

Dieser Versuch ist gut geeignet, um typische Bewegungen von Schülern zu analysieren. Durch die Verbindung der direkten Erfahrungswelt mit den physikalischen Konzepten Geschwindigkeit und Beschleunigung können eventuelle Fehler in den Vorstellungen von Schülern erkannt und gegebenenfalls berichtigt werden. Darüber hinaus wird durch diesen

<sup>5</sup> Quelle: [http://www.dynastream.com/datafiles/SpeedMax%20White%20Paper%20v4\\_1.pdf](http://www.dynastream.com/datafiles/SpeedMax%20White%20Paper%20v4_1.pdf)

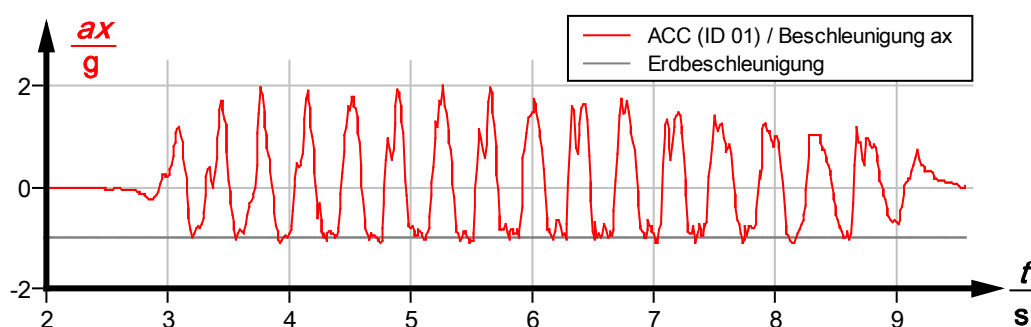
Versuch die Funktionsweise moderner „Schrittzähler“, die in Wirklichkeit mehr als nur Schritte zählen, deutlich gemacht. Analog zu diesem Experiment kann auch das Springen mit einem Beschleunigungssensor untersucht werden (Mikelskis-Seifert et al., 2006, S. 4-5) oder es kann die dämpfenden Eigenschaften von verschiedenen Schuhen verglichen werden.

### *Aufbau und Durchführung 2 - Beschleunigungen beim Laufen*

Während beim Gehen immer ein Fuß Kontakt mit dem Untergrund hat, befinden sich beim Laufen beide Füße über eine bestimmte Zeitspanne in der Luft. Diese Tatsache kann durch eine Beschleunigungsmessung näher untersucht werden. Für einen entsprechenden Versuch wird der Sensor in der Nähe des Schwerpunktes befestigt, zum Beispiel an einem Gürtel. Mit dem Sensor wird nun eine kurze Strecke von etwa 10 m gerannt. Die Messkanäle werden vor der Messung wieder tariert.

### *Auswertung 2*

Der Graph der Beschleunigung in x-Richtung während des Laufens ist in Abbildung 98 dargestellt, wobei die x-Achse wieder senkrecht zur Bewegungsrichtung nach oben zeigte. Zu Beginn zwischen  $t = 2,7$  s und  $t = 2,9$  s ist die Beschleunigung kurz negativ, was durch das leichte Anwinkeln der Knie vor dem ersten Schritt erklärt werden kann. Danach wird der Schwerpunkt mit circa 1 g nach oben beschleunigt. Nach jedem Abstoßen mit positiver Beschleunigung sinkt die Beschleunigung auf etwa -1 g, der Körper befindet sich also im freien Fall, bis der nächste Fuß aufsetzt und den Körper wieder abstößt. Die Zeitspanne, in der sich beide Füße in der Luft befinden, wird deshalb auch Flugphase genannt. Durch die lockere Befestigung am Gürtel werden die Beschleunigungen beim Aufsetzen der Füße gedämpft. Es kann also durch diesen Versuch keine Aussage über den tatsächlichen maximalen Beschleunigungsbetrag gemacht werden.

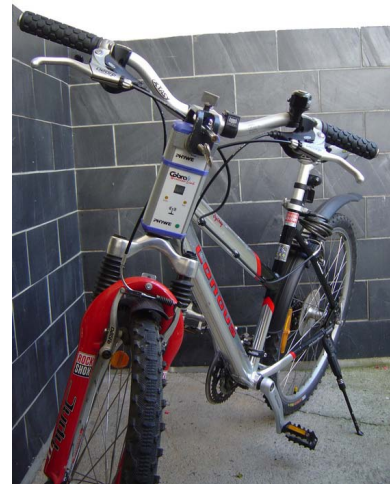


**Abbildung 98:** Invertierte Beschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung (nach oben) beim Laufen

Die maximale Beschleunigung ist ein direktes Maß für die Belastung von Skelett und Muskulatur. In Abbildung 98 liegt der maximale Betrag bereits bei rund 2 g, der tatsächliche Beschleunigungsbetrag ist noch größer. Im Vergleich dazu beträgt die maximale Beschleunigung beim Gehen nur circa 1 g, siehe Abbildung 96. Aus diesem Grund gilt „Walking“ als weniger belastende Alternative zum Laufen.

### Aufbau und Durchführung 3 - Beschleunigungen beim Fahrradfahren

Eine weitere Alltagssituation, die im Physikunterricht analysiert werden kann, ist das Fahrradfahren. Einerseits können durch Beschleunigungsmessungen wie beim Gehen und Laufen die Bewegungsabläufe des menschlichen Körpers untersucht werden. Andererseits können zum Beispiel durch Anfahr- und Abbremsvorgänge mechanische Gesetzmäßigkeiten erforscht werden. WILHELM et al. benutzten zum Beispiel Bewegungsanalysen von Abbremsvorgängen mit unterschiedlicher Bremskraft, um die Proportionalität zwischen Kraft und Beschleunigung zu bestätigen (Wilhelm et al., 1997, S. 5-6).



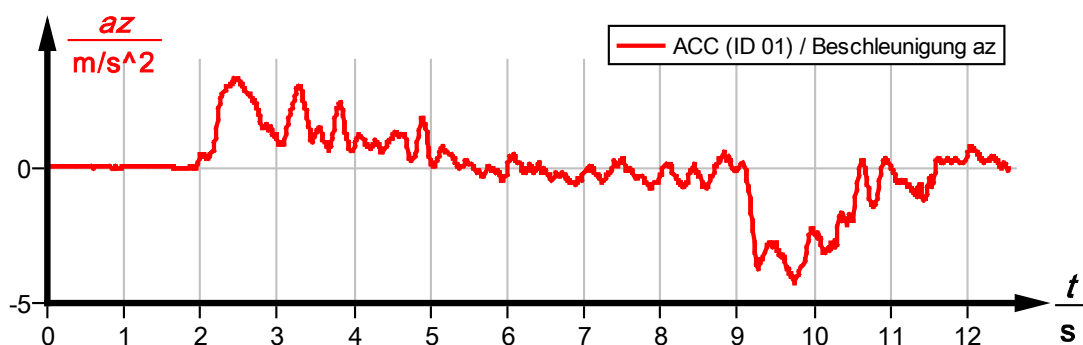
**Abbildung 99:** Bewegungsanalyse beim Fahrradfahren mit *Cobra4*-Beschleunigungssensor

Der Beschleunigungssensor kann wie in Abbildung 99 mittels einer Klemme am Fahrrad befestigt werden. Der Ort, an dem der Sensor angebracht werden sollte, richtet sich nach den Vorgängen, die untersucht werden. Die Federung dämpft die Bewegung und kann die Beschleunigungsmessung daher verfälschen. Die Dämpfung durch Reifen und Federgabel kann aber auch gezielt thematisiert und untersucht werden (Mikelskis-Seifert et al., 2006, S. 2).

Exemplarisch wurde im Folgenden eine Slalomfahrt analysiert. Dabei wird das Tempo des Fahrrads zunächst erhöht. Dann werden Kurven mit wechselnder Richtung gefahren und am Ende das Fahrrad wieder abgebremst. Der Untergrund sollte möglichst eben sein, um Fehler durch unterschiedliche Beiträge der Erdbeschleunigung in den gemessenen Beschleunigungsrichtungen zu vermeiden.

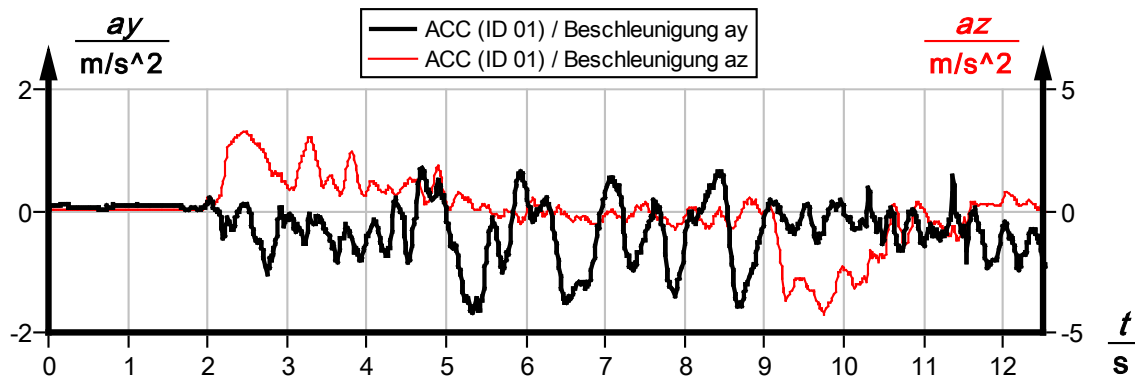
### Auswertung 3

Abbildung 100 zeigt den Beschleunigungsverlauf in Vorwärtsrichtung bei einer Slalomfahrt mit dem Fahrrad. Durch ein leichtes Dehnen bzw. Stauchen der Federgabel beim Anfahren bzw. Abbremsen und durch die Schräglage bei der Kurvenfahrt entsprechen die gemessenen Beschleunigungen nur näherungsweise den tatsächlichen Beschleunigungen in den jeweiligen Richtungen. Der gemessene Verlauf stimmt aber gut mit den Erwartungen für eine Anfahr- und Abbremsbewegung überein.



**Abbildung 100:** Beschleunigung in Fahrtrichtung bei einer Slalomfahrt mit dem Fahrrad

Von  $t = 2,0$  s bis  $t = 5,0$  s wird das Tempo durch Pedaltritte erhöht. Durch die ungleichmäßige Krafteinwirkung beim Treten ergeben sich Spitzen in der Beschleunigung. Ab  $t = 5,0$  s wurde das Fahrrad nicht mehr mit den Pedalen beschleunigt und bis  $t = 9,1$  s wurden Kurven in abwechselnder Richtung gefahren. Die tangentielle Beschleunigung ist in diesem Intervall ungefähr null. Anschließend wurde das Fahrrad mit den Bremsen zum Stillstand gebracht.



**Abbildung 101:** Beschleunigung senkrecht zur Fahrtrichtung (schwarz) und in Fahrtrichtung (rot)

In Abbildung 101 ist zusätzlich die Beschleunigung senkrecht zur Fahrtrichtung eingezeichnet. Man erkennt deutlich die wechselnde Richtung der Radialbeschleunigung während der Slalomfahrt zwischen  $t = 4,5$  s und  $t = 9,1$  s. Vor der Kurvenfahrt sind ebenfalls Schwankungen in der gemessenen Beschleunigung zu erkennen. Diese sind auf Verkippungen des Fahrrads und damit des Sensors während des Tretens zurückzuführen. Die Werte schwanken nicht um null, da der Sensor bei leichter Schräglage im Stehen tariert wurde. Da der Beschleunigungssensor im statischen Fall die Erdbeschleunigung misst, ergeben sich die Messwerte aus der Lage des Sensors im Raum - also aus der Neigung des Fahrrads - und der tatsächlichen Beschleunigung.

### ***Vorteile der Funkübertragung***

Auch bei der Untersuchung von Bewegungsvorgängen aus dem Alltag ist die Funkübertragung von Vorteil. Zum einen würde ein kabelgebundener Beschleunigungssensor den Bewegungsradius beim Laufen und Fahrradfahren stark einschränken. Andererseits stellt ein Kabel bei Aktivitäten von Schülern auch immer ein Unfallrisiko dar. Im Vergleich zu einer Analyse von Alltagsbewegungen mit einem feststehenden Bewegungssensor vereinfachen sich Aufbau und Durchführung durch einen Funkbeschleunigungssensor. Mit Ultraschall- oder Laserentfernungsmesser können nur eindimensionale Bewegungen aufgenommen werden. Ähnliche Bewegungen sind nur durch eine Videoanalyse erfassbar, hierfür ist aber eine entsprechende Kameraposition notwendig und die Beschleunigung muss aus der Ortsänderung berechnet werden (siehe MÜCK, 2009, S. 14, 22). Dabei ist die Radialbeschleunigung beim Kurvenfahren mit dem Fahrrad nur erfassbar, wenn hierfür die Kamera über der Fahrstrecke angebracht wird.



### 4.3 Experimente mit Temperatur- und Kraftsensor

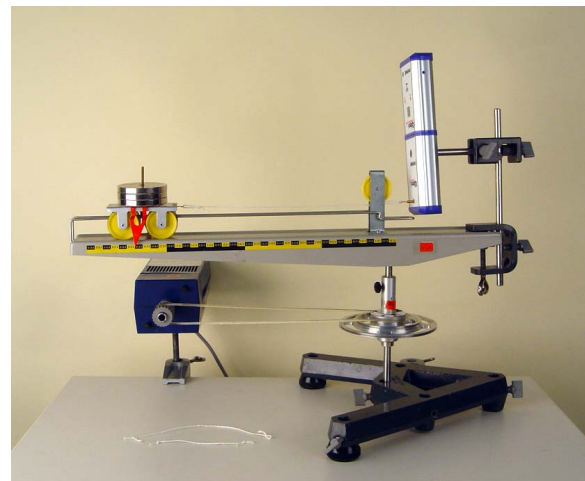
Neben den bisher betrachteten Experimenten mit dem Beschleunigungssensor können die Vorteile der Funkübertragung aus Kapitel 4.1 auch bei Messungen anderer physikalischer Größen ausgenutzt werden. Die Möglichkeit in abgeschlossenen Systemen zu messen, ist vor allem bei der Erfassung von Temperatur- und Druckverläufen von großem Nutzen. Bei Kraftmessungen ist die Bewegungsfreiheit der Funksensoren von großem Vorteil, insbesondere bei Experimenten zur Zentripetalkraft.

#### 4.3.1 Kraftsensor: Einflussgrößen der Zentripetalkraft

Die Untersuchung der Abhängigkeiten der Zentripetalkraft  $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$  ist ein wichtiges Experiment in der Mechanik. Ebenso wie bei den Experimenten mit dem Beschleunigungssensor in 4.2.8 bietet die Funkübertragung gerade bei Drehbewegungen große Vorteile. Konventionelle Versuchsaufbauten zur Messung der Zentripetalkraft führen die Kraft meist mittels eines Fadens zu feststehenden Messgeräten außerhalb (siehe Grehn et al., 1998, S. 54). Dabei ist eine spezielle Aufhängung notwendig, um das Verdrillen des Fadens während der Drehung zu verhindern. Wird zur Messwertaufnahme ein Federkraftmesser verwendet, kommt es außerdem aufgrund der Ausdehnung der Feder bei größeren Geschwindigkeitsbeträgen auch zu einem größeren Bahnradius. Daher ist eine Untersuchung der Zentripetalkraft unter Variation des Radius oder der Winkelgeschwindigkeit bei gleichzeitigem Festhalten der anderen Größe nur umständlich möglich. Bei der Verwendung eines Kraftsensors mit Dehnungsmessstreifen kann diese Ausdehnung vernachlässigt werden und die Durchführung vereinfacht sich. Werden zur Kraftmessung Funksensoren benutzt, vereinfacht sich zusätzlich der Versuchsaufbau, da auf eine äußere Fixierung des Sensors verzichtet werden kann (siehe Abbildung 105).

#### *Aufbau und Durchführung*

Es können drei Versuche durchgeführt werden, um Variationen der drei Einflussgrößen Radius, Masse und Winkelgeschwindigkeit zu untersuchen. Hierbei werden jeweils die anderen beiden Größen konstant gehalten. Zur Untersuchung der Abhängigkeit von Radius und Masse wird die Winkelgeschwindigkeit mit einem Experimentiermotor konstant gehalten. Der Versuch kann gemäß Abbildung 102 aufgebaut werden. Der quadratische Zusammenhang zwischen Zentripetalbeschleunigung und dem



**Abbildung 102:** Zentripetalkraftgerät mit Experimentiermotor und Cobra4-Kraftsensor



Betrag der Geschwindigkeit wurde bereits in Abschnitt 4.2.8 experimentell bestätigt und kann auch für die Zentripetalkraft analog gezeigt werden. Im Folgenden wird der Radius  $r$  variiert, indem verschiedene Fäden mit unterschiedlicher Länge bei gleicher Motordrehzahl und gleicher Masse verwendet werden. Die Masse  $m$  kann anschließend bei festem Radius durch Auflegen von Gewichtsstücken verändert werden.

### Auswertung

Für jeden Radius würde man für eine feste Winkelgeschwindigkeit auch eine konstante Zentripetalkraft erwarten. Da die Anordnung aber nur sehr schwer exakt horizontal ausgerichtet werden kann, schwankt die Kraft leicht um einen Mittelwert. Der Graph für zwei Radien ist in Abbildung 103 dargestellt. Die Schwankungen betragen circa 0,1 N.

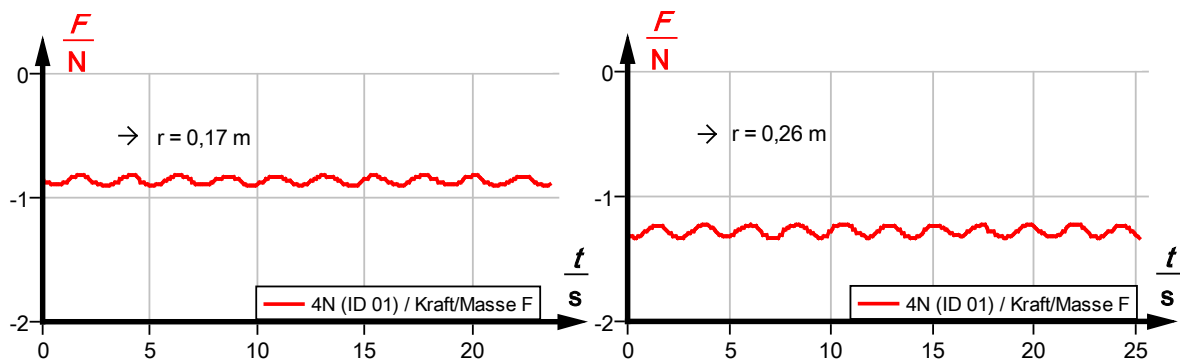



Abbildung 103: Zentripetalkraft für zwei verschiedene Radien in *measure*

Um den tatsächlichen Wert der Zentripetalkraft zu erhalten, kann in *measure* der Mittelwert  berechnet und in eine Tabelle eingetragen werden.

$F_Z$ in N	0,461	0,863	1,277	1,705
$r$ in m	0,09	0,17	0,26	0,33
$F_Z/r$ in N/m	5,12	5,08	4,91	5,17

Um die Abhängigkeit vom Radius zu untersuchen, kann der Quotient  $F_Z/r$  betrachtet werden oder die Mittelwerte können grafisch aufgetragen werden, siehe Abbildung 104.

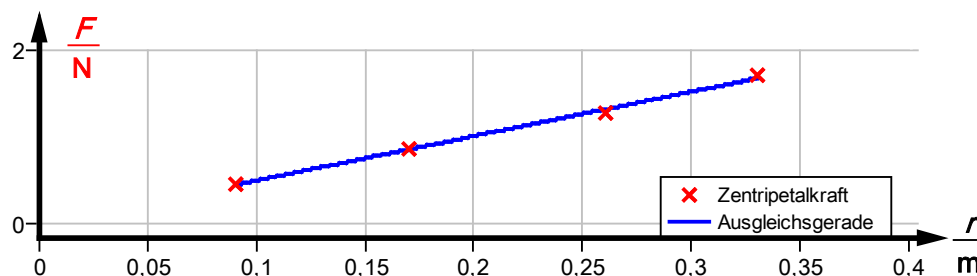


Abbildung 104: Zentripetalkraft in Abhängigkeit des Radius

Es ist erkennbar, dass die Zentripetalkraft linear mit dem Radius steigt. Analog kann die Beziehung zwischen Zentripetalkraft und Masse untersucht werden, wobei sich ebenfalls ein proportionaler Zusammenhang ergibt. Wird zusätzlich die Geschwindigkeit gemessen, kann analog zu Abschnitt 4.2.8 die Kraft in Abhängigkeit der Geschwindigkeit untersucht werden.

### *Vorteile der Funkübertragung*

Dadurch, dass der Funksensor direkt auf den Dreharm montiert werden kann, wird der Versuchsaufbau übersichtlicher und einfacher, wie Abbildung 105 verdeutlicht. Es ist deutlich weniger Stativmaterial notwendig und da sich der Kraftsensor mitbewegt verdrillt auch der Faden nicht mehr.



**Abbildung 105:** Vergleich zwischen kabelgebundenen Kraftsensor (links) und Funksensor (rechts)

### **4.3.2 Temperatursensor: Unterkühltes Wasser – Tripelpunkt von Wasser**

Durch einen Temperatursensor können Vorgänge in einer Vakuummotte quantitativ untersucht werden. Ein mögliches Experiment hierzu ist die Erfassung der Temperatur einer Wasserprobe, während der Druck im Rezipienten abgesenkt wird. Aufgrund der Druckabnahme kann kurzzeitig das Sieden des Wassers beobachtet werden und somit die Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Umgebungsdruck experimentell gefunden oder bestätigt werden.

Während des Abpumpens kühlt das Wasser ab, auch wenn man das Gefäß thermisch isoliert aufstellt. Die Abkühlung kann auf den entweichenden Wasserdampf und der zum Verdunsten nötigen Wärme zurückgeführt werden. Durch diesen Versuchsteil kann das Prinzip der Verdunstungskühlung experimentell vorgeführt werden, das den Abtransport der latenten Wärme ausnutzt.

Lässt man die Vakuumpumpe ausreichend lange laufen, kann das Wasser bis unterhalb seines Gefrierpunktes abkühlen. Wird zusätzlich der Druck mit einem Druckfunktensor oder einem analogen Manometer gemessen, kann dadurch der Tripelpunkt des Wassers bestimmt werden, der beim Phasenübergang des unterkühlten Wassers erreicht wird (Kuhn, 2004, S. 106–107).



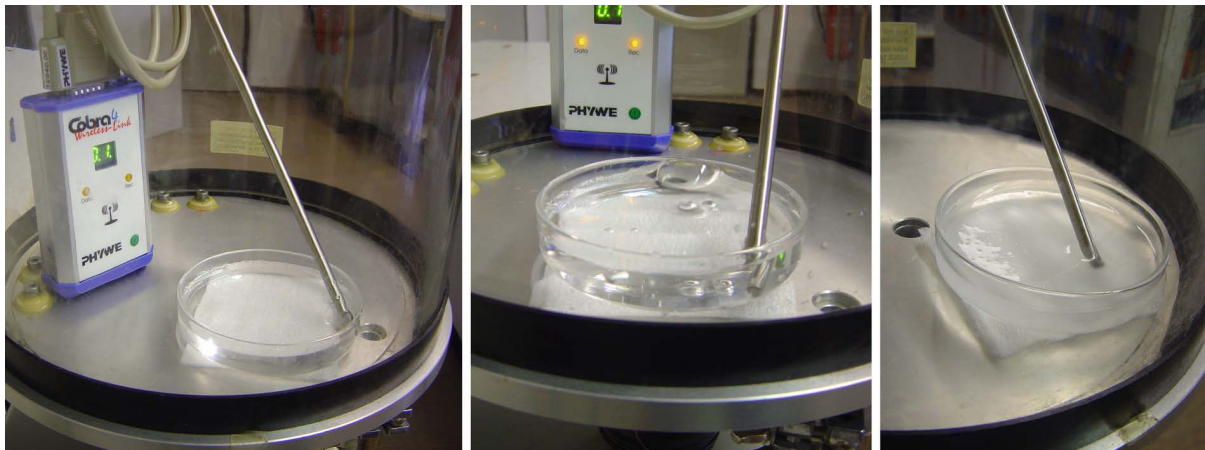
**Abbildung 106:** Versuchsaufbau zur Temperaturmessung im Rezipienten mit dem Cobra4 Temperatursensor

### *Aufbau und Einstellungen*

Im Rezipienten wird eine kleine Menge Wasser mit Raum- oder Leitungstemperatur zum Beispiel in einer Petrischale aufgestellt. Das Gefäß sollte eine große Oberfläche haben, damit mehr Wasser verdunsten kann, und thermisch vom Metallboden isoliert werden. Wie in Abbildung 106 und 107 wird zur Temperaturmessung ein Fühler eines Temperatursensors in die Flüssigkeit gestellt. Um den Temperaturverlauf schon während der Messung besser verfolgen zu können, sollte die Anzeige auf den hier interessanten Bereich von etwa  $-7$  bis  $25\text{ °C}$  eingeschränkt werden.

### *Auswertung*

Durch die Druckabnahme im Rezipienten kann nach einer gewissen Zeit (abhängig von der Ausgangstemperatur des Wassers) beobachtet werden, dass das Wasser zu sieden beginnt, siehe Abbildung 107 (Mitte). Hier kann also festgestellt werden, dass die Siedetemperatur von Wasser vom jeweiligen Umgebungsdruck abhängt. Allgemein siedet eine Flüssigkeit, wenn ihr Dampfdruck den Umgebungsdruck erreicht hat oder wie hier der Umgebungsdruck auf den Dampfdruck der Flüssigkeit abgesunken ist. Dieser Dampf- oder Sättigungsdruck hängt (exponentiell) von der Temperatur der Flüssigkeit ab (Harten, 2005, S. 175).



**Abbildung 107:** Das Wasser im Rezipienten (links) erreicht im Versuchsverlauf die Dampfdruckkurve und beginnt zu sieden (Mitte). Durch die Abkühlung kommt es zur Unterkühlung und zum schlagartigen Gefrieren der Wasseroberfläche (rechts).

Die für den Phasenübergang beim Sieden nötige Energie (Verdampfungswärme) wird dem Wasser entzogen, sodass es abkühlt. Der entstehende Wasserdampf wird durch die Pumpe abgeführt. Auch wenn das Wasser nicht mehr siedet, verdunstet es teilweise und durch den Abtransport des Wasserdampfs wird verhindert, dass sich ein neues Phasengleichgewicht einstellt. So können größere Flüssigkeitsmengen verdunsten und das Wasser kühlt bis unterhalb von  $0\text{ °C}$  ab. Abbildung 108 zeigt einen zugehörigen Temperaturverlauf. Das zunächst  $21,5\text{ °C}$  warme Wasser kühlt während des Abpumpens innerhalb 30 min auf circa  $-4,4\text{ °C}$  ab und gefriert dann schlagartig, wobei die Temperatur wieder auf  $0\text{ °C}$  zurückgeht. Die Temperatur steigt wieder, da durch die Kristallisation des Wassers latente Wärme entsprechend der Schmelzwärme frei wird, siehe Abbildung 108.

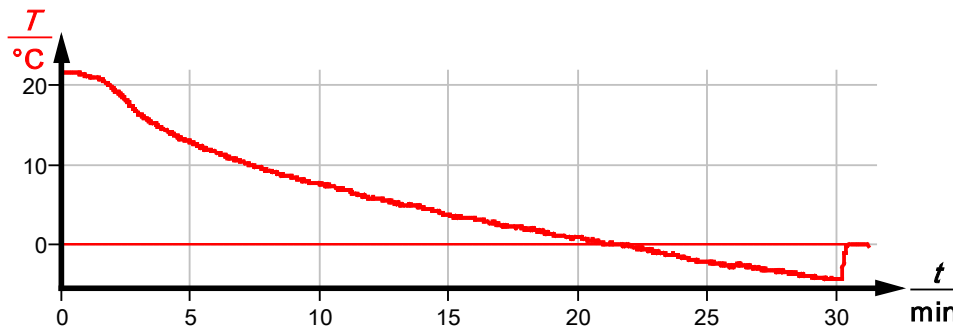


Abbildung 108: Temperaturverlauf des Wassers im in der Vakuumglocke während des Abpumpens

Durch die frei werdende Wärme gefriert nicht die gesamte Wassermenge, sondern es bildet sich ein breiiges Eis-Wasser-Gemisch. Durch eine kurze Rechnung kann der Massenanteil des entstehenden Eises bestimmt werden. Bei der Kristallisation von Wasser mit der Masse  $m_{Eis}$  wird die Energie  $\Delta E_{ab} = m_{Eis} \cdot s_E$  frei, hierbei bezeichnet  $s_E = 333,5 \text{ J/K}$  die spezifische Schmelzenergie von Eis. Dadurch erhöht sich die Temperatur des verbleibenden Wassers  $m_W$  um die Temperatur  $\Delta\vartheta$  gemäß  $\Delta E_{ab} = \Delta E_{auf} = m_W \cdot c \cdot \Delta\vartheta$  mit der spezifischen Wärmekapazität  $c = 4,18 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$  von Wasser. Hieraus folgt  $\frac{m_{Eis}}{m_W} = \frac{c \cdot \Delta\vartheta}{s_E} = 0,0125 \frac{1}{\text{K}} \cdot \Delta\vartheta$ . In unserem Fall ist  $\Delta\vartheta = 4,4 \text{ K}$  und daher beträgt der Eisanteil am entstehenden Eis-Wasser Gemisch nur rund 5,5 %. Damit eine Wasserprobe komplett schlagartig erstarrt, müsste das Wasser auf  $-80 \text{ °C}$  unterkühlt werden. Aus diesem Grund unterscheidet man unterkühltes von hyperkühltem Wasser, je nach dem ob die Temperatur über oder unter  $-80 \text{ °C}$  liegt (Auerbach, 1998, S. 395).

Wird zusätzlich zur Temperatur der Druck gemessen, kann durch dieses Experiment auch der Tripelpunkt von Wasser bestimmt werden. Der Tripelpunkt eines thermodynamischen Systems ist ein Punkt im  $(p-T)$ -Phasendiagramm, an dem drei Phasen im Gleichgewicht sind. Das heißt die Mengenverhältnisse von Eis, flüssigen Wasser und Wasserdampf ändern sich in diesem Punkt nicht, da sich die wechselseitigen Phasenübergänge gerade aufheben. Der Tripelpunkt von Wasser ist deshalb interessant, weil er die Grundlage der Definition der Kelvin-Skala bildet.

Beim schlagartigen Gefrieren des unterkühlten Wassers steigen Dampfdruck und Temperatur auf 6,5 hPa und  $0 \text{ °C}$ , dem Tripelpunkt von Wasser. Das Wasser gefriert weiter und sobald die gesamte Menge gefroren ist, fallen Druck und Temperatur wieder (Kuhn, 2004, S. 107).

### Vorteile der Funkübertragung

Durch die Funksensoren kann sehr leicht die Temperatur im Rezipienten gemessen werden. Eine kontinuierliche Messung ist mit ihnen auch in Vakuumsystemen ohne Kabeldurchführung, die für das Aufrechterhalten des Vakuums problematisch ist, möglich. Bei solchen Systemen war bisher nur eine Messung mit herkömmlichen Thermometern möglich, die durch das Glas abgelesen werden mussten. Durch die lange Versuchsdauer ist eine computer-gestützte Messwerterfassung aber sehr sinnvoll.

### 4.3.3 Der Mpemba-Effekt

Der Mpemba-Effekt beschreibt das Phänomen, dass warmes Wasser schneller gefriert als anfänglich kälteres Wasser. Obwohl dieser Effekt zunächst paradox erscheint, wurde er in zahlreichen Experimenten beobachtet und bereits von Aristoteles, Francis Bacon und Descartes diskutiert (Jeng, 2006, S. 514). Dieses Phänomen wird seit neuerer Zeit nach dem tansanischen Schüler MPEMBA benannt, durch dessen Experimente der Effekt wieder in die wissenschaftliche Diskussion zurückgeführt wurde. JENG macht deutlich, dass der Mpemba-Effekt gut geeignet ist, um wichtige Aspekte wissenschaftlicher Arbeitsweisen zu beschreiben, wie die gegenseitige Beeinflussung von Theorie und Experiment, die Notwendigkeit einer präzisen Hypothese und die Natur der Falsifizierbarkeit (Jeng, 2006, S. 514). Die Diskussion dieses Phänomens hält in der Fachwelt bis in die Gegenwart an<sup>6</sup> und durch das Medium Internet hat der Effekt auch eine große Bekanntheit unter Laien, sodass er zum interessanten Gegenstand des Physikunterrichts werden kann.

Der folgende Abschnitt orientiert sich an den Ausführungen von JENG (2006, S. 517-518). Die Frage „Gefriert warmes Wasser schneller als kaltes?“ scheint auf den ersten Blick einfach beantwortbar zu sein, aber ein kleiner Tropfen warmes Wasser kann natürlich schneller gefrieren als ein kalter See. Eine bessere Formulierung ist: *„Von zwei in Masse und Form identischen Wasserproben, die sich nur in der Temperatur unterscheiden, gefriert die wärmere Probe schneller“*, aber diese Aussage kann nicht richtig sein. Hat das wärmere Wasser eine Temperatur von 95 °C und die Temperatur der kälteren Probe beträgt 0,001 °C, dann ist das anfänglich kältere Wasser kurz vor der Kristallisation und das warme Wasser kann es nicht mehr überholen. Diese einfachen Beispiele verdeutlichen, wie wichtig ganz allgemein eine präzise Formulierung von Hypothesen ist. Für die weiteren Untersuchungen wählen wir folgende Aussage: *„Es gibt gewisse Parameter (Masse, Gefäß, Kühlung, ...), sodass von zwei Wasserproben, die in diesen Parametern identisch sind und sich nur in ihrer Temperatur unterscheiden, die wärmere Probe schneller gefriert.“* Die Hypothese hat sich also dahin gehend geändert, dass überprüft werden muss, ob der Mpemba-Effekt unter gewissen Umständen auftreten kann.

#### Aufbau und Durchführung 1

Um die Hypothese zu untersuchen, werden zwei Wasserproben mit gleicher Masse  $m = 100\text{ g}$  und unterschiedlicher Temperatur in identischen Glasgefäßen in ein handelsübliches Tiefkühlfach gestellt, siehe Abbildung 109. Dafür wurde der WirelessLink zum Schutz vor Feuchtigkeit mit einer kleinen Kunststofftüte verpackt. Für die Wasserproben wurde



**Abbildung 109:** Erste Messung zum Mpemba-Effekt

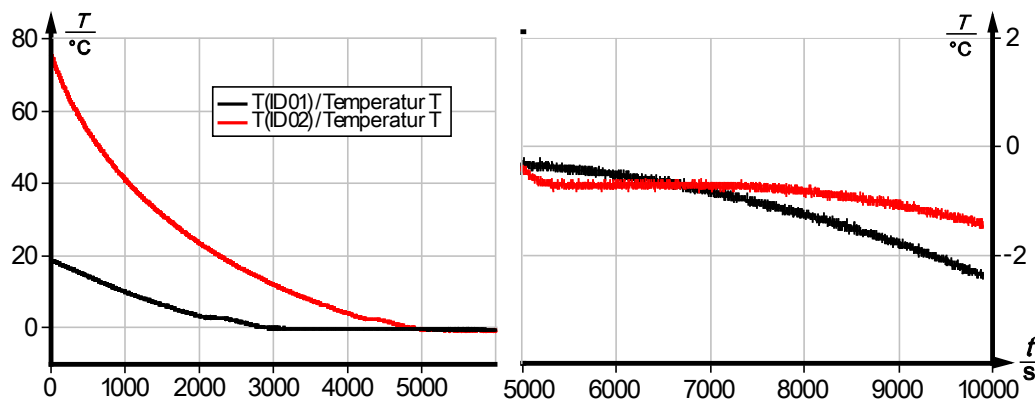
<sup>6</sup> Letzte bekannte Veröffentlichung: KATZ, American Journal of Physics 77, Nr. 1, 2009, S. 27.



normales Leitungswasser verwendet, wobei eine Probe in einem Wasserkocher erwärmt wurde. Bei der Positionierung im Kühlfach sollte darauf geachtet werden, dass beide Gefäße gleichmäßig gekühlt werden.

### Auswertung 1

Der Temperaturverlauf ist in Abbildung 110 dargestellt. Die Temperatur der warmen Probe beträgt zu Beginn circa  $T = 76\text{ °C}$  und das Leitungswasser hat eine Temperatur von rund  $18\text{ °C}$ . Nach etwa  $3000\text{ s} = 50\text{ min}$  hat das kalte Wasser  $0\text{ °C}$  erreicht und beginnt zu gefrieren. Das warme Wasser erreicht den Gefrierpunkt erst nach etwa  $5000\text{ s} \approx 83\text{ min}$ . Bei beiden Proben bleibt während des Gefrierens die Temperatur konstant. Sobald das Wasser durchgefroren ist, fällt die Temperatur weiter ab. In Abbildung 110 (rechts) erkennt man, dass das warme Wasser erst ab circa  $t = 7500\text{ s}$  weiter abkühlt, während die Temperatur der kalten Probe schon bei  $t = 5000\text{ s}$  abfällt. Das kalte Wasser ist also schneller gefroren.



**Abbildung 110:** Abkühlung zweier bis auf die Ausgangstemperatur identischer Wasserproben

Diese Art von Experimenten ist geeignet, um zu widerlegen, dass warmes Wasser immer schneller gefriert als kaltes. Die letzte Formulierung der Hypothese kann dadurch aber nicht widerlegt werden, da sie nur die Existenz gewisser Parameter behauptet, bei denen der Mpemba-Effekt auftritt. Tatsächlich kann diese Hypothese in ihrer Formulierung niemals widerlegt werden, egal wie viele unterschiedliche Experimente das Gegenteil zeigen. Nach POPPER ist aber die Falsifizierbarkeit, das heißt die Möglichkeit eine Aussage als falsch zu erkennen, ein Merkmal einer wissenschaftlichen Hypothese (Popper, 2000, S. 51). Ist die zu prüfende Aussage zum Mpemba-Effekt demnach unwissenschaftlich? An dieser Stelle sei nur erwähnt, dass es in der Praxis nicht ungewöhnlich ist, dass ein physikalisches Phänomen nicht ausgeschlossen werden kann.<sup>7</sup> Dies ist zum Beispiel der Fall, falls der Parameterraum, in dem es auftreten kann, prinzipiell unendlich groß ist. Nur wenn das Phänomen auch für eine repräsentative Stichprobe von Parametern, für die der Effekt erwartet wird, nicht auftritt, dann wäre das ein relativ überzeugendes Gegenargument (Jeng, 2006, S. 518). Das heißt aber auch, um ein physikalisches Phänomen zu untersuchen, wird eine vollständige Liste von allen

<sup>7</sup> Für einen Überblick wissenschaftstheoretischer Aspekte siehe KIRCHER et al. (2007, S.711-713)



Parametern, die den Effekt beeinflussen, benötigt und muss diese bei einem Experiment kontrollieren. Mögliche Parameter des Mpemba-Effekts sind zum Beispiel die Art der Kühlung, die Form des Gefäßes und ob es offen oder abgeschlossen ist. In diese erste Liste gehen implizit (und meist unbewusst) erste theoretische Überlegungen mit ein. Hier wird der Einfluss der Theorie auf experimentelle Untersuchungen deutlich. Es könnte ebenso gut die Farbe des Gefäßes betrachtet werden, aber es gibt gute theoretische Gründe, warum gewisse Parameter ignoriert werden. Selbst wenn die gleiche Parametermenge zugrunde gelegt wird, führen verschiedene Untersuchungen mit dem Fokus auf verschiedene Parameter zu unterschiedlichen Experimenten, aus denen dann verschiedene Schlussfolgerungen gezogen werden können. So gibt es zu den unterschiedlichen Erklärungsansätzen des Mpemba-Effekts experimentelle Untersuchungen, die aber nicht auf eine einzige, klare Erklärung hinweisen (Jeng, 2006, S. 519).

Um Erklärungen für das Auftreten des Mpemba-Effekts zu finden, ist es hilfreich nach Gründen zu suchen, warum er zunächst widersprüchlich erscheint. Das warme Wasser muss zuerst auf die Temperatur des kalten Wassers abkühlen und ab diesem Zeitpunkt verhält es sich so, wie das kalte Wasser bereits zu Beginn. Aus diesem Grund müsste das warme Wasser länger zum Gefrieren benötigen. Aber die Beschreibung nur mit Hilfe des einen Parameters Temperatur ist ungenügend. Das warme Wasser verliert durch Verdunstung mehr Masse als das kalte, sodass es bei gleicher Ausgangsmasse aufgrund der Kristallisationswärme leichter erstarren kann. Dieses Argument ist eines der am weitest Verbreitetsten und durch die Verdunstung kann der Mpemba-Effekt in vielen Experimenten erklärt werden. Unter der Annahme, dass die Kühlung allein durch Verdunstung erfolgt, konnte in numerischen Berechnungen gezeigt werden, dass es eine Reihe von Ausgangstemperaturen gibt, für die der Mpemba-Effekt auftritt (Kell, 1969, S. 565). Wie erwartet darf die Temperatur der kälteren Probe nicht zu nahe am Gefrierpunkt sein und sollte etwa 25 °C betragen. In einem Experiment, in dem der Anteil der Verdunstung an der Kühlung vergrößert wird, kann der Mpemba-Effekt tatsächlich beobachtet werden.

### *Aufbau und Durchführung 2*



**Abbildung 111:** Aufbau des zweiten Experiments zum Mpemba-Effekt mit thermischer Isolierung

Zwei Wasserproben mit gleicher Masse  $m = 75\text{ g}$  und unterschiedlicher Temperatur werden in identischen Glasgefäßen in ein Kühlfach gestellt, siehe Abbildung 111. Durch eine thermische Isolierung wird erreicht, dass die Verdunstung stärker zur Abkühlung beiträgt. Für beide Proben wurde wieder Leitungswasser verwendet, wovon eine in einem Wasserkocher erwärmt wurde. Der *WirelessLink* wurde zum Schutz vor Feuchtigkeit mit einer Kunststofftüte verpackt.

### Auswertung 2

Der Temperaturverlauf ist in Abbildung 112 dargestellt. Die Temperatur der warmen Probe beträgt zu Beginn  $46\text{ °C}$  und das kältere Wasser hat eine Temperatur von rund  $16\text{ °C}$ .

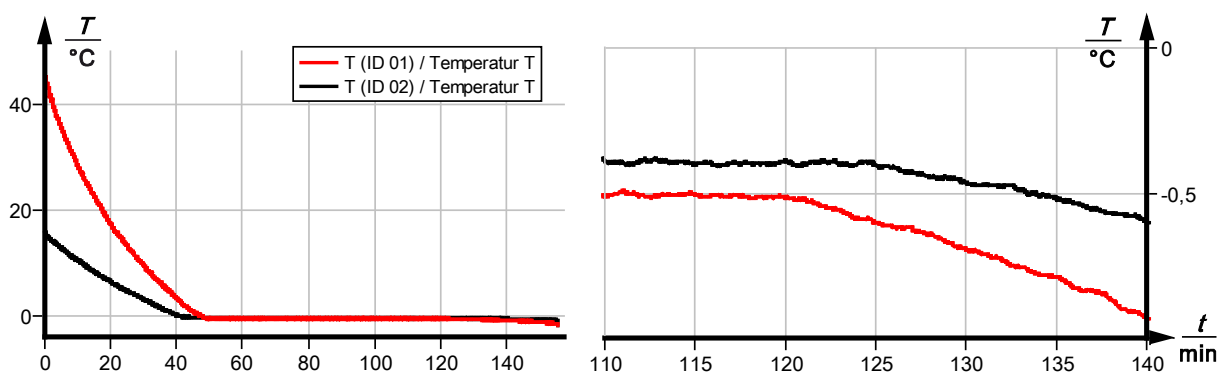


Abbildung 112

Nach etwa 43 min hat das kalte Wasser den Gefrierpunkt erreicht. Das warme Wasser beginnt nur 6 min später zu gefrieren. Sobald das Wasser durchgefroren ist, fällt die Temperatur weiter ab. Die Temperatur, bei der der Phasenübergang stattfindet, liegt beim kalten Wasser bei circa  $-0,4\text{ °C}$  und bei der ursprünglich wärmeren Probe etwa  $0,1\text{ °C}$  tiefer bei  $-0,5\text{ °C}$ . Man erkennt, dass die anfangs wärmere Probe sich bereits nach rund 120 min weiter abkühlt. Die kältere Probe braucht dagegen circa 5 min länger, bis sie durchgefroren ist. Das wärmere Wasser ist also schneller gefroren als das kältere. Der Mpemba-Effekt ist eingetreten.

Durch diesen Versuch konnte gezeigt werden, dass der Mpemba-Effekt tatsächlich auftreten kann. Es gibt aber auch Experimente, bei dem der Effekt in geschlossenen Gefäßen auftritt. Verdunstung kann also nicht die alleinige Ursache sein. JENG nennt mehrere mögliche Effekte, die ebenfalls zum Mpemba-Effekt beitragen können. Zum Einen besitzen die Wasserproben keine homogene Temperaturverteilung. Konvektionsströmungen aufgrund der Dichteunterschiede beeinflussen daher den Abkühlvorgang. Ein weiterer Erklärungsversuch beruht auf unterschiedlichen Konzentrationen gelöster Gase in den beiden Proben, was durch die Erhitzung hervorgerufen wird (Jeng, 2006, S. 518-520). Zwar kann Verdunstung zum Mpemba-Effekt beitragen, aber es ist unklar, welche anderen Ursachen ebenfalls beisteuern oder welche Effekte den größeren Einfluss auf den Abkühl- und Kristallisationsvorgang haben. Die Analysen werden zusätzlich erschwert, da die zugrunde gelegten Effekte nicht unabhängig voneinander sind.

Trotz der teilweise komplexen theoretischen Hintergründe können Experimente zum Mpemba-Effekt durchaus in schulischen Projekten durchgeführt werden. Die Tatsache, dass ein so lange bekanntes Phänomen bis heute nicht vollständig erklärt werden kann, führt zu zahlreichen Diskussionen in Internet-Foren mit verschiedensten fachlichen Ansprüchen. Dieses breite Interesse am Mpemba-Effekt aufgrund seines paradoxen Charakters und der unvollständigen Erklärung kann auch für den Physikunterricht genutzt werden.

#### *Vorteile der Funkübertragung*

Durch Funksensoren wird eine kontinuierliche Temperaturmessung im geschlossenen Kühlschrank oder Tiefkühlfach möglich, da kein Kabel herausgeführt werden müsste. Dadurch können nicht nur Experimente zum Mpemba-Effekt durchgeführt werden, sondern es können neben der üblichen Temperaturänderung durch Erwärmen auch Abkühlvorgänge im Allgemeinen untersucht werden.

## 4.4 Parallelexperimente mit Funksensoren

Einige Experimente werden im Physikunterricht mehrmals durchgeführt, um den Einfluss einzelner Parameter zu untersuchen oder zu verdeutlichen. Werden diese Experimente gleichzeitig durchgeführt, spricht man von Parallelexperimenten (Wilke, 1993b, S. 21). Nach WILKE besitzen diese eine Reihe von Vorteilen gegenüber dem üblichen „Nacheinander“. So reduziert sich die Experimentierzeit auf einen Bruchteil und die Messergebnisse müssen nicht nach jedem Teilergebnis festgehalten werden. Die Schüler werden aktiviert, da mehr Schüler in den Aufbau und die Durchführung einbezogen werden können. Außerdem werden die Möglichkeiten des Vergleichs zwischen Ergebnissen oder Vorgängen verbessert (Wilke, 1993b, S. 21). Die Nachteile solcher Parallelexperimente sind ein größerer Vor- und Nachbereitungsaufwand als bei einem Einzelexperiment und ein größerer Gerätebedarf.

In der *Cobra4*-Reihe von *Phywe* können bis zu 99 Sensoren gleichzeitig an einem Computer angeschlossen werden. Dabei übernimmt der *Wireless Manager* automatisch die Erkennung und Zuordnung der einzelnen Sensoren. Auf diese Weise sind Parallelexperimente möglich, die an einem einzigen Computer ausgewertet werden. So können zum Beispiel die Messwerte von verschiedenen Schülergruppen an den Lehrer-PC übertragen und dort gemeinsam ausgewertet werden. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass nur ein Computer benötigt wird. Im Gegenzug sind mehrere Sensoren mit *Wireless-Link* für die Verbindung mit dem PC notwendig. Die Benutzung von *Pasco*-Sensoren ist in solchen Experimenten nicht möglich, da nicht mehrere *AirLink* gleichzeitig verwendet werden können.

Besonders geeignet für computergestützte Parallelexperimente sind Versuche, bei denen der zu untersuchende Zusammenhang nicht von der Zeit abhängt. Die Experimente können dann in den einzelnen Gruppen zeitlich versetzt oder unterschiedlich schnell durchgeführt werden. Beispiele für solche Experimente sind Strom- und Spannungsmessungen an verschiedenen Bauteilen. So kann die Abhängigkeit des elektrischen Widerstands eines Konstantendrahtes von den geometrischen Parametern Länge und Querschnittsfläche untersucht werden. Außerdem können die Kennlinien unterschiedlicher Metalle, eines Metalls in Luft und Wasser oder einer Diode bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen werden.

### *Aufbau und Durchführung*

Ein mögliches Parallelexperiment ist die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen dem elektrischen Widerstand und dem Querschnitt eines Drahtes. Hierfür sollen alle anderen Parameter konstant gehalten werden. Um die Temperaturabhängigkeit zu vernachlässigen, werden Konstantandrähte mit unterschiedlichem Durchmesser verwendet. An den gleichlangen Drähten wird eine regelbare Gleichspannung angeschlossen. Diese wird zusammen mit der Stromstärke mit dem *Cobra4*-Sensor gemessen. Während der Messung wird die Spannung erhöht, wobei die maximale Stromstärke 6 A des Sensors nicht überschritten werden darf. Durch die „Multigraph Einstellungen“ in *Cobra4* können mehrere Messkanäle in Abhängigkeit eines anderen Kanals gezeichnet werden.

### Auswertung

Wurden die Messkanäle Stromstärke und Spannung als Funktion der Zeit aufgenommen, so lassen sie sich durch den „Messkanal Manager“ in eine Kennlinie umwandeln, bei der die Stromstärke über die Spannung aufgetragen ist. Durch die Funktion „Messkanal übernehmen“ können Kennlinien aus anderen Messreihen in das aktuelle Diagramm übernommen werden. Abbildung 113 zeigt ein solches Diagramm für zwei verschiedene Drahtdurchmesser  $d$ .

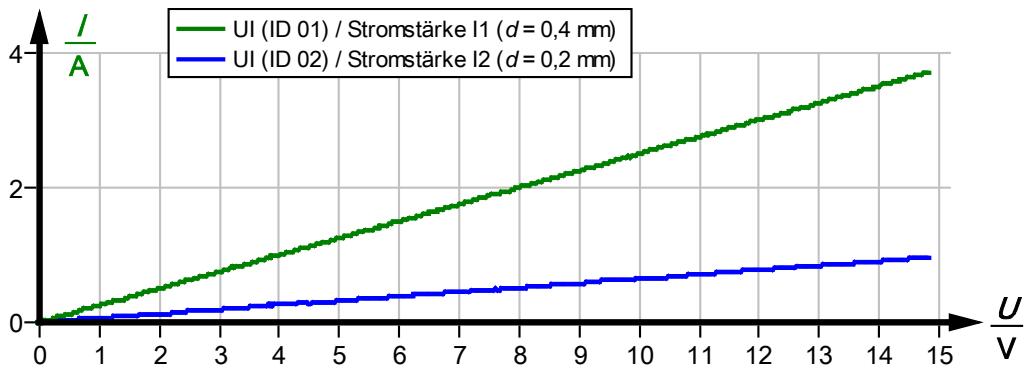



Abbildung 113: Kennlinien von zwei Konstantandrähten mit unterschiedlichen Durchmessern

Durch den linearen Verlauf kann für diese Drähte das ohmsche Gesetz bestätigt werden. Die Steigung der Geraden kann sehr einfach durch das Regressions-Werkzeug  ermittelt werden. Der Widerstand bei 0,4 mm Durchmesser ergibt sich als Kehrwert der Steigung zu  $R_1 = 3,98 \Omega$ . Genauso ergibt sich für  $d_2 = 0,2$  mm ein Widerstand von  $R_2 = 15,38 \Omega$ . Die Halbierung des Durchmessers führte also in etwa zu einem vierfachen elektrischen Widerstand. Die Abweichung von 3 % resultiert bei dieser konkreten Durchführung aus der ungenauen Längenmessung der etwa 1 m langen Drähte.

In analoger Weise kann die Abhängigkeit des Widerstands von der Drahtlänge untersucht werden oder es können die spezifischen Widerstände unterschiedlicher Metalle verglichen werden. Auch Versuche aus der Thermodynamik, bei denen Körper mit unterschiedlichen Temperaturen zusammengebracht werden und sich eine gemeinsame Mischtemperatur einstellt, eignen sich als Parallelexperimente. Werden beispielsweise verschiedene Metallmassen mit gleicher Ausgangstemperatur in Wasserbäder mit Raumtemperatur gegeben, so kann die Abhängigkeit der Mischtemperatur von der Masse des Metalls oder des Wassers betrachtet werden. Ebenso können die Ausgangstemperaturen variiert oder verschiedene Metalle verwendet werden. Hier ist ebenfalls nicht der zeitliche Verlauf entscheidend, sondern nur der Vergleich der Endtemperaturen.

Eine weitere Möglichkeit ist der Vergleich von maximalen Beschleunigungswerten bei Stößen eines Experimentierwagens mit unterschiedlichen Dämpfungsmaterialien (Crash-Tests). Dabei sollten alle Wagen die gleiche Geschwindigkeit haben und ungefähr zeitgleich stoßen. Aus einem solchen Parallelexperiment können Aussagen über Knautschzonen bei Fahrzeugen und deren Beitrag zur Verkehrssicherheit gewonnen werden.

## 5. Gegenüberstellung der Systeme von Pasco und Phywe

In diesem Abschnitt werden kurz die Vor- und Nachteile der beiden verwendeten Messwert-erfassungssysteme dargestellt. Bei der Arbeit an den Experimenten wurden einige Unterschiede deutlich. Ein sachlicher Vergleich wäre nur für einzelne Experimente möglich, daher werden hier nur positive und negative Merkmale aufgelistet.

### Hardware

Zunächst sollen die vorhandenen Sensoren von *Pasco* (*Pasport*) und *Phywe* (*Cobra4*) gegenübergestellt werden. Beide Systeme sind in dem Sinne modular, dass die einzelnen Sensoren mit unterschiedlichen Schnittstellen (USB, Funk, Datenlogger) betrieben werden können. Auffallend ist die deutlich größere Auswahl an Sensoren bei Pasco. Allerdings ist die *Cobra4*-Reihe erst seit kurzer Zeit erhältlich und es befinden sich noch mehrere Sensoren in der Entwicklung. Die technischen Daten Messbereich und Messgenauigkeit der in dieser Arbeit verwendeten Sensoren sind hier noch einmal tabellarisch gegenübergestellt.

Sensor	Messbereich		Genauigkeit	
	<i>Pasport</i>	<i>Cobra4</i>	<i>Pasport</i>	<i>Cobra4</i>
3D-Beschleunigung	$\pm 10 \text{ g}$	$\pm 6 \text{ g}$	1 mg	5 mg
Kraft	$\pm 50 \text{ N}$	$\pm 40 \text{ N}$	30 mN	2 mN
Spannung	$\pm 10 \text{ V}$	$\pm 30 \text{ V}$	20 mV	15 mV
Strom	$\pm 1 \text{ A}$	$\pm 6 \text{ A}$	2 mA	3 mA
Temperatur (Fühler mit Edelstahlhülle)	-35 bis 135 °C	-20 bis 110 °C	$\pm 0,5 \text{ °C}$	$\pm 0,5 \text{ °C}$

Ein Vorteil der *Cobra4*-Sensoren sind die auswechselbaren Mignon-Akkus (AA). Durch den fest eingebauten Akku steht der *AirLink* von *Pasco* während des Ladens nicht zur Verfügung. Die Funkübertragung ist, wie bereits mehrfach erwähnt, durch den *Wireless Manager* bei *Phywe* besser als die Bluetooth-Verbindung des *AirLink*. Zum Einen können mehrere *Cobra4*-Sensoren gleichzeitig schnurlos verwendet werden und zum Anderen erkennt die Software automatisch das Ein- und Ausschalten von Sensoren in Reichweite. Bei *Pasco* muss zunächst die Bluetooth-Verbindung mit dem Computer aufgebaut werden, bevor der *AirLink* in *DataStudio* ausgewählt werden kann. Bei der ersten Verwendung an einem Computer ist hierfür der richtige Bluetooth-Schlüssel notwendig. Ein deutschsprachiger Onlineshop empfiehlt weiterhin, dass der *AirLink* nicht mit anderen *Pasport*-Interfaces eingesetzt werden sollte, da es zu einer Zeitverschiebung kommen kann.<sup>8</sup> Dadurch könnte es zu Fehlern

<sup>8</sup> Quelle: <http://www.modis-gmbh.eu/PS-2005.html> (Stand: März 2009)



kommen, falls ein Funksensor zusammen mit USB-Sensoren eingesetzt wird, wie es zum Beispiel im Versuch zur Zentripetalbeschleunigung (Abschnitt 4.2.8) der Fall war.

Der *Pasport*-Beschleunigungssensor hat den Vorteil, dass die Richtung der gemessenen Beschleunigung der Beschleunigung des Sensors aus objektiver Sicht eines ruhenden Beobachters entspricht, wie es für einen Einsatz im Unterricht sinnvoll ist. Der *Cobra4*-Beschleunigungssensor misst dagegen die Beschleunigung in Richtung der Kraftwirkung auf die seismische Masse, was der Richtung der Trägheitskraft aus Sicht eines mitbewegten Beobachters entspricht. Soll die Beschleunigung in die Richtung zeigen, in der die Bewegung erfolgt, muss bei jedem Experiment ein virtueller Kanal angelegt oder der Messkanal nach der Durchführung invertiert werden.

### *Software*

Bei der Verwendung der Programme zur Messwerterfassung und Auswertung haben sich ebenfalls Vor- und Nachteile gezeigt. Bei der Benutzung des Beschleunigungssensors müssen häufig alle drei Sensorachsen tariert oder deren Einheit umgestellt werden. Hierbei fällt auf, dass die Einstellungen im *DataStudio* einfacher und schneller möglich sind. Außerdem können alle drei Sensorachsen gleichzeitig tariert oder sogar automatisch beim Start der Messung auf null gesetzt werden. Das *DataStudio* bietet darüber hinaus eine größere Auswahl an grafischen Darstellungen und die Anzeige „Arbeitsmappe“, die durch Bilder und Text ergänzt werden kann.

Die Funktionen zur Auswertung sind bei beiden Programmen ähnlich. Die wichtigsten Funktionen sind bei beiden enthalten. Ein Vorteil von *measure* ist das Vermessen-Werkzeug. Auch die Funktionen zum Import und Export von Messdaten sind vergleichbar. *Measure* kann allerdings die erstellten Graphen als Vektorgrafiken (EMF) speichern, wohingegen *DataStudio* Bilder nur als Bitmap exportieren kann.

Ein sehr großer Vorteil von *measure* ist, dass das Programm kostenlos im Internet heruntergeladen und bis auf die Messwertaufnahme uneingeschränkt eingesetzt werden kann. Nur zur Messwerterfassung sind die jeweiligen kostenpflichtigen Software-Module nötig. Dadurch können Schüler im Unterricht aufgenommene Daten auch an ihren privaten Rechnern zu Hause betrachten und auswerten.

Beide Messwerterfassungssysteme sind für die hier behandelten Experimente, bei denen nur eine Größe kabellos gemessen wird, geeignet. Durch die wechselseitigen Vor- und Nachteile kann keine prinzipielle Empfehlung für ein Messsystem gegeben werden. Für Experimente mit mehreren Funksensoren ist nur *Cobra4* geeignet.

## 6. Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es die didaktischen Möglichkeiten von Funksensoren anhand verschiedener Experimente zu untersuchen. Dabei konnte nur sehr eingeschränkt auf Fachliteratur zurückgegriffen werden, da die Technik erst seit Kurzem in größeren Mengen zur Verfügung steht. Ebenso konzentrierten sich Arbeiten zu Beschleunigungssensoren bisher fast nur auf die technische Umsetzung der Beschleunigungsmessung.

Die Funkübertragung bietet einige Vorteile gegenüber herkömmlichen kabelgebundenen Messungen mit einem mitgeführten Sensor, aber auch bezüglich Versuchen mit feststehenden Sensoren außerhalb. Die Vorzüge werden bei Bewegungsanalysen mit einem Beschleunigungssensor besonders deutlich, wobei sich auch Vorteile gegenüber einer Videoanalyse ergeben. Durch die direkte Beschleunigungsmessung von Bewegungen ergeben sich neue Möglichkeiten für den Physikunterricht. So kann leicht die Radialbeschleunigung einer Pendelschwingung gemessen werden, was mit bisherigen Schulmitteln nicht möglich war. Außerdem lassen sich Bewegungen aus dem Alltag wie Gehen, Laufen und Fahrradfahren durch Beschleunigungsmessungen analysieren. Neben dieser neuen Möglichkeiten vereinfachen sich viele Experimente aus der Mechanik. Beispiele hierzu sind Messungen von Radialbeschleunigungen bei zweidimensionalen Bewegungen und Fallbewegungen mit Luftreibung. Die Vorteile der Funkübertragung können aber auch mit anderen Sensoren beispielsweise für Druck, Temperatur und Kraft genutzt werden.

Interessant dürfte sich auch die weitere Entwicklung von Handys und MP3-Playern mit eingebautem Beschleunigungssensor gestalten. Bei einigen Modellen ist es bereits möglich die Beschleunigungswerte auszulesen, darzustellen und drahtlos an einen Computer zu übertragen.

Die große Zahl an Versuchen, die von der Funkübertragung profitieren, macht deutlich, dass Funksensoren die Experimentiermöglichkeiten im Physikunterricht erweitern können. Auch die teilweise erhebliche Vereinfachung von Experimenten macht einen Einsatz im Unterricht sinnvoll. Der effektive Nutzen von kabellosen Messungen kann zwar nur subjektiv eingeschätzt werden, aber es ist zu erwarten, dass sich Funksensoren im Rahmen der technischen Entwicklung schnell verbreiten und noch weitere Anwendungsmöglichkeiten gefunden werden.

## Literaturverzeichnis

- ARBEITSGEMEINSCHAFT MESS- UND EICHWESEN** (1999): Richtlinie für die Eichung von nichtselbsttätigen Waagen – Eichanweisung EA 9  
Online verfügbar: [http://www.welmec.org/Gravity/gravity\\_info\\_germany.pdf](http://www.welmec.org/Gravity/gravity_info_germany.pdf)
- AUERBACH, DAVID** (1998): Phasenübergangsphysik: Mpemba in der Schule. In: Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Potsdam, September 1997. Leuchtturm-Verlag, Alsbach, S. 394–396.
- BAUER, HORST** (Hrsg.) (2003): Kraftfahrtechnisches Taschenbuch (BOSCH). 25. Aufl.: Vieweg, Wiesbaden
- BEHRENDT, HELGA** (1995): Der physikalische Schulversuch in Schülersicht. In: Naturwissenschaften im Unterricht - Physik, Nr. 28, 1995, S. 7–11
- BELL, THORSTEN; MIKELSKIS-SEIFERT, SILKE** (2006): Einsatz von Sensoren zur Attraktivitätssteigerung des Mechanikunterrichts: Dehnungsmessstreifen. In: Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG - Kassel 2006. Lehmanns, Berlin
- BENZ, MICHAEL** (2008): Digitale Videoanalyse von Bewegungen – Neue Möglichkeiten mit der Software „measure Dynamics“. Schriftliche Hausarbeit für die erste Staatsprüfung für das Lehramt am Gymnasium, unveröffentlicht. Online verfügbar: <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/arbeiten/Videoanalyse2.htm>
- CZICHOS, HORST** (2008): Mechatronik - Grundlagen und Anwendungen technischer Systeme. 2. Aufl.: Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden
- DIRKS, HEINRICH** (1987): Demonstrationsversuche mit Sensoren: black-box-Physik. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 1/36, 1987, S. 2–8
- GERTHSEN, CHRISTIAN; MESCHÉDE, DIETER** (2004): Gerthsen Physik. 22. Aufl.: Springer, Berlin, Heidelberg, New York
- GEBNER, WALTER** (1987): Piezoelektrische Messung von Kräften und Kraftstößen. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 1/36, 1987, S. 14–26
- GEVATTER, HANS-JÜRGEN; GRÜNHaupt, ULRICH** (2006): Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik in der Produktion. 2. Auflage: Springer, Berlin, Heidelberg
- GIRWIDZ, RAIMUND** (Hrsg.) (2006): Sensoren: Physik erleben, verstehen und anwenden. In: Naturwissenschaften im Unterricht - Physik, Nr. 91, 2006, S. 4–6
- GREHN, JOACHIM; KRAUSE, JOACHIM** (Hrsg.) (1998): Metzler Physik. 3. Aufl.: Schroedel, Hannover
- GRUMANN; KUHNLE; MEHLHORN; MEIER; PUSCHRA; SCHENKER; SCHWOCHAU** (2008): Phywe - Handbuch Cobra4. 1. Aufl.
- HARTEN, ULRICH** (2005): Physik - Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler. 2. Aufl.: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

- HEBER, IRMGARD** (Hrsg.) (2001): Physikunterricht und naturwissenschaftliche Bildung - aktuelle Anforderungen. Empfehlungen zur Gestaltung von Lehrplänen bzw. Richtlinien für den Physikunterricht. Forschungsbericht. Deutscher Verein zur Förderung des mathematisch und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V.  
Online verfügbar: <http://www.mnu.de/concepta/download.php?datei=128>
- HEUER, DIETER** (1993): Anharmonische Schwingungen - qualitatives Argumentieren, angeregt durch Experimentieren und Modellieren. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 7/42, 1993, S. 6–16
- HOFFMANN, UWE; HACKER, GERMAN** (2003): Ein Messsystem für den Physikunterricht zur direkten und genauen Bestimmung der zeitlichen Verläufe von Beschleunigungen In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule, Nr. 2 (2003), Band 1, S. 1–8. Online verfügbar: <http://www.phydid.de/index.php/phydid/issue/archive>
- JENG, MONWHEA** (2006): The Mpemba effect: When can hot water freeze faster than cold. In: American Journal of Physics 74, Nr. 6, 2006, S. 514–522
- KELL, G.** (1969): The Freezing of Hot and Cold Water. In: American Journal of Physics 37, Nr. 5, 1969, S. 564–565
- KIRCHER, ERNST; GIRWIDZ, RAIMUND; HÄUBLER, PETER** (2007): Physikdidaktik. Theorie und Praxis. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- KUHN, WILFRIED** (Hrsg.) (2004): Handbuch der experimentellen Physik - Band 2 Thermodynamik. Aulis Verlag Deubner, Köln
- KUHN, WILFRIED** (Hrsg.) (2006): Handbuch der experimentellen Physik - Band 1 Mechanik. Aulis Verlag Deubner, Köln
- LIEDTKE, JUERGEN; WEDEKING, ERICH** (1987): Neue Sensoren im Physikunterricht. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 1/36, 1987, S. 28–37
- MARTINI, VOLKER** (2004): Schwerelosigkeit im freien Fall. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 1/36, 2004, S. 2–7
- MIERICKE, JÜRGEN; SCHMITT ANNETTE** (2006): Die Rolle des Experiments im naturwissenschaftlichen Unterricht. In: Teaching Science in Europe 2006, S. 66–101  
Online Verfügbar: <http://www.science-on-stage.de/index.php?node=487>
- MIKELSKIS-SEIFERT, SILKE; ROESLER, FRANK** (2006): Beschleunigungssensoren im Mechanikunterricht. In: Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG - Kassel 2006. Lehmanns, Berlin
- MÜCK, TOBIAS** (2009): Physik und Sport – Fächerverbindender Unterricht mit moderner Videoanalyse. Schriftliche Hausarbeit für die erste Staatsprüfung für das Lehramt am Gymnasium, unveröffentlicht. Online verfügbar:  
<http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/arbeiten/sport.htm>
- NIEBUHR, JOHANNES; LINDNER, GERHARD** (2002): Physikalische Meßtechnik mit Sensoren. 5. Aufl.: Oldenbourg Industrieverlag, München
- NOLTING, WOLFGANG** (2005): Grundkurs Theoretische Physik 1 - Klassische Mechanik. 7. Aufl.: Springer, Berlin

- PELSTER, ROLF; PIEPER REINHARD; HÜTTL, INGO** (2005): Thermospannungen - Viel Genutzt und fast immer falsch erklärt. In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule, Nr. 4 (2005), Band 1, S. 10–22. Online verfügbar: <http://www.phydid.de/index.php/phydid/issue/archive>
- PHYWE** (2008): Cobra 4 Wireless. Mit Spaß grenzenlos Experimentieren. Phywe Systeme GmbH & Co. KG
- POPPER, KARL** (2000): Vermutungen und Widerlegungen. Mohr Siebeck Verlag, Tübingen
- REUSCH, WOLFGANG; HEUER, DIETER** (2000): Zweidimensionale Kinematik und Dynamik - ein Zugang mit rechnerunterstützten "Experimenten". In: BRECHEL (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in München, September 1999. Leuchtturm-Verlag, Alsbach, S. 349–351
- RISCH, MATTHIAS** (2002): Der Kamm'sche Kreis - Wie stark kann man beim Kurvenfahren Bremsen. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 5/51, S. 7–12.
- SCHECKER, HORST** (1985): Das Schülervorverständnis zur Mechanik, Eine Untersuchung in der Sekundarstufe II unter Einbeziehung historischer und wissenschaftstheoretischer Aspekte. Dissertation Universität Bremen
- SCHMIDT, WOLF-DIETER** (2002): Sensorschaltungstechnik. 2. Aufl.: Vogel, Würzburg
- TÖPFER, ERICH; BRUHN, JÖRN** (1979): Methodik des Physikunterrichts. 6. Aufl.: Quelle & Meyer, Heidelberg
- WEIDINGER, MARKUS** (2006): Medizintechnik - Physikalische Funktionsprinzipien und Anregungen für den Physikunterricht. Schriftliche Hausarbeit für die erste Staatsprüfung für das Lehramt am Gymnasium, unveröffentlicht. Online verfügbar: <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/arbeiten/medizintechnik.htm>
- WEINBERG, HARVEY** (1999): Dual-axis, low-g, fully integrated accelerometers. In: Analog Dialogue, Volume 33, S. 23–24. Online verfügbar: <http://www.analog.com/library/analogDialogue/archives/33-01/accel/index.html>
- WILHELM, THOMAS; HEUER, DIETER; PHAN-GIA, ANH VU** (1997): Kinematik- und Dynamiklernen am Fahrrad. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 4/46, 1997, S. 2–8
- WILHELM, THOMAS** (2000): Der alte Fallkegel - modern behandelt, Quantitative Auswertung eines klassischen Freihandversuchs. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 6/49, 2000, S. 28–31. Online verfügbar: <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/veroeffentlichung/Fallkegel.pdf>
- WILHELM, THOMAS ; HEUER, DIETER** (2004): Experimente zum dritten Newton'schen Gesetz zur Veränderung von Schülervorstellungen. In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik, Heft 3/53, 2004, S. 17–22. Online verfügbar: <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/veroeffentlichung/newton3.pdf>
- WILHELM, THOMAS** (2005): Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung. Logos-Verlag, Berlin
- WILKE, HANS-JOACHIM** (1993a): Zur Bedeutung des Experiments für den Physikunterricht. In: Naturwissenschaften im Unterricht - Physik, Nr. 18, 1993, S. 4–7

- WILKE, HANS-JOACHIM** (1993b): Parallelexperimente. In: Naturwissenschaften im Unterricht - Physik, Nr. 18, 1993, S.21–27
- WILLER, JÖRG** (2003): Didaktik des Physikunterrichts. 1. Aufl.: Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main
- ZIEGELBAUER, SASCHA; GIRWIDZ, RAIMUND** (2005): Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion zu physikalisch-technischen Anwendungen aus der Sensorik. In: Didaktik der Physik. Beiträge zur Frühjahrstagung der DPG - Berlin 2005. Lehmanns, Berlin



## Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen bedanken, die mich in den letzten Monaten bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben.

Zunächst einmal gilt mein Dank der Firma *Phywe* und Dr. Ortwin Schenker im Speziellen, die die *Cobra4*-Sensoren zur Verfügung gestellt haben.

Weiterhin möchte ich Herrn Prof. Dr. Thomas Trefzger danken, dass ich die Räumlichkeiten und Ausstattung des Lehrstuhls für Physik und ihre Didaktik nutzen durfte. Durch die Unterstützung des Lehrstuhls wurde es mir ermöglicht, diese Arbeit auf der DPG-Frühjahrstagung 2009 zu präsentieren.

Darüber hinaus danke ich Dr. Stephan Lück für die Anregungen und Hilfestellungen sowie Kathrin Löffler für die praktische Unterstützung bei einigen Experimenten.

Ebenso danke ich meinen Kommilitonen Tillmann Leibing, Tobias Mück und Rupert Kandsperger für die tatkräftige Unterstützung, Beratung und zahlreiche interessante fachliche Diskussionen.

Ein besonderer Dank gilt dem Betreuer dieser Arbeit, Dr. Thomas Wilhelm. Er fand immer Zeit für meine Fragen und Probleme. Seine Unterstützung durch Ideen und Ratschläge ging weit über das selbstverständliche Maß hinaus.

Zuletzt gilt mein Dank meiner Freundin Christin für ihre Unterstützung und ihr Verständnis während der gesamten Zeit.

**Vielen Dank!**

## Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit in allen Teilen selbstständig angefertigt und keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Soweit nicht anders angegeben, wurden alle Abbildungen selbst erstellt.

Würzburg, den 25. März 2009

---

Stefan Scheler