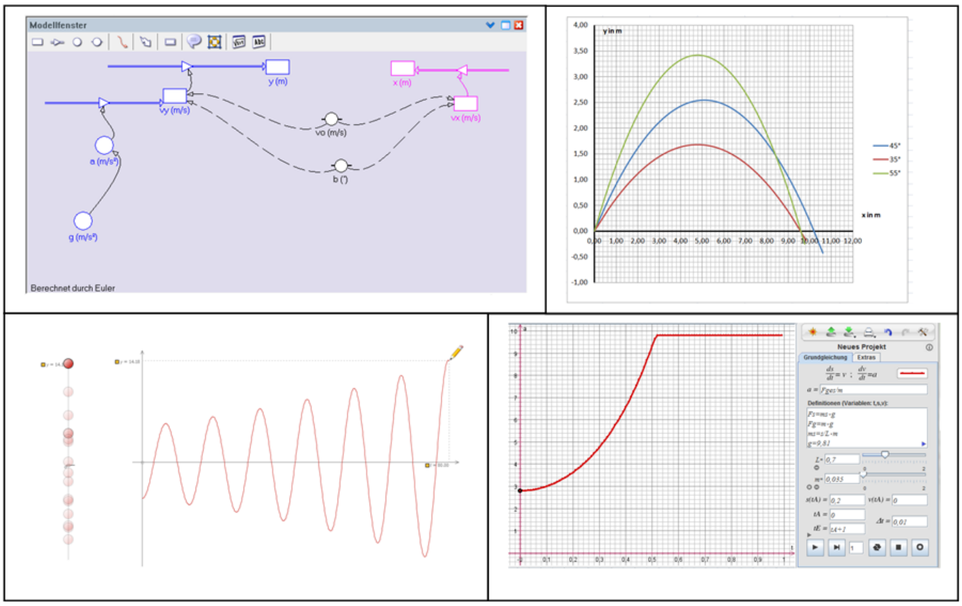
Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Fakultät für Physik und Astronomie

Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik

# Vergleich verschiedener Modellbildungssysteme




Schriftliche Hausarbeit zur ersten Staatsprüfung

für das Lehramt an Gymnasien

**Vorgelegt von**

**Jasmin Ludwig**

**am 14.09.2012**

**Betreuer und Prüfer:**

**Prof. Dr. Thomas Wilhelm**

## Vorwort

Alle Abbildungen in dieser Arbeit wurden, falls nicht anders angegeben, selbst erstellt. Die selbst gestalteten Modelle liegen zusätzlich auf einer CD bei. Bei den Modellbeispielen wurde besonders Wert darauf gelegt, dass die Themen möglichst lehrplanrelevant sind.

Die Bezugsadressen der verwendeten Programme sind im Anhang aufgeführt. Bei Microsoft Excel wurde die Version von 2007 verwendet. Bei allen anderen Programmen ist die verwendete Version im Namen erkennbar.

Begriffe wie SchülerInnen oder LehrerInnen wurden der Einfachheit halber immer geschlechtsneutral behandelt und als Schüler und Lehrer bezeichnet.

Quellenangaben wurden durch eine Fußnote am Ende des Satzes bzw. Absatzes gekennzeichnet. In der Fußnote wird die Quelle nur in Kurzform angegeben, eine ausführliche Angabe befindet sich am Ende der Arbeit im Literaturverzeichnis.

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Einleitung

Wie schafft man es, den Physikunterricht anwendungsorientiert zu gestalten und näher an den Alltag zu bringen? Ist es überhaupt möglich, realistische Alltagsprobleme zu behandeln oder werden die Aufgaben, dann so kompliziert, dass kein Schüler sie mehr lösen kann?

Die Antwort auf diese Fragen sind Modellbildungssysteme.

Im Zuge der Einführung des G8 erhielt die Modellbildung im Physikunterricht einen größeren Stellenwert. Sie wurde zum festen Bestandteil nicht nur in der Sekundarstufe I, sondern auch in höheren Klassen. In der zehnten Klasse des Gymnasiums ist die Modellbildung mit dem Computer nun fest im Lehrplan verankert, es sollen numerische Verfahren behandelt, und damit realistische Aufgaben gelöst werden, was wegen den beschränkten mathematischen Fähigkeiten der Schüler den Computer als Hilfsmittel erfordert. Jedoch stellt sich für viele Lehrkräfte die Frage, welches Computerprogramm zur Modellbildung am besten geeignet ist, welches von den Schülern möglichst intuitiv bedient werden kann oder welches den physikalischen Gehalt der Aufgaben am besten verständlich macht.

Aufgabe von Modellbildungssystemen ist es nämlich, die komplizierte Mathematik, die hinter der Lösung von nicht linearen Aufgaben steht, in den Hintergrund zu stellen und diese so für Schüler lösbar zu machen. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit, realistische Aufgaben zu behandeln, die sich mit Alltagsproblemen befassen. Hierbei haben verschiedene Programme unterschiedlich Ansätze, man kann Modellbildung mit jedem Tabellenkalkulationsprogramm betreiben, es gibt aber auch gleichungsorientierte und grafisch orientierte Programme. In dieser Arbeit werden die unterschiedlichen Modellbildungssysteme Excel, Newton II, Coach 6 und Modellus 4 vorgestellt und die wichtigsten Funktionen erklärt, verschiedene Beispiele besprochen, Stärken und Schwächen diskutiert, sowie Besonderheiten aufgezeigt, die für das jeweilige Programm charakteristisch sind.

Zunächst werden aber im zweiten Kapitel Modelle im Allgemeinen behandelt, es wird erklärt, wie ein Modell entsteht und welche Konsequenzen sich daraus für den Unterricht ergeben.

Im dritten Kapitel wird dann genauer auf die mathematische Modellbildung eingegangen. Zuerst wird auch hier der Begriff erklärt und auf den Unterschied von Modulation und Simulation eingegangen, bevor die Einsatzbereiche und verschiedene Forschungsergebnisse von Modellbildungssystemen erläutert werden. Die verschiedenen, von den Programmen verwendeten, nummerische Berechnungsverfahren werden aus physikalischer Sicht beleuchtet und es wird zudem noch kurz auf andere aktuelle Modellbildungssysteme hingewiesen, die in dieser Arbeit nicht verglichen werden.

Im vierten Kapitel werden zur Einführung die vier Modellbildungsprogramme Coach 6, Newton-II, Modellus 4 und Excel anhand des freien Falls vorgestellt, dabei werden zuerst die unterschiedlichen Eingabemöglichkeiten behandelt, die die Programme bieten. Bei der Ausgabe werden die Einstellungsmöglichkeiten bei Diagrammen und Wertetabellen verglichen.

Im fünften Kapitel beginnt dann der eigentliche Vergleich. Hier werden die unterschiedlichen Möglichkeiten im Bereich von numerischen Berechnungsverfahren, veränderlichen Parametern, der Interpolation von Funktionen, bedingten Variablen und mehrdimensionalen Bewegungen anhand von jeweils passenden Beispielen, wie der harmonischen Schwingung, des Falls mit Reibung, der gedämpften Schwingung, des rutschenden Seils und des schiefen Wurfs unter die Lupe genommen.

Im sechsten Kapitel wird als Ergänzung zum schiefen Wurf, der im vorhergehenden Kapitel als mehrdimensionale Bewegung besprochen wurde, dieser nochmals mit Luftreibung modelliert.

Im siebten Kapitel wird dann abschließend ein Gesamtfazit über alle Programme gezogen, in dem noch einmal die wichtigsten Aspekte diskutiert werden.

# 2 Modelle im Allgemeinen

## 2.1 Bedeutung des Modellierens

Zusammen mit dem Experimentieren spielen Modelle eine zentrale Rolle bei der physikalischen Erkenntnisgewinnung, denn sie helfen Phänomene zu erklären und zu verstehen, dazu werden auch immer häufiger Computermodelle eingesetzt; in und mit Modellen zu denken ist eine wichtige Fähigkeit, die beim Verstehen von Physik grundlegend ist.[1] Viele Schüler sind aber naive Realisten,[2] die nicht zwischen Theorie und experimentellem Beleg unterscheiden können und glauben, dass ein geeignetes Experiment ein physikalisches Gesetz beweisen kann oder dass man mithilfe der Physik alle Vorgänge in der Umwelt erklären kann.[3]

Fehlt den Schülern dieses Verständnis für Modelle, kann es leicht zu Fehlvorstellungen kommen, wenn bereits vorhandene Erkenntnisse und Denkweisen aus dem Alltag in die Modellierung einbezogen werden. Denn werden Realität und Modell vermischt, können sie nicht mehr bewusst unterschieden werden. Da Schüler dazu neigen, Modelle unreflektiert zu übernehmen, entstehen leicht Verständnisprobleme für die Prozesse beim Modellieren, woraus resultiert, dass die Modelle in der entsprechenden Situation nicht sinnvoll angewendet werden können. Deshalb ist es notwendig, das Lernen mit und über Modelle kontinuierlich und systematisch zu fördern, um Verständnisprobleme zu vermeiden.[4]

Dies spiegelt sich auch im bayerischen Lehrplan für das G8 wieder, so werden die Schüler bereits ab der sechsten Klasse im Fach „Natur und Technik“ an naturwissenschaftliche Arbeitsweisen und Denkmodelle herangeführt. In der siebten Klasse lernen sie das Wassermodell als Analogie zum Stromkreis kennen und machen sich so mit dem Prozess des Modellierens vertraut. In der achten Klasse wird dann das Teilchenmodell eingeführt und eine Jahrgangsstufe später lernen sie bei der Einführung der Feldlinien eine weitere Art der Modellbildung kennen. Schließlich werden in der zehnten Klasse dann mithilfe von Modellbildungsprogrammen komplexere Probleme modelliert und mit numerischen Verfahren am Computer gelöst, wodurch realistische Anwendungsbeispiele besprochen werden können.[5]

---

[1] Mikelskis-Seifert, Thile, Wünscher, 2005, S.30.

[2] Kircher, Girwidz, Häußler, 2007, S. 246.

[3] Mikelsiks, 2006, S.121.

[4] Mikelskis, 2006, S. 122-125.

[5] Bayerischer Lehrplan, 2004.

## 2.2 Der Modellbegriff

Dinge, die in der Größenordnung unseres Körpers sind, erscheinen uns besonders anschaulich und es fällt uns leicht, sie zu erforschen und so bestimmte Phänomene zu erklären. Dasselbe gilt auch für Dinge, die sich zeitlich verändern, ab einer gewissen Geschwindigkeit fällt es uns schwer, Aussagen über das Geschehene zu treffen. Auch bei besonders komplexen Vorgängen sind wir auf Hilfsmittel angewiesen, wenn wir noch folgen möchten. Es ist also nur ein sehr kleiner Bereich für den Menschen direkt anschaulich, für den restlichen Teil benötigen wir Hilfsmittel wie Modelle, um Erkenntnisse zu gewinnen.[6]

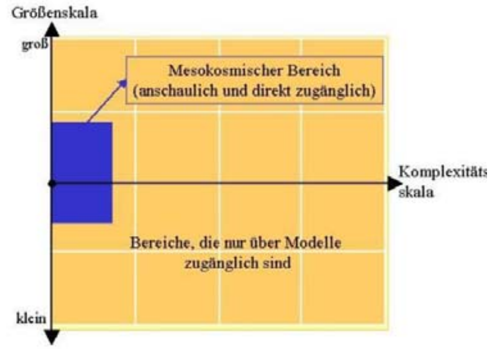



ABBILDUNG 1:BEREICH DER DIRKETEN ERKENTNISGEWINNUNG; (MIKELSKIS-SEIFERT, 2005, S.31)

Der Mensch ist also auf Modelle angewiesen, um seine Umwelt zu verstehen. Doch was ist eigentlich ein Modell?

Der Begriff Modell wird im heutigen Sprachgebrauch auf vielfältige Arten in Wissenschaft und Alltag gebraucht. Am häufigsten werden Modelle als Abbild (z. B. Modellautos) verwendet. Doch der Modellbegriff umfasst weit mehr, eine eindeutige Definition des Begriffs Modell ist daher nur schwer greifbar.

STACHOWIAK verwendet den Begriff Modell im Zusammenhang mit der Erkenntnisgewinnung, diese erfolgt durch eine Relation zwischen Objekt, Modell und Subjekt.[7] KIRCHER greift diesen Ansatz auf und leitet aus eine Modelldefinition ab; auch er sieht den Erkenntnisprozess als ecksrelation zwischen Objekt, Modell und Subjekt, wobei für ihn ein Modell ein reales oder fiktives Gebilde ist, das in einer realen oder fiktiven Beziehung zu einem Objekt steht. Auch das Subjekt steht in Relation mit Objekt und Modell, wobei eine unmittelbare Erkenntnisgewinnung über das reale Objekt durch das Sub-

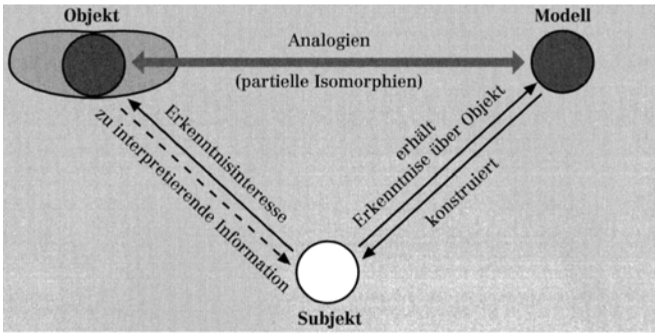



ABBILDUNG 2: OBJEKT-MODELL-SUBJEKT RELATION (MIKELSKIS, 2006, S.128)

[6] Mikelskis-Seifert, Thile, Wünscher, 2005, S.30 f.
[7] Stachowiak, 1973, S.56 ff.

jekt nicht möglich ist, dies geht nur über das Modell. Dass das Modell nicht alle Eigenschaften des Objekts aufweist (Verkürzungsmerkmal), gilt als Voraussetzung für die Bezeichnung Modell. Würde das Modell alle Attribute des Objekts besitzen, dann wäre es kein Modell mehr, sondern eine Kopie des Originals. Hat das Modell zusätzlich noch andere Attribute als das Objekt, wird das als Eigengesetzlichkeit bezeichnet. Das Relationsgefüge aus Abbildung 2 legt laut KIRCHER den Modellbegriff fest und kann als vereinfachter naturwissenschaftlicher Erkenntnisprozess gesehen werden.[8]

Definition:

Ein Modell ist ein von einem Subjekt für einen bestimmten Zweck geschaffener und für eine bestimmte Zeit genutzter Gegenstand bzw. theoretisches Konstrukt. Zwischen Modell und Objekt bestehen Analogien bezüglich gewisser Eigenschaften.[9]

### 2.3 Modellieren in der Schule - Probleme und Konsequenzen

Im Folgenden wird nun noch einmal speziell auf die Besonderheiten eingegangen, die beim Modellieren in der Schule zu beachten sind, denn wie schon in Kapitel 2.1 beschrieben, neigen Schüler dazu, Modell und Realität zu vermischen, wodurch erhebliche Verständnisprobleme entstehen können.

MIKELSKIS-SEIFERT empfiehlt in diesem Zusammenhang, das Arbeiten mit Modellen von Beginn des naturwissenschaftlichen Unterrichts an kontinuierlich und systematisch aufzubauen und auch fächerübergreifend zu trainieren. Denn wird das Modellieren in vielen unterschiedlichen Zusammenhängen geübt und reflektiert, ist davon auszugehen, dass die Fähigkeit des Modellierens erfolgreicher beherrscht wird. Des Weiteren kommt es häufig zu Verständnisproblemen bei den Schülern, da sie das Modellieren nur auf gegenständliche Modelle beziehen. So wird z. B. angenommen, dass Elektronen und Protonen kleine runde Kugeln sind, weil sie häufig in Abbildungen so dargestellt werden. Es muss also im Unterricht stärker auf den Modellaspekt und seine Beziehung zum realen Objekt eingegangen werden. Nur ein bewusster Umgang mit Modellen kann dazu führen, dass fachlich korrekte Vorstellungen entstehen. [10]

---

[8] Kircher, Girwidz, Häußler, 2007, S.682-687.

[9] Ebd. S.682 f.

[10] Mikelskis-Seifert, 2010, S.4.

Modellkompetenz bedeutet in der Schule aber nicht nur Modellverständnis, sondern auch Modelle anwenden zu können. Dies kann nur erreicht werden, wenn die Modelle angemessen reflektiert werden, um das Modellverständis zu fördern und Verständnisprobleme auszuräumen. Dieses Ziel kann mittels zweier zentraler Tätigkeiten erreicht werden:

- Erstellen von Prognosen mithilfe des Modells, die dann mit der Wirklichkeit verglichen werden.
- Diskussion über Gültigkeit und Grenzen des Modells, Reflektion der eigenen Vorgehensweise.

Dabei ist es wichtig, dass bewusst auf die Konstruktion von Modellen eingegangen wird, um den Schülern den Unterschied zwischen Modell und Realität klar zu machen. Dafür können sowohl alternative Modellierungen verwendet werden, als auch Modelle durch Experimente überprüft oder weiterentwickelt werden. Der Vergleich mit Messdaten ist besonders geeignet, um die Modelle auf Richtigkeit zu überprüfen, vor allem wenn sie von den Schülern selbstständig erstellt wurden. [11]

Hierbei bietet es sich besonders im Physikunterricht an, spezielle Modellbildungssoftware wie Modellus 4, Coach 6 oder Newton II zu verwenden, alternativ wäre auch jedes Tabellenkalkulationsprogramm möglich. Sie bieten den Schülern die Möglichkeit, auch eigenständig Modelle zu erstellen und die vom Programm berechneten Lösungen gemeinsam zu diskutieren. Auf das Modellieren mit dem Computer, also auf mathematische Modellbildung, wird nun im nächsten Kapitel eingegangen, die unterschiedlichen Modellbildungssysteme werden in Kapitel 4 vorgestellt.

[11] Mikelskis-Seifert, Thile, Wünscher, 2005, S.36.

# 3 Mathematische Modellbildung

## 3.1 Mathematische Modellbildung und Simulation

Für SCHECKER bedeutet mathematische Modellbildung am Computer die Konstruktion eines Netzwerks von Begriffen und Beziehungen, mit dem man dann Verhalten eines physikalischen Systems beschreiben und voraussagen kann.[12]

Der Unterschied zwischen mathematischer Modellbildung und Simulation wird häufig nicht klar, da als Ergebnis einer Modulation auch eine Simulation entsteht. Der entscheidende Unterschied ist aber, dass bei mathematischer Modellbildung die Gleichungen, nach denen das Modell berechnet wird, selbst bestimmt werden. Der Anwender muss also selbst die beteiligten physikalischen Größen und ihre Beziehungen eingeben, bevor der Computer mittels numerischer Verfahren den Ablauf berechnet und dann die entsprechenden Diagramme, Tabellen oder auch Animationen ausgibt. Man erhält eine Simulation. Der Computer nimmt dem Benutzer also das Lösen der Bewegungsgleichungen ab und legt so komplexe Rechenvorgänge in den Hintergrund, nicht aber die Möglichkeit die Eigenschaften des Systems selbst zu bestimmen. So können Schüler selbstständig Hypothesen über physikalische Zusammenhänge entwickeln und diese mit dem simulierten Ergebnis vergleichen.[13]

Dies ist bei Simulationen anders. Hinter Simulationen stecken meist vorgefertigte Berechnungen, das Modell wurde bereits programmiert, der Benutzer kann meistens nur einzelne Parameter ändern oder in den Ablauf eingreifen. Simulationen sind also im Gegensatz zu Modulationen nicht modellbildend, sondern modellanwendend.[14]

Besonders deutlich wird der Unterschied am Beispiel des Modellbildungsprogramms Modellus 4, mit dem man sowohl mathematisch modellieren, aber auch reine Simulationen erstellen kann. Bei der mathematischen Modellbildung würde man die beteiligten Kräfte und Startbedingungen angeben und dann über $a = \frac{F_{ges}}{m}$ Ort $y$ und die Geschwindigkeit $v$ aus den Bewegungsgleichungen $v = \frac{dy}{dt}$ und $a = \frac{dv}{dt}$ berechnen lassen. Würde man nur eine Simulation erstellen wollen, so könnte man gleich die Lösung der Bewegungsgleichungen angeben, wie sie z. B. für den freien Fall als $v = -g \cdot t$ und $y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ in jeder Formelsammlung stehen. Das Programm würde in beiden Fällen das gleiche Ergebnis ausgeben, der Weg dorthin war aber jeweils ein anderer.

---

[12] Schecker, 1998, S.23.

[13] Lück, Wilhelm, 2011, S.27.

[14] Niegemann et. al., 2008, S.261 f.

## 3.2 Modellieren mit dem Computer - Modellbildungssysteme

Mathematische Modellbildung mittels Modellbildungssystemen soll Schülern ermöglichen, selbstständig Modelle zu entwickeln und so ihre Vorstellungen und ihr Wissen einzubringen und selbst zu überprüfen. Der Vorteil dieser Programme ist, dass sie die Mathematik in den Hintergrund stellen, sodass sich die Schüler voll und ganz auf die physikalischen Zusammenhänge konzentrieren können.

Unter Modellbildungssystemen versteht man Computerprogramme mit deren Hilfe man physikalische Modelle, wie z. B. den freien Fall mit Luftreibung, konstruieren kann. Das Programm berechnet aus den eingegebenen Daten und Zusammenhängen das Modell und stellt die Ergebnisse in Form von Graphen, Tabellen oder Animationen dar, sodass man dann z. B. ablesen kann, aus welcher Höhe ein Fallschirmspringer mindestens abspringen muss, ohne selbst größere Berechnungen durchführen zu müssen. Es handelt sich bei den Modellen also eigentlich um mathematische Modelle, die Realisierung eines Gedankenmodells sind. Ziel ist es hierbei nicht, Objekte zu veranschaulichen, sondern Phänomene und Abläufe zu verstehen oder bei komplexen Systemen neue Erkenntnisse zu gewinnen.[15]

Die Modellbildungssysteme gehen auf Jay W. Forrester zurück, der diese in den 60ern für betriebswirtschaftliche Zwecke entwickelte. Später wurden sie dann für viele unterschiedliche Probleme eingesetzt; heute sind sie ein wichtiger Bestandteil, nicht nur in Wissenschaft und Forschung, sondern überall dort, wo man versucht, das Verhalten besonders komplexer oder schwer zugänglicher Systeme zu untersuchen.

In der Schule bietet sich der Einsatz von Modellbildungssystemen gerade deshalb an, da besonders im Bereich der Mechanik eine stärkere Behandlung von realistischen Alltagsproblemen gefordert wird. Denn so können die Schüler erfahren, dass physikalisches Wissen im realen Alltag anwendbar ist. Leider sind in der Physik realistische Aufgaben meist auch komplexe Aufgaben, die nur mittels Differentiation bzw. Integration gelöst werden können. Denn mechanische Bewegungen finden nicht im luftleeren, reibungsfreien Raum mit idealisierten Massenpunkten statt. So ist das Lösen dieser "realen" Aufgaben vor allem in den unteren Klassenstufen aus mathematischer Sicht noch nicht möglich. Hier ist die Verwendung von Modellbildungsprogrammen eine Möglichkeit, diese Aufgaben dennoch zu behandeln, denn sie können die Mathematik hinter der Aufgabe übernehmen, indem sie Differenzialgleichun-

[15] Wilhelm, 2005, S.51.

gen mittels verknüpfter Symbole darstellen, sodass sich die Schüler komplett auf die physikalischen Zusammenhänge konzentriert können und schwierige Rechnungen wegfallen.[16]

Ein weiterer Vorteil beim Einsatz von Modellbildungssystem ist auch, dass die Schüler selbst in Gruppenarbeit im Computerraum oder zuhause Modelle erstellen können und dann die ausgegebenen Graphen/Tabellen/Animationen auf Richtigkeit überprüfen bzw. in einer gemeinsamen Diskussion sich auf die korrekte Lösung verständigen. Bei manchen Programmen ist es auch möglich, die berechneten Daten direkt mit experimentell aufgenommenen zu vergleichen. Es kann aber auch nur der Lehrer die Vorschläge der Schüler eingeben und diese dann mittels Beamer für alle sichtbar an die Wand projizieren, sodass sich trotzdem alle an der Lösungsfindung beteiligen können. Wichtig ist aber immer eine offene Gestaltung des Unterrichts, der Lehrer sollte lediglich die Diskussion der Schüler über die Lösungsvorschläge leiten und diese in den Computer eingeben. Dabei sollten bewusst auch falsche Vorschläge der Schüler eingegeben werden, da die Konsequenzen in der Ausgabe des Programms direkt sichtbar werden und so das Verständnis gefördert wird. Denn wenn der Stein auf einmal nach oben fällt, versteht man erst, wie wichtig Richtungen von Kräften und Vorzeichen sind. Es ist auch von Vorteil, wenn die Schüler Arbeitsblätter erhalten, die die Situation mit Text und Bild beschreiben, sodass sie sich sie leichter vorstellen können, und wenn dort zusätzlich die Wirkungszusammenhänge zwischen verschiedenen Parametern eingetragen werden können sowie die erwarteten Graphen skizziert werden können, erleichtert dies unter anderem die Lösungsfindung und die Diskussion der Ergebnisse.[17]

Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Programmen, mit denen man mathematisch modellieren kann, die teilweise auch freeware erhältlich sind. In dieser Arbeit werden Beispiele mit Excel, Coach 6, Modellus 4 und Newton II behandelt. Welches man verwendet, hängt davon ab, auf welche Funktionen man Wert legt und ob das Programm besonders einfach zu bedienen sein soll. In der Schule ist, vor allem wenn Schüler die Eingabe selbst machen sollen, eine intuitive Bedienung und eine anschauliche Benutzeroberfläche, sowie eine robuste Programmführung wichtig, damit die Modellierung auch zum Erfolg führt. Grundsätzlich kann man die Modellbildungsprogramme auf unterschiedliche Arten kategorisieren.[18]

[16] Wilhelm, 2005, S.59-61.

[17] Ebd. S.66.

[18] Lück, Wilhelm, 2011, S.27.

Zum einen kann man sie nach der Art der Ausgabe unterscheiden:

- Ausgabe nur in Form von Diagrammen und Tabellen

  In dieser Arbeit wären das Excel, Newton II, Coach 6; des weiteren z. B. noch STELLA, Dynasys, Powersim, Moebius, Tracker.

- Ausgabe zusätzlich in Form von Animationen

  In dieser Arbeit wird Modellus 4 vorgestellt, weitere Programme wären z. B. VPython, Easy Java Simulations oder die mittlerweile veralteten VisEdit/PAKMA und JPAKMA.

Es ist aber auch eine Unterscheidung nach der Art der Eingabe möglich:

- Eingabe in ein Tabellenkalkulationsprogramm, wie z. B. Excel, Calc3 von Open Office
- Graphische Modellbildungsprogramme fordern eine Eingabe mittels Symbolen und Verknüpfungen auf einer graphischen Oberfläche, wie z. B. bei STELLA, Dynasys, Powersim, Coach 6, Moebius
- Gleichungsorientierte Programme fordern die Eingabe der wesentlichen Gleichungen, wie z. B. bei Newton II oder Modellus 4, VPython, Tracker, Easy Java Simulations.

Bei der Auswahl des Modellbildungsprogramms ist zu beachten, dass Tabellenkalkulationsprogramme zwar meist leicht zugänglich und weit verbreitet sind, jedoch die Eingabe recht kompliziert ist und weder Gleichungen noch Wirkungsgefüge sichtbar sind. Man läuft Gefahr, dass die physikalischen Zusammenhänge nicht deutlich werden und die Berechnungen schnell recht aufwendig und undurchsichtig werden. Bei graphischen und gleichungsorientierten Programmen besteht die Möglichkeit, die mathematische Modellbildung zu vereinfachen und bestimmte Zusammenhänge bzw. Gleichungen vorzugeben, die dann von den Schülern nur noch ergänzt werden müssen.[19]

Dass jedoch trotzdem am häufigsten Tabellenkalkulationsprogramme zur Modellbildung im Unterricht genutzt werden, zeigt eine Erhebung zum Computereinsatz bei Physik-Gymnasiallehren in Unterfranken, bei der im Mai 2009 98 Lehrer befragt wurden. Bei dieser stellte sich heraus, dass zwar nur 1 % der Lehrer noch nie den Computer im Physikunterricht eingesetzt hat, aber trotzdem 24 % der Lehrer keinerlei Kenntnisse über Modellbildung ha-

[19] Lück, Wilhelm, 2011, S.27.

ben. Jedoch gaben 61 % der befragten Lehrer an, hohes Interesse am Unterrichtseinsatz von Modellbildung zu haben. Bei den Fragen zum methodischen Einsatz gaben 18 % der Lehrer an, dass sie Modellbildung nur mittels Demonstration betreiben, und nur 7 % der Lehrer, dass bei ihnen auch die Schüler den Computer zur Modellbildung benutzen. Wobei hier zu beachten ist, dass leider 75 % der befragten Lehrer keine Angabe zur Einsatzart machten. Die Lehrer verwendeten folgende Programme:[20]

| **Name des Modellbildungssystems** | **Anzahl der Benutzer in %** |
|---|---|
| Tabellenkalkulationsprogramm | 63 % |
| VisEdit/PAKMA | 17 % |
| Newton II | 15 % |
| JPAKMA | 12 % |
| Dynasys | 4 % |
| STELLA | 1 % |
| Coach | 0 % |

Es ist jedoch zu beachten, dass Excel zwar vermutlich im Unterricht eingesetzt wurde, aber wahrscheinlich nicht immer zur Modellbildung, was die große Anzahl von Benutzern erklären würde. Außerdem hatte Microsoft ab dem Jahr 2000 intensiv Lehrerfortbildungen in Bayern unterstützt, in denen die Bedienung erklärt wurde. VisEdit, PAKMA und JPAKMA wurden an der Universität Würzburg entwickelt und sind deswegen in Unterfranken sehr bekannt, genauso wie Newton II, das von einem unterfränkischen Lehrer entwickelt wurde. VisEdit, PAKMA und JPAKMA sind mittlerweile leider veraltet und laufen auf aktuellen Betriebssystemen nicht mehr. Das in dieser Arbeit noch behandelte Modellus 4 ist eine neuere Software und kommt deshalb in dieser Erhebung noch nicht vor.[21]

[20] Wilhelm, Trefzger, 2010, S.3 ff.

[21] Ebd. S.5 f.

## 3.3 Forschungsergebnisse zur Modellbildung

In der Literatur findet man eine Reihe von Forschungsergebnissen zur Modellbildung, wobei sich davon nur wenige primär auf die Vermittlung von physikalischem Fachwissen beziehen und auch nicht alle Studien im realen Schulunterricht stattfanden.

Das DFG-Projekt "Physiklernen mit Modellbildungssystemen", das mit dem Modellbildungssystem STELLA arbeitete, fand in einem Physik-Leistungskurs im Schuljahr 1996/97 an Gymnasien in Bremen statt. Die Versuchsgruppe bestand jedoch anfangs nur aus fünf Schülern und wurde erst später um 19 Schüler erweitert.[22]

In dieser Studie bestätigten sich die Hypothesen, dass Schüler die mehrfach mit Modellbildungssystemen im Bereich Mechanik gearbeitet hatten, die erlernten Problemlösestrategien auch in Situationen ohne Computereinsatz häufiger und konsequenter einsetzten als Schüler, die nicht mit Modellbildungssystemen gearbeitet hatten. Auch zeigte sich, dass Schüler, die mit Modellbildungssystemen länger arbeiteten, bei neuen Aufgaben in mechanischen Kontexten, auf bekannte und wiederverwendbare Modell-Substrukturen zurückgreifen.[23] Modellbildungssysteme fördern also nachweislich das newtonsche Argumentationsmuster beim Lösen mechanischen Problemstellungen und bewährten sich bei der Förderung physikalischen Verständnisses.[24]

WILHELM konzipierte und evaluierte einen Kinematik/Dynamik-Lehrgang zur Veränderung von Schülervorstellungen mithilfe graphischer Modellbildung. Dieses Unterrichtskonzept wurde von 13 Lehrern in 17 Klassen eingesetzt.[25]

Die Interventionsstudie konzentrierte sich besonders auf die Schwierigkeiten, die die Schüler beim Erstellen der Modelle hatte. Dabei wurde besonderen Wert auf die Fehlvorstellungen gelegt, die durch den traditionellen Unterricht nicht verändert wurden oder dadurch erst entstanden sind. Es zeigte sich, dass die Schüler anfangs Probleme mit der Definition von Beschleunigung und Geschwindigkeit als Änderung von Geschwindigkeit bzw. Ort hatten und das im herkömmlichen Unterricht intensiver darauf eingegangen werden sollte, dass bei der Formel $F = m \cdot a$ mit $F$ die Summe aller Kräfte gemeint ist. Auch kam zum Vorschein, wie diffus die Vorstellungen der Schüler über physikalische Zusammenhänge waren und das bei diesen Problemen der Einsatz von Modellbildung helfen kann, diese Fehlvorstellungen aufzu-

[22] Schecker, et al., 1999, S.3.

[23] Ebd. S.11-13.

[24] Ebd. S.25.

[25] Wilhelm, 2005, S.3.

decken und zu besprechen. Denn Modellbildungssysteme zwingen die Schüler, sich konkret in kleinen Schritten alle Zusammenhänge zu überlegen, besonders die Ausgabe von Animationen lässt schnell und ohne Grapheninterpretation Fehler im Modell erkennen. Ein Vorteil ist auch, dass bei Modellbildungssystemen die Fehler der Schüler in das Modell eingegeben und die Konsequenzen direkt betrachten werden können.[26]

Am Ende der Interventionsstudie wurde mittels Concept Maps empirisch ausgewertet, wie sich die Vorstellungen der Schüler bezüglich der qualitativen Zusammenhänge verschiedener Größen geändert hatten. Dazu wurden die Begriffe für das erwartete Concept Map vorgegeben, die Schüler sollten diese dann passend platzieren und verbinden. Nach den sechs durchgeführten Unterrichtsstunden mit Modellbildungssystemen unterschieden sich die Maps deutlich, von den vor der Intervention angefertigten. Im Nachtest kamen wesentlich weniger Verbindungen vor, was zeigt, dass die Schüler nun weniger konfuse Vorstellungen von physikalischen Zusammenhängen hatten und mehr Schüler die richtigen und wichtigen Zusammenhänge kannten. Falsche Aussagen fanden sich daher auch deutlich seltener. Auch schien es, als könnten die Schüler das, durch Modellbildungssysteme erlernte, Problemlöseschema auch bei Aufgaben ohne Computer anwenden. Die Studie ergab insgesamt, dass der Einsatz graphischer Modellbildung bei der Erarbeitung und Vertiefung der Dynamik sinnvoll ist, da die Schüler zusätzlich wichtiges Wissen erwerben, das Verständnis gefördert wird und Fehlvorstellungen abgebaut werden.[27]

## 3.4 Grundideen numerischer Berechnungsverfahren

Bei Modellbildungsprogrammen werden, anders als bei Simulationsprogrammen, nicht die Lösungen der Bewegungsgleichungen direkt eingegeben, sondern das Programm berechnet das Modell selbst mithilfe verschiedener numerischer Berechnungsverfahren aus der eingegebenen Differentialgleichung. Je nach Programm kann aus verschiedenen Berechnungsverfahren ausgewählt werden. Üblich sind hier das Eulersche Polygonzuverfahren (auch als Methode der kleinen Schritte bekannt), das Trapezverfahren nach Heun oder das Runge-Kutta-Verfahren. Welches der hier besprochenen Programme welches Verfahren anbietet, wird in Kapitel 5.1 gezeigt. In diesem Kapitel wird auch auf entstehende Berechnungsfehler bei Verwendung des Euler-Verfahrens hingewiesen. In den nachfolgenden drei Unterkapiteln wird nun kurz auf die Grundidee und den mathematischen Hintergrund der einzelnen Verfahren

[26] Wilhelm, 2005, S.70 f.

[27] Ebd. S.75-83.

eingegangen. Dabei wird das Ganze aus physikalischer Sicht, im Hinblick auf das Thema dieser Arbeit und die nachfolgenden Kapitel beleuchtet.

### 3.4.1 Methode der kleinen Schritte (Euler-Verfahren)

Bei komplexeren physikalischen Bewegungen ist häufig die Beschleunigung nicht mehr konstant. Um das Problem zu lösen, müsste also integriert werden. Da aber das Intergieren erst in der Oberstufe gelernt wird, kann man sich in der Schule mit dem Eulerschen-Ploygonzugverfahren behelfen, um eine Lösung zu finden. Hier ist die grundlegende Idee, die in unserem Fall beschleunigte Bewegung, in kleine Abschnitte aufzuteilen und dort näherungsweise durch eine gleichförmige Bewegung zu ersetzten, deren Bewegungsgleichung den Schülern bekannt ist. Lässt man die einzelnen Teilschritte der Bewegung vom Computer berechnen, kann man so mit relativ geringem mathematischen Aufwand auch komplexe Aufgaben lösen. Aus physikalischer Sicht betrachtet kann man das Euler-Verfahren für Bewegungsgleichungen wie folgt herleiten:

Es gilt bekanntlich immer: $\dot{v} = a(t, v)$ mit Anfangswert $v(t_0) = v_0$

$a$ ist also gerade die Steigung der gesuchten exakten Lösung von $v$.

Für ein kleines Zeitintervall $\Delta t \neq 0$ gilt also Näherungsweise: $\frac{v(t_i+\Delta t)-v(t_i)}{\Delta t} \approx a(t_i, v_i)$

oder auch $v(t_i + \Delta t) \approx v(t_i) + a(t_i, v_i) \cdot \Delta t$.

Ausgehend vom Anfangswert $v_0$ kann man so schrittweise für jede äquidistante Stelle $t_i = t_0 + i \cdot \Delta t$ $(i = 1,2,3 \dots)$ einen Näherungswert für den Wert $v_i = v(t_i)$ angeben.[28]

Schülergerecht formuliert erhält man also die Formel $v_{neu} = v_{alt} + a_{alt} \cdot \Delta t$ mit der man Schritt für Schritt (deshalb Methode der kleinen Schritte) aus den Anfangswerten bzw. den vorhergehenden Werten die neuen Werte berechnen kann und so eine Lösung erhält.

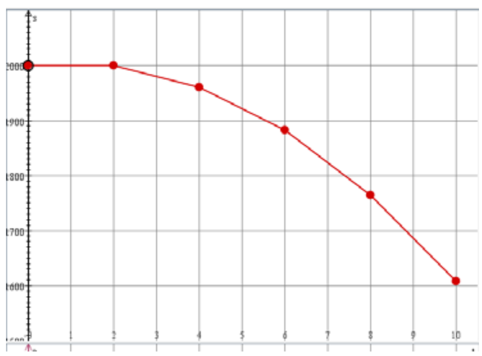


ABBILDUNG 3: POLYGONZUGVERFAHREN NACH EULER

Je nachdem wie groß man die Schrittweite Δt wählt, ist die Lösung dementsprechend exakt. Wählt man eine sehr kleine Schrittweite erhält

[28] Stoer, Bulirsch, 2000, S.115 f.

man zwar eine gute Näherung hat aber gleichzeitig auch einen großen Rechenaufwand.

Das Polygonzugverfahren nach Euler wird immer verwendet werden, wenn man mit Excel modelliert, denn der Algorithmus zur Berechnung bleibt praktischerweise immer der gleiche. Je nachdem, welches physikalische Problem man behandelt, drückt sich das durch eine unterschiedliche Formel für die Gesamtkraft $F_{ges}$ aus, die durch die Beziehung $a = \frac{F_{ges}}{m}$, dann Einfluss auf die Bewegung nimmt. Der Algorithmus zu Berechnung des Ortes *x* oder Geschwindigkeit *v* bleibt immer gleich.

### 3.4.2 Trapezverfahren nach Heun

Beim Trapezverfahren nach Heun handelt es sich um eine Modifikation des Euler-Verfahrens, deshalb verläuft das Trapezverfahren auch anfangs analog zum Euler-Verfahren. Im Gegensatz zu diesem wird hier aber dann nicht durch Rechtecke genähert, sondern durch Trapeze, was den Namen erklärt.

Beim Euler-Verfahren wird der nächste Punkt aus dem vorhergehenden Punkt und der Steigung des Graphen in eben diesem vorhergehenden Punkt berechnet. Beim Trapezverfahren wird eine höhere Genauigkeit in der Näherung dadurch erzielt, dass man zur Berechnung des exakteren neuen Punktes, den Mittelwert aus der Steigung des alten Punktes und aus der Steigung des vom Euler-Verfahren als eigentlichen neu berechneten Punkt bildet.

Zunächst gilt analog zum Eulerverfahren

$\dot{v} = a(t, v)$ mit $v(t_0) = v_0$

definiere: $t_i = t_0 + \Delta t \cdot i$

mit Schrittweite $\Delta t > 0$, und $i = 1,2,3$ ...

Der nächste Schritt wäre beim Euler-Verfahren

$$v'_{i+1} = v_i + \Delta t \cdot a(t_i, v_i)$$

Mit Hilfe von diesem wird nun der nächste Schritt beim Heun-Verfahren berechnet:

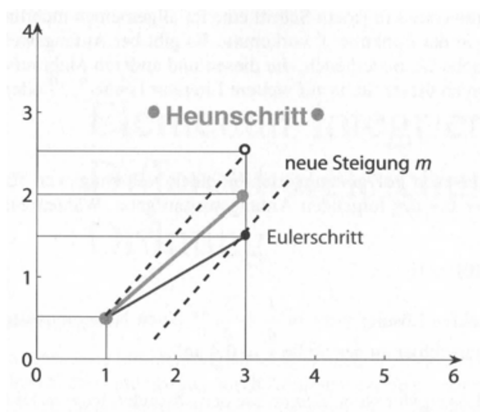



ABBILDUNG 4: HEUNSCHRITT (GÜNZEL, 2008, S. 49)

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot (a(t_i, v_i) + a(t_{i+1}, v'_{i+1}))$$

Durch die Bildung des Mittelwerts der Steigungen erhält man eine bessere Näherung.[29]

Das Trapezverfahren nach Heun ist im Allgemeinen exakter als das Euler-Verfahren, dafür aber auch in der Berechnung deutlich aufwendiger und weniger anschaulich, deshalb arbeitet man in der Schule meist mit dem Euler-Verfahren.

### 3.4.3 Runge-Kutta-Verfahren

Das Runge-Kutta-Verfahren (RK) ist ein weiteres Standardverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen. Es kann in verschiedenen Ordnungen angewandt werden, üblich sind das RK2 oder, wenn man es noch exakter haben will, das RK4. Das Verfahren 2. Ordnung ist kaum aufwendiger als das Euler-Verfahren, liefert aber bereits wesentlich bessere Näherungen. In der Schule wird trotzdem mit dem Euler-Verfahren gearbeitet, da dies nicht so komplex und daher verständlicher ist. Hier wird zunächst einmal das Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung vorgestellt.

Es gilt:

$\dot{v}(t) = a(t, v)$ mit $v(t_0) = v_0$ wobei $t_i = t_0 + i \cdot \Delta t$; $\Delta t > 0, i = 1,2,3, \ldots$

Berechnung der Hilfsgrößen:

$$k_1 = a(t_i, v_i)$$

$$k_2 = a(t_i + \frac{\Delta t}{2}, v_i + \frac{\Delta t}{2} \cdot k_1)$$

$$k_3 = a(t_i + \frac{\Delta t}{2}, v_i + \frac{\Delta t}{2} \cdot k_2)$$

$$k_4 = a(t_i + \Delta t, v_i + \Delta t \cdot k_3)$$

Mit den vier Hilfsgrößen kann man nun den nächsten Schritt bestimmen:

$$v_{i+1} = v_i + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Beim Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung könnte man bereits nach Bestimmung des Terms $k_2$ den nächsten Schritt wie folgt berechnen:

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t \cdot k_2$$

[29] Günzel, 2008, S.46-49.

Man spart sich also beim Verfahren 2. Ordnung einiges an Rechenaufwand, wobei zu bedenken ist, dass es hier sowieso ratsam ist, mit dem Computer zu arbeiten.[30]

Um einen Eindruck von der Genauigkeit der hier vorgestellten numerischen Berechnungsverfahren zu erhalten, sind hier die Ergebnisse für die Anfangswertaufgabe

$y' = -x \cdot y(x), \quad mit\ y(0) = 1$ und den Anfangsbedingungen $x_0 = 0\ und\ y_0 = 0$ bei einer Schrittweite $h = 0{,}2$ , für alle Verfahren tabellarisch zusammengestellt.

| $x_i$ | **0** | **0,2** | **0,4** | **0,6** | **0,8** | **1** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_{exakt}$ | 1,0 | 0.980 | 0,923 | 0,835 | 0,726 | 0,6065 |
| **Euler** | 1,0 | 1,0 | 0,960 | 0,883 | 0,777 | 0,653 |
| **Trapez** | 1,0 | 0.980 | 0,923 | 0,837 | 0,728 | 0,609 |
| **RK4** | 1,0 | 0,980 | 0,923 | 0,835 | 0,726 | 0,6065 |

Es fällt sofort auf, dass bereits das Trapez-Verfahren eine deutlich bessere Näherung schafft als das Euler-Verfahren. Am genausten ist eindeutig die Näherung beim Runge-Kutta-Verfahren. [31]

Dass bei ungenauen Berechnungsverfahren wie dem Euler-Verfahren leicht Probleme entstehen können, sieht man am Beispiel der sich aufschaukelnden Schwingung das in Kapitel 5.1 behandelt wird.

## 3.5 Ausblick: Weitere Modellbildungssysteme

Natürlich gibt es noch mehr, als die in dieser Arbeit verglichenen Modellbildungssysteme. Alle in den Vergleich mit einzubeziehen, hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt. Der Vollständigkeit halber werden einige besonders Interessante hier kurz beschrieben.

### 3.5.1 Open Source Physics-Tools

Bei Open Source Physics (OSP) handelt es sich um ein Projekt, das sich zur Aufgabe gemacht hat, interaktive computerbasierende Lehrmaterialien für den Physikunterricht zu produzieren

[30] Herrmann, 2004, S.343-347.

[31] Ebd. S.344 f.

und zu verbreiten, darunter fallen auch Programme zur mathematischen Modellbildung, wie Easy Java Simulations und der Tracker. Bei Easy Java Simulations (EJS) handelt es sich um ein Modellbildungssystem mit dem auch Animationen erstellt werden können, der Tracker bietet einen einfachen Vergleich von Videos und Modellen. Zusätzlich gibt es ein stetig wachsendes Netzwerk von Online-Sammlungen, genannt comPADRE, das verschiedene Materialien für beide Programme zum Download anbietet. Sie sind durch die GNU-Lizenz freigegeben und können so kostenfrei verwendet werden. EJS bietet hier nicht nur die Möglichkeit bestehende Simulationen zu nutzen, sondern sie können auch noch verändert werden. Ist die Simulation dann wie gewünscht erstellt, kann sie auch in eine lauffähige Java-Anwendung konvertiert werden, die auch ohne EJS genutzt werden kann. Auch mit Tracker können bereits erstellte Modelle verwendet oder geändert werden. Durch die Kombination aus Videoanalyse und Modellbildung können bei Tracker Modelle experimentell überprüft werden, da sie die gleiche Zeitbasis und das gleiche Koordinatensystem teilen.[32]

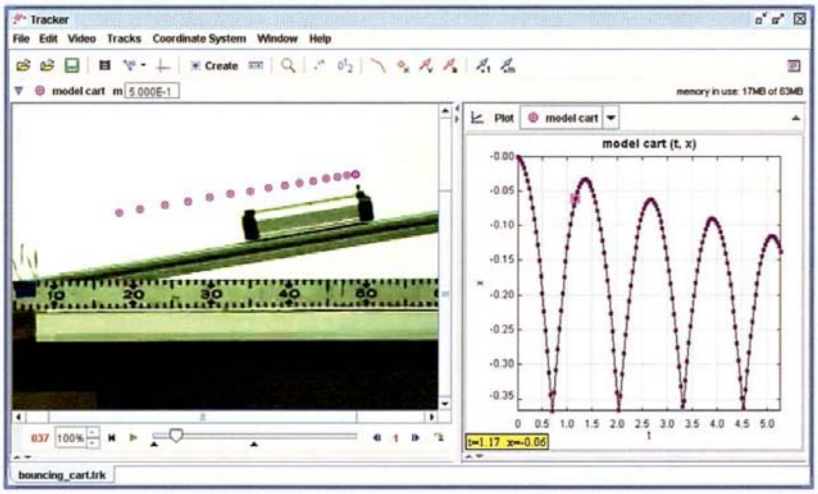



ABBILDUNG 5: SCHWINGENDER ROLLWAGEN MODELLIERT MIT TRACKER (CHRISTIAN, BROWN, ESQUEMBRE, 2012, S.46)

Beide Programme sind kostenlos auf www.compadre.org erhältlich.

### 3.5.2 Visual Python

Visual Python ist ein gleichungsorientiertes Modellbildungsprogramm, das mit der objektorientierten Programmiersprache VPython arbeitet. Nichtsdestotrotz ist der Programmieraufwand, zumindest wenn man nur das Euler-Verfahren zur Modulation verwendet, so gering, dass Schüler sich die notwendigen Kenntnisse schnell erarbeiten können. Die Besonderheit ist, dass mit diesem Programm auch Animationen erstellt werden können, die sogar in 3D

[32] Christian, Brown, Esquembre, 2012, S.44-46.

betrachtet und gedreht werden können. VPhyton ist kostenlos auf der Website www.vpython.org downloadbar.[33]

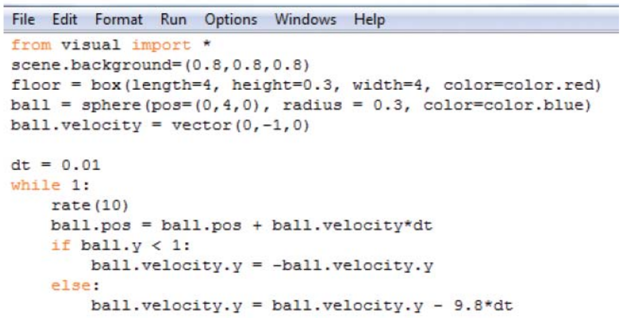



ABBILDUNG 7: SPRINGENDER BALL MODELLIERT MIT VPYTHON (URBAN-WOLDRON, HOPF, 2012, S.33)

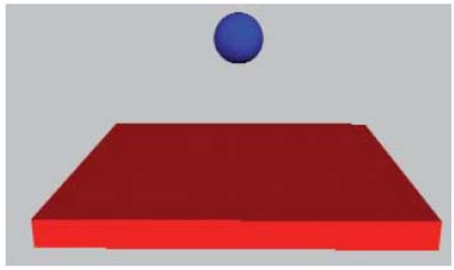


ABBILDUNG 6: RÄUMLICHE ANSICHT (URBAN-WOLDRON, HOPF, 2012, S.34)

Mit den Befehlen „box“, „floor" und „sphere" können einfache geometrische Objekte wie Quader und Kugeln erstellt werden. Im graphischen Ausgabefenster kann zwischen zweidimensionaler oder dreidimensionaler Ausgabe ausgewählt, sowie gezoomt und gedreht werden. Besonders im Themenbereich der Mechanik kann mithilfe des Euler-Verfahrens über die auf den Körper wirkenden Kräfte die Bahnkurve gleichungsorientiert modellieren, und dann als dreidimensionale Simulation ausgegeben werden.[34]

Einziges Manko ist, dass die Schüler mit dreidimensionalen Koordinaten umgehen können müssen. Ansonsten eignet sich das Programm auch um dies zu erlernen, den Visual Phython sorgt dafür, dass die erzeugten Objekte perspektivisch korrekt angezeigt werden.[35]

### 3.5.3 Lagrange

Das Programm Lagrange unterscheidet sich von den anderen Modellbildungsprogrammen dadurch, dass es mithilfe des Lagrange-Formalismus, also über Energien und Randbedingungen, den Bewegungsablauf berechnet und nicht wie die meisten anderen Modellbildungssysteme über den Kraftansatz und das Newtonsche Grundgesetz. Dies hat zwar den Nachteil, dass Probleme wie Reibungseinflüsse leider nicht berücksichtigt werden können und die Schüler das eigentlich im Hintergrund angewandte Berechnungsverfahren nicht verstehen können, dafür kann aber der Umgang mit Energien geübt und vertieft werden. Auch kann die

[33] Urban-Woldron, Hopf, 2012, S.33 f.

[34] Urban-Woldron, Hopf, 2012, S.34 f.

[35] Oldenburg, Poloczek, 2011, S.281 f.

Modellierung über die Kraftkomponenten einen wesentlich höheren Schwierigkeitsgrad haben, als die Modellierung über die Energie, da hier keine Vektorgeometrie angewendet werden muss. Die Lagrange-Funktion $L$ wird aus der Differenz von kinetischer und potentieller Energie bestimmt. Mit ihr können dann die Euler-Lagrange-Gleichungen berechnet werden, dies sind partielle Differentialgleichungen, die vom Programm numerisch gelöst werden, so können Ort und Geschwindigkeit berechnet werden. Vom Programmdesign und der Bedienung ist Lagrange eng an das Programm Newton II angelehnt, das in dieser Arbeit detailliert besprochen wird.[36]

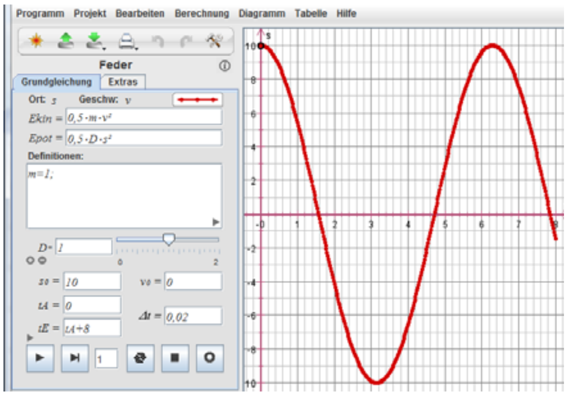



ABBILDUNG 8: FEDERSCHWINGUNG MODELLIERT MIT LAGRANGE

[36] Lück, Wilhelm, 2011, S.30 f.

# 4 Die Modellbildungsprogramme im Überblick

## 4.1 Die Ein- und Ausgabe am Beispiel des freien Falls

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Modellbildungsprogramme Coach 6, Newton-II, Modellus 4 und die Nutzung des Tabellenkalkulationsprogramms Excel zur Modellbildung gegeben, die unterschiedlichen Arten der Ein- und Ausgabe gezeigt, sowie die Idee der Programme und deren Besonderheiten diskutiert. Am Beispiel des freien Falls ohne Reibung, der ein lehrplanrelevantes Thema ist, werden die wichtigsten Funktionen aufgezeigt.

Es gilt immer:

$$a = \frac{F_{ges}}{m}$$

Wobei beim freien Fall: $F_{ges} = -g * m$ ist, mit Ortsfaktor $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$.

Mittels Integration können die Geschwindigkeit $v$ und der zurückgelegte Weg $y$ aus

$$\frac{dv}{dt} = a \qquad \text{und} \qquad \frac{dy}{dt} = v$$

berechnet werden.

### 4.1.1 Coach 6

Coach 6 ist ein von der Universität Amsterdam entwickeltes Programm, das zur Modellbildung, Videoanalyse, Messwerterfassung, Java Applets uvm. genutzt werden kann.[37] Es ist lizensiert und wird in Deutschland vom Klett Verlag vertrieben, dessen Physikbuch „Impulse Physik 10"[38] mit der auf Modellbildung und Videoanalyse eingeschränkten Version „Coach 6 Studio MV" arbeitet. Neben Einzellizenzen können auch Schullizenzen erworben werden. Das Programm selbst ist zwar auf Deutsch, die Hilfedateien sind aber leider nur in Englisch verfügbar. Aber dank der intuitiven Bedienung und einiger Tutorials, die als Beispiele abgerufen werden können, benötigt man die Hilfe eigentlich nicht. Die Tutorials eigenen sich auch sehr gut, um sich mit der Bedienung des Programms vertraut zu machen.

Wie schon in Kapitel 3.2 erklärt, ist Coach 6 ein sogenanntes graphisch orientiertes Modellbildungsprogramm. Es werden im Modellfenster Symbole angeordnet und miteinander verknüpft, aus diesen Zusammenhängen berechnet das Programm dann das Modell.

---

[37] Kedzierska et. al., 2010, S.6.

[38] Donat et. al., 2008.

Beim freien Falls ohne Reibung könnte die Arbeitsoberfläche folgendermaßen aussehen:

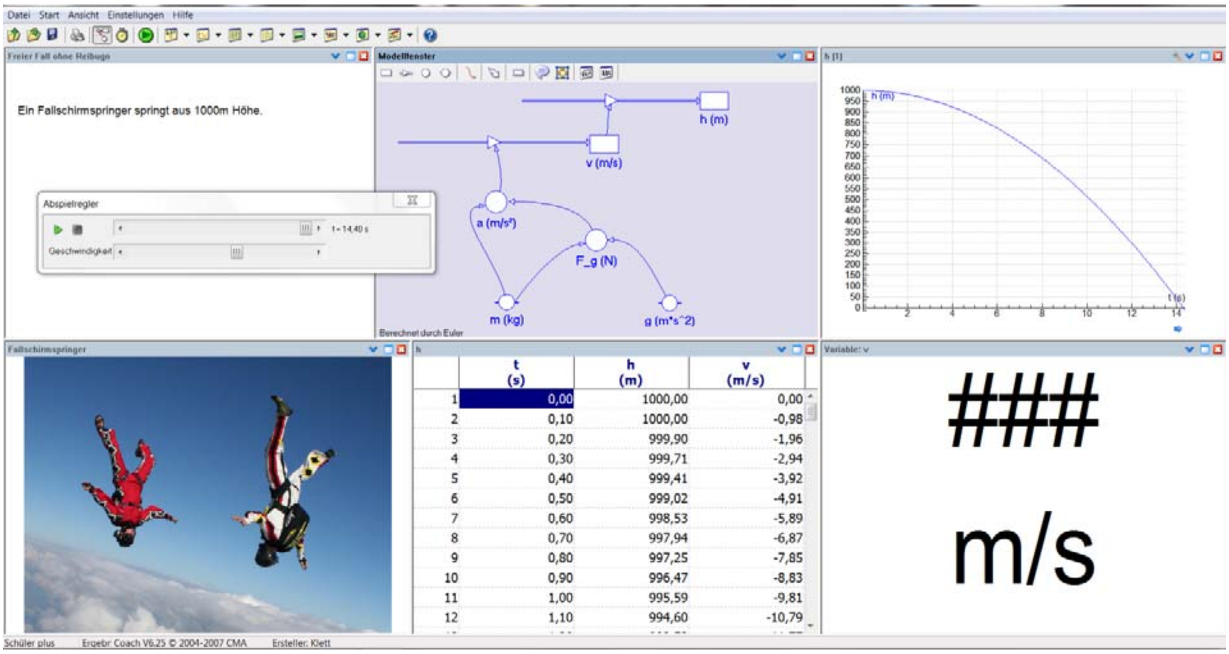



ABBILDUNG 9: DIE ARBEITSOBERFLÄCHE VON COACH 6

Coach 6 kann zusätzlich zum Modellfenster (grau hinterlegtes Fenster oben in der Mitte der Abb.5) bis zu fünf weitere Fenster gleichzeitig anzeigen, in denen Text (oben links in Abb.5), Bilder (unten links in Abb.5), Wertetabellen (unten in der Mitte in Abb.5), Graphen (oben rechts in Abb.5) oder Momentanwerte einzelner Größen (unten rechts in Abb.5) stehen können. Zusätzlich kann mit einem Abspielregler der Modellablauf gestartet und angehalten, sowie die Geschwindigkeit eingestellt werden, in der der Modellablauf, d. h. die Simulation angezeigt wird. Die Bedienung der Modellfenster ist sehr intuitiv, mit einem Rechtsklick auf eine beliebige Größe im Modellfenster kann diese als Diagramm, Werttabelle oder Anzahl in jedes Fenster gezogen und dort angezeigt werden; mit einem weiteren Rechtsklick auf das Diagramm können die Eigenschaften angepasst werden. Es ist zum Beispiel möglich, mehrere Größen in einem Graphen aufzutragen oder nur bestimmte Größen in der Wertetabelle anzeigen zu lassen.

Zu den Funktionen im Modellfenster:

Die Symbole werden durch Klicken auf das entsprechende Feld in der Bedienzeile erstellt und können dann beliebig im Modellfenster platziert werden. Der sogenannte Konnektor (roter Pfeil in der Bedienzeile) stellt Verbindungen zwischen den Symbolen her.

Für die Bedienung ist es wichtig zu wissen, welches Symbol für welche Größen geeignet ist.

Die wichtigsten Symbole sind


- Die Bestandsvariable wird für Zustandsgrößen verwendet, die ein System beschreiben.

- Der Fluss, legt die Änderungsrate fest.


- Die Hilfsvariable, wird für Größen verwendet, die aus anderen Größen mit Hilfe einer Formel berechnet werden.


- Die Konstante definiert einen festen Wert für eine Größe und bleibt während dem Modellablauf konstant.

Beim freien Falls sieht das Modell dann wie folgt aus:

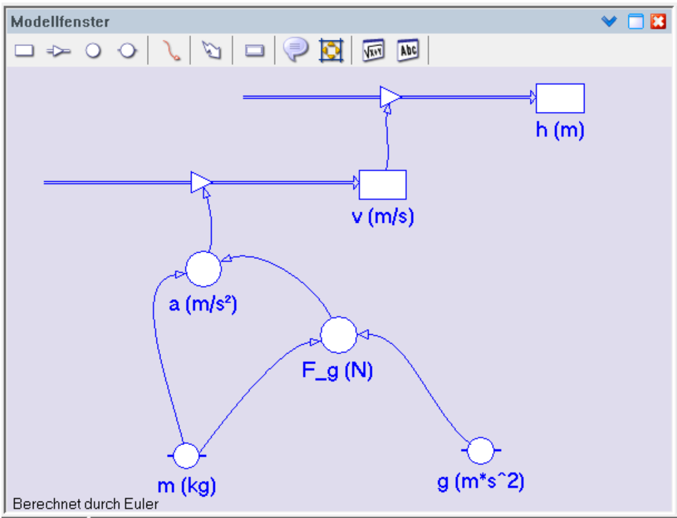



ABBILDUNG 10: MODULATION DES FREIEN FALLS MIT COACH 6

Die Höhe *h* ist eine zeitlich veränderliche Größe; ihre Änderungsrate (wie schnell sich die Höhe ändert) hängt von der Geschwindigkeit *v* des Körpers ab (deswegen werden der Fluss und die Geschwindigkeit mit einem Konnektor verbunden). Gleiches gilt auch wieder für die Geschwindigkeit, auch sie ist eine zeitlich veränderliche Größe; die Änderungsrate hängt von der Beschleunigung ab. Deswegen wird der Fluss der Geschwindigkeit mit einem Konnektor mit der Beschleunigung *a* verbunden. Die Beschleunigung aber ist keine Zustandsgröße, sie hängt von der Kraft, die auf den Körper wirkt, und der Masse des Körpers ab, also verwenden wir für die Beschleunigung eine Hilfsvariable. Gleiches gilt für die Kraft, sie ist keine Zustandsgröße, ist aber auch keine Konstante im eigentlichen Sinne, da sie aus der Masse *m* und der Fallbeschleunigung *g* bestimmt wird. Für die restlichen Größen (Masse *m* und Fallbeschleunigung *g*) werden Konstanten verwendet.

Damit der Fallschirmspringer auch am Boden landet, kann noch durch Klicken auf die gelbe Uhr in der Menüleiste $h$<0 als Stoppbedingung eingegeben werden.

Zusätzlich zur graphisch orientierten Eingabemethode bietet Coach 6 noch zwei weitere Eingabemöglichkeiten. Im Modellfenster kann zwischen dem hier beschriebenem Graphikmodus, dem Textmodus und dem Gleichungsmodus umgeschaltete werden.

Der Gleichungsmodus bietet eine Eingabe, wie bei gleichungsorientierten Modellbildungssystemen

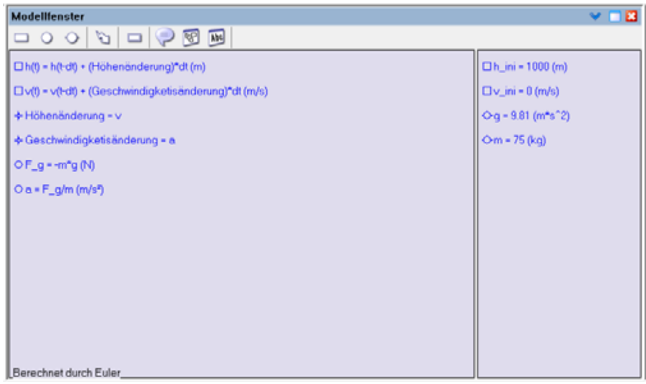



ABBILDUNG 11:GLEICHUNGSMODUS

Beim Textmodus kann wie in Programmiersprache das Modell eingegeben werden.

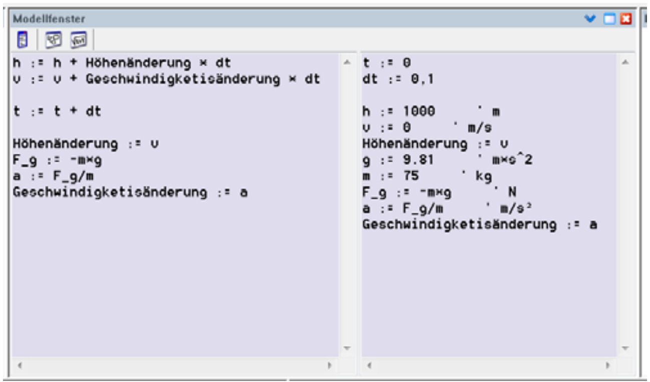



ABBILDUNG 12: TEXTMODUS

Man kann zwischen den drei Eingabemodi wechseln, egal, mit welcher Methode man ursprünglich modelliert hat.

### 4.1.2 Newton II

Newton II ist ein gleichungsorientiertes Modellbildungssystem der Universität Würzburg, das von Stephan Lück entwickelt wurde. Es ist für jeden frei zugänglich und auf der Seite des Lehrstuhls downloadbar (Bezugsadressen der Softwareprodukte im Anhang). Jeder Schüler kann das Programm auf seinem Computer zu Hause installieren.

Newton II besteht im Wesentlichen aus einem Anzeigebereich (auf der linken Seite), in dem die Ergebnisse in Form von Graphen und Tabellen dargestellt werden können und einem Eingabe- und Aktionsbereich (auf der rechten Seite) in dem die Gleichungen, Konstanten, Berechnungsbedingungen und Achseneinstellungen eingegeben werden, sowie die Berechnung gestartet werden kann.

Es ist möglich, bis zu vier Koordinatensysteme gleichzeitig einzublenden, eine Wertetabelle kann optional angezeigt werden. Im Gegensatz zu Coach 6 ist das Auftragen mehrerer Größen in einem Koordinatensystem sowie das Einfügen von Bildern leider nicht möglich. Bei den mitgelieferten Modellen kann eine Information durch Klicken auf das Symbol „i" oben rechts im Eingabebereich geöffnet werden.

Für den freien Fall sieht das Ergebnis folgendermaßen aus:

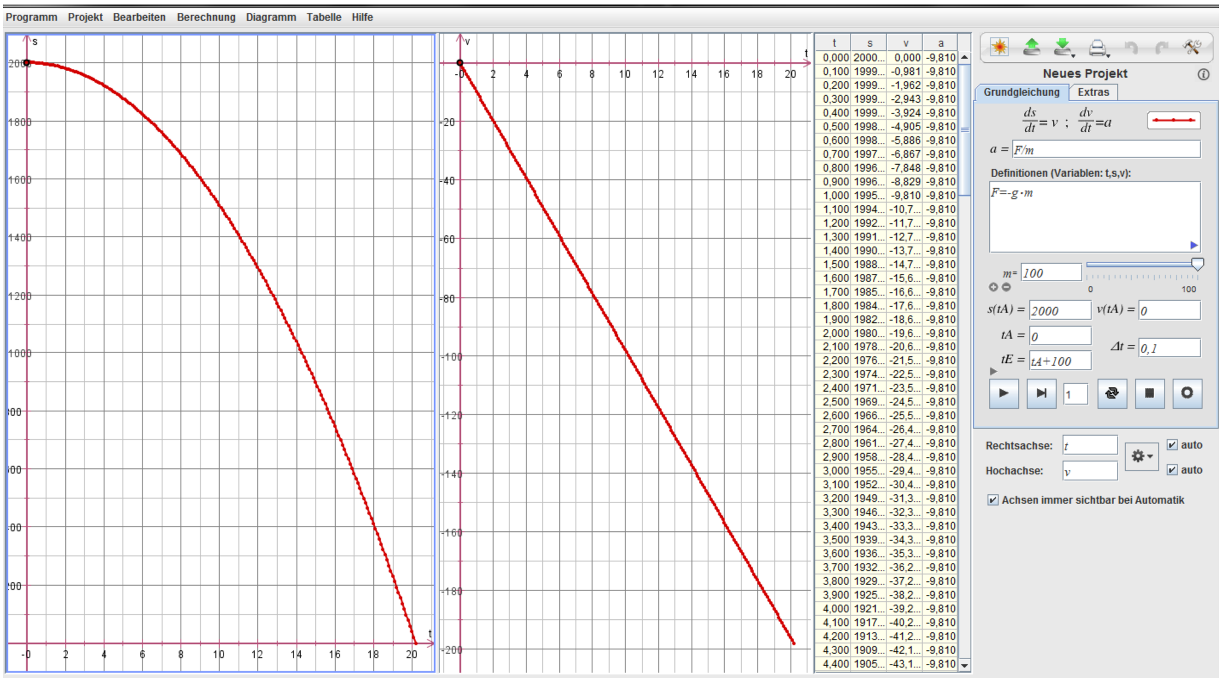



ABBILDUNG 13: ARBEITSOBERFLÄCHE VON NEWTON II

Im linken Koordinatensystem ist der Weg *s* gegen die Zeit *t* und im rechten Koordinatensystem ist die Geschwindigkeit v gegen die Zeit *t* aufgetragen; rechts neben den Koordinatensystemen ist die Wertetabelle eingeblendet, die immer die Zeit *t*, den Weg *s*, sowie die Geschwindigkeit *v* und die Beschleunigung a anzeigt. Es ist nicht möglich in der Wertetabelle nur bestimmte Größen anzeigen zu lassen.

Genaueres zum Eingabe- und Aktionsbereich:

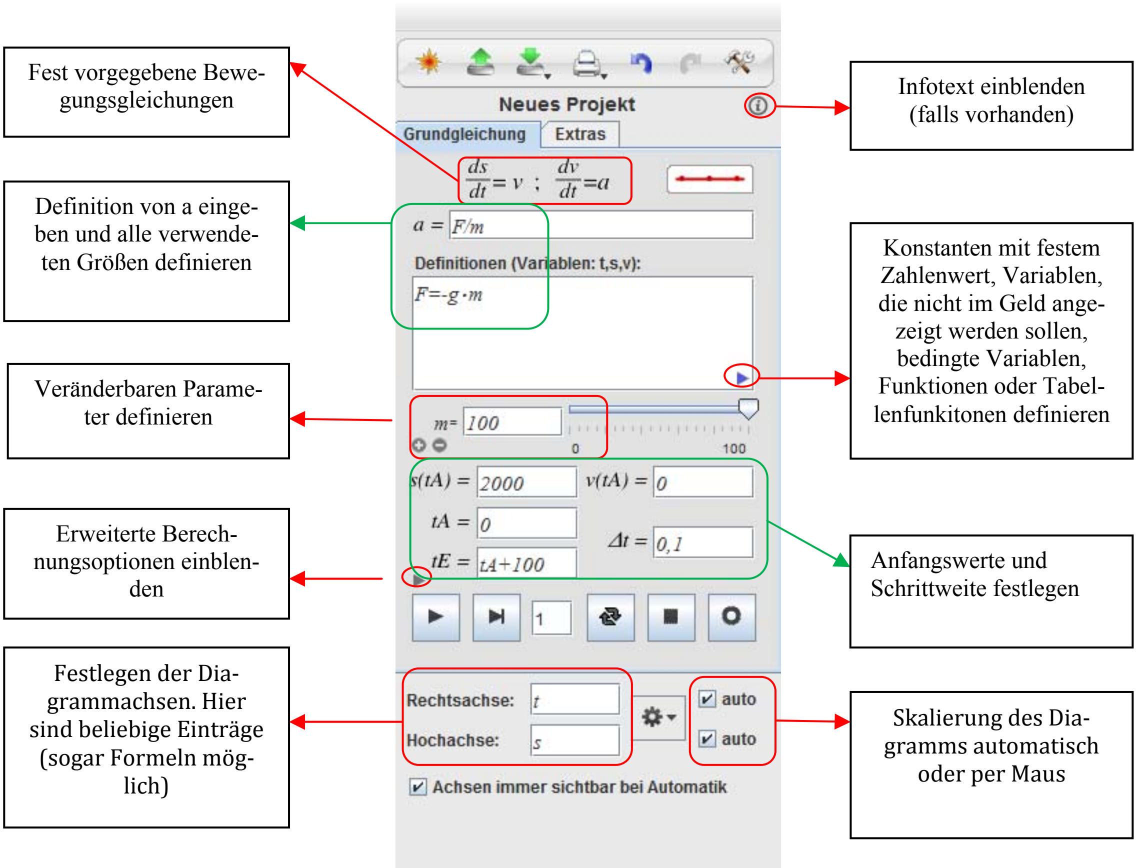



ABBILDUNG 14: MODULATION DES FREIEN FALLS MIT NEWTON

Da Newton II ein sogenanntes gleichungsorientiertes Modellbildungssystem ist, muss hier bei $a = \cdots$ die klassische newtonsche Bewegungsgleichung (zweites Axiom) eingegeben werden.

$m * \vec{a} = \sum_i \vec{F_i} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{\sum_i \vec{F_i}}{m}$ hier: $a = \frac{F}{m}$ da nur die Gewichtskraft beteiligt ist.

In Feld „Definitionen" werden dann die $F_i$ und die darin vorkommenden Konstanten und Parameter definiert. Beim freien Fall wirkt nur die Gewichtskraft $F = -m * g$, somit sind auch nur die Parameter $m$ und $g$ zu definieren. Hier wurde $m$ als veränderbarer Parameter definiert, $g$ als Konstante.

Als Anfangswert wurde $s_0 = 2000\ m$ gewählt.

Beim freien Fall kann noch unter erweiterten Berechnungsoptionen als Stoppbedingung $s<0$ eingegeben werden, sodass, wie bei Coach 6 auch, der Fallschirmspringer nicht in den Boden hinein fällt.

### 4.1.3 Modellus 4

Modellus 4 ist genauso wie Newton II eine gleichungsorientiertes Modellbildungssystem, trotzdem unterscheiden sich beide Programme in der Art wie die Bewegungsgleichungen eingegeben werden; besonders aber in der Ausgabe. Denn Modellus 4 kann nicht nur Graphen und Tabellen ausgeben, sondern auch Animationen. Es ist kostenlos auf der Modellus Website (Bezugsadresse siehe Anhang) nach kurzer Registrierung erhältlich, was den Vorteil hat, dass es auch für die Schüler zu Hause nutzbar ist. Modellus 4 wurde in Portugal erstellt und ist daher leider nur in Englisch, Spanisch, Portugiesisch sowie Niederländisch verfügbar, Versionen in Griechisch und Chinesisch sind geplant. Da Modellbildungssysteme aber erst in der 10. Jahrgangsstufe unterrichtet werden und hauptsächlich physikalische Formeln eingegeben werden, sollte dies kein größeres Problem sein.

Bei Modellus 4 hat man im Gegensatz zu allen anderen bisher vorgestellten Modellbildungssystemen im Modellfenster fast vollkommen freie Hand. Es gibt keine vorher festgelegten Symbole oder Gleichungen.

Eine Möglichkeit den freien Fall zu modellieren wäre:

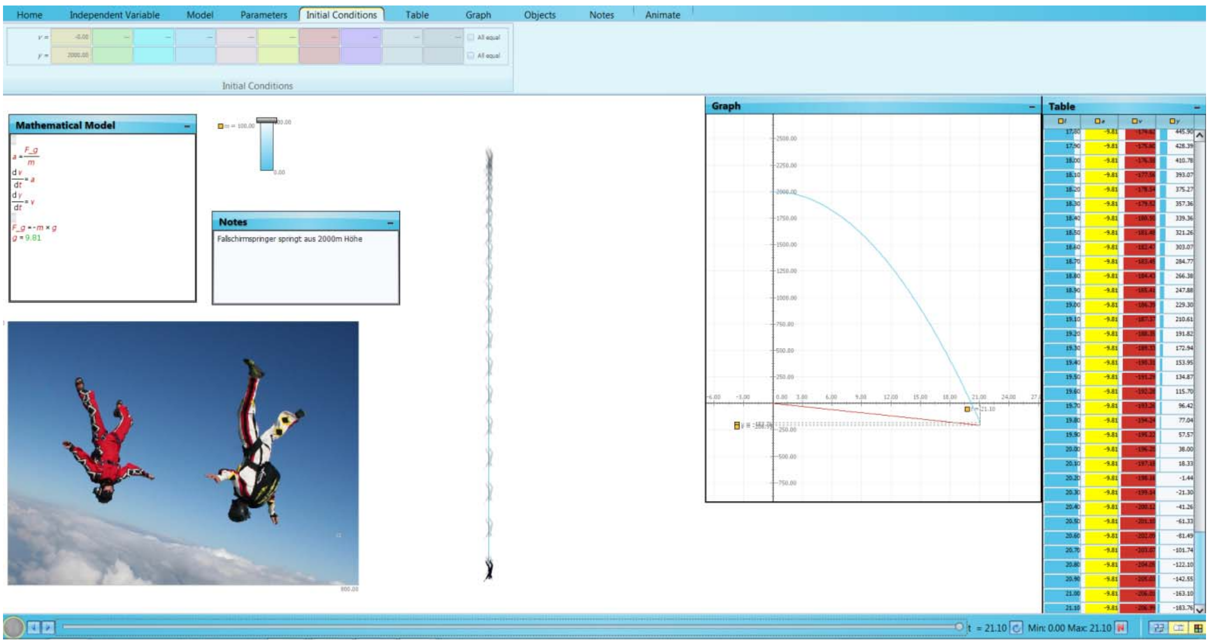



ABBILDUNG 15:ARBEITSOBERFLÄCHE VON MODELLUS 4

Unter dem Reiter „Table" kann festgelegt werden, welche Größen die Wertetabelle auflistet. Des Weiteren können beliebig viele Graphen leider in nur einem Koordinatensystem gezeichnet werden. Was geplottet wird, kann man unter „Graph" einstellen (es gibt aber die Möglichkeit unter „Simulationen“ weitere Graphen zeichnen zu lassen, dazu mehr in Kapitel 5.1.3). Außerdem können unter anderem noch Bilder, veränderliche Variablen als Schiebrgler, sowie

Notizen und eben verschiedene Animationen (hier der Fallschirmspringer) eingefügt werden. Leider kann man keine Stoppbedingung für die Berechnung festlegen, sondern nur unter „Independent Variable" eine Zeit einstellen, nach der diese beendet wird. Man muss also erst die Zeit, wann der Springer am Boden auftrifft, in der Tabelle ablesen und dann die entsprechende Zeit einstellen.

Nun zum Modellfenster:

Da man hier recht freie Hand hat, gibt es mehrere Varianten das Modell einzugeben.:

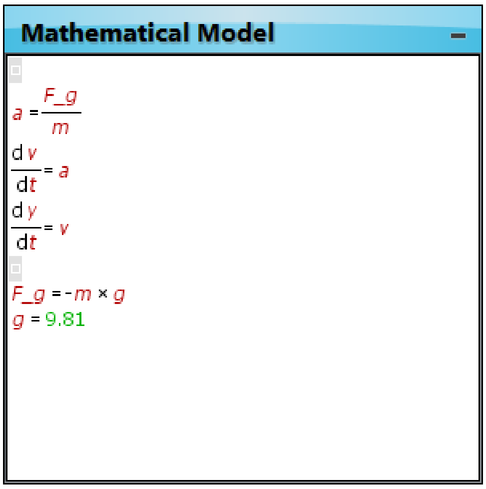



ABBILDUNG 16: MODELL BERECHNET MIT DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Das Programm berechnet das Modell aus den Differentialgleichungen (wie bei Newton II).

Dabei werden zwar besonders die physikalischen Zusammenhänge betont, das grundlegende Rechenverfahren wird dafür aber verschleiert.

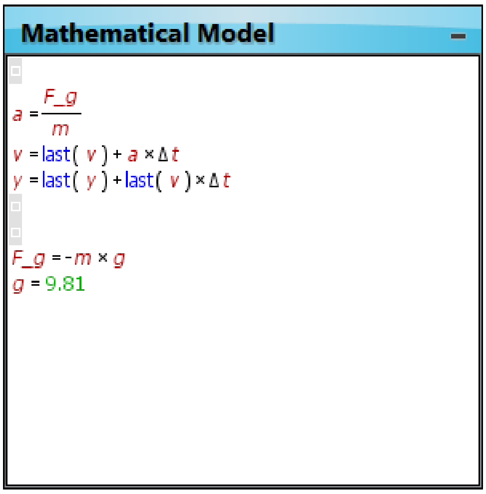



ABBILDUNG 17: MODELL BERECHNET DURCH DAS EULER-VERFAHREN

Oder man modelliert das Problem mithilfe des Euler-Verfahrens, genauso wie bei der Modellbildung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. Bei dieser Methode wird besonders die schrittweise Berechnung betont.

Je nachdem, welche Lösung man wählt, muss noch die Starthöhe $y_0$ als Anfangswert unter „Initial Conditions" festgelegt werden.

Die Besonderheit von Modellus 4 ist aber, dass es im Gegensatz zu den anderen Programmen auch Animationen ausgeben kann. Möchte man keine mathematische Modellbildung, sondern lediglich eine Simulation erstellen wäre es auch möglich direkt die Lösungen der Bewegungsgleichungen einzugeben, wie sie z. B. in der Formelsammlung stehen, und kann sich dann Graphen oder Animationen ausgeben lassen.

Um eine Animation zu erstellen, wird unter „Objects" ein „Particle" erstellt. Unter „Animate" werden dann die Eigenschaften des Objekts definiert. Beim freien Fall kann dies dann wie folgt aussehen:

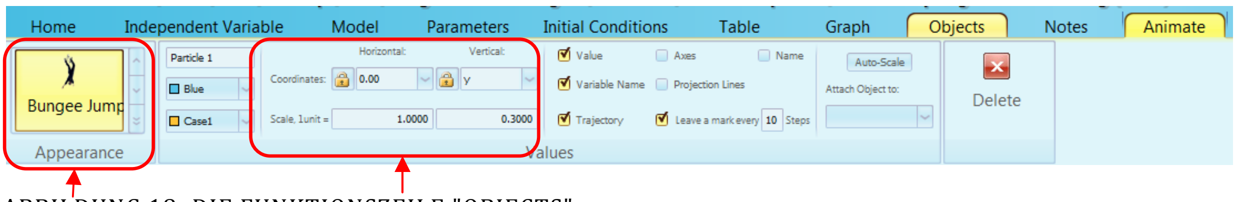



ABBILDUNG 18: DIE FUNKTIONSZEILE "OBJECTS"

Unter „Animate" wählt man als „Appearance" z. B. den Bungee Jumper und weist ihm folgende Koordinaten zu:

Horizontal: 0.00 (da keine Bewegung in x-Richtung stattfindet)

Vertikal: y (Bewegung erfolgt nach den berechneten y Werten)

Unter „Scale Unit“ kann man die Größe so anpassen, dass die Animation formatfüllend wird. Desweiteren ist es unter anderem möglich, ein Koordinatensystem, die Bahn oder verschiedene Positionen der Animation anzeigen zu lassen. Über die Funktion „Image" können auch selbst gestaltete Bilder eingefügt werden.

### 4.1.4 Excel

Excel ist wohl das derzeit bekannteste und am weitesten verbreiteteste Tabellenkalkulationsprogramm (alternativ kann das kostenlose Calc 3 von Open Office verwendet werden). Allerdings wurde es nicht zur Modellbildung direkt entwickelt und hat deshalb auch viel mehr Funktionen als letztendlich benötigt werden.

Als Grundlage dient immer ein leeres Rechenblatt, auf dem man alle Geleichungen, Wertetabellen und Graphen selbst nach eigenen Wünschen und Möglichkeiten erstellen kann.

Für den freien Fall ohne Reibung könnte eine Darstellung wie folgt aussehen:

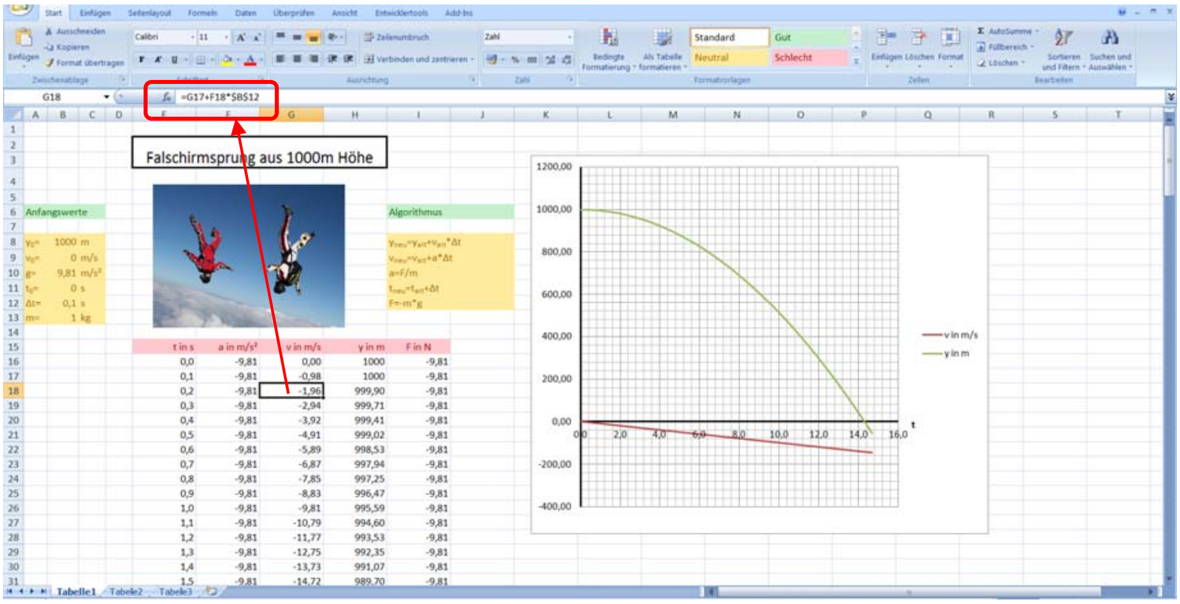



ABBILDUNG 19: RECHENBLATT VON EXCEL

Die eigentliche Formel zur Berechnung des Modells versteckt das Programm hinter den berechneten Werten, sie können nur durch Auswählen des entsprechenden Feldes angezeigt werden. Drückt man gleichzeitig „Strg" und „ ' " werden alle Formeln im Tabellenblatt angezeigt (siehe Abbildung 21). Es können Bilder und beliebig viele frei gestaltbare Diagramme eingefügt werden. Als Hilfestellung ist es möglich den Algorithmus, nach dem das Modell berechnet werden soll, direkt aufzuschreiben, sodass er immer sichtbar ist. Um das Modell übersichtlicher zu gestalten, können bestimmte Felder oder Werte farbig markiert werden.

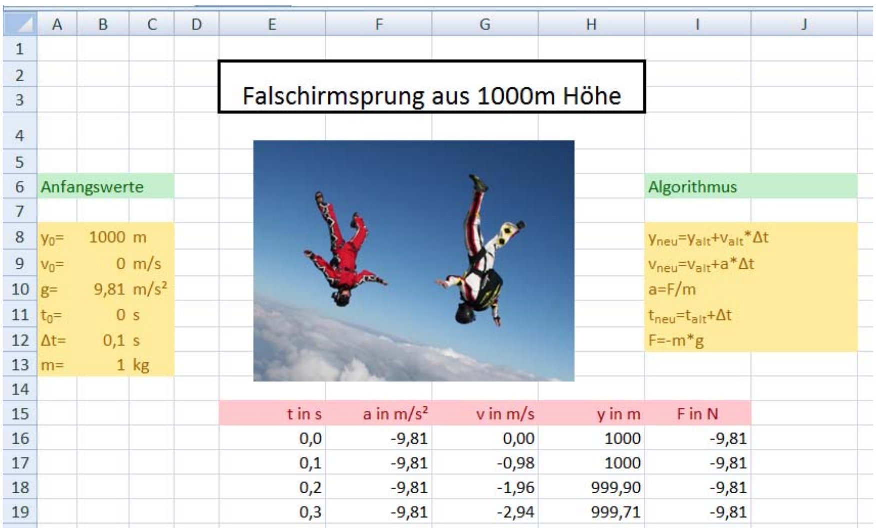



ABBILDUNG 20:GESTALTUNGSMÖGLICHKEIT DER MODULATION

Als Algorithmus wird zur Berechnung die Methode der kleinen Schritte (Euler-Verfahren) verwendet. Hierbei wird für ein kleines Zeitintervall Δt eine beschleunigte Bewegung durch eine gleichförmige Bewegung ersetzt. Um so kleiner die Δt sind, umso genauer stimmen die berechneten Werte mit den realen überein. Dieses Berechnungsverfahren wird teilweise auch von den anderen Modellbildungssystemen genutzt bzw. dort u. a. zur Auswahl stehen (siehe Kapitel 5.1).

Hier sind die Formeln eingeblendet, die „hinter“ den Zahlen stecken:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | Falschirmsprung aus 1000m Höhe | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | |
| 6 | Anf | | | | | | | Algorithmus | |
| 7 | | | | | | | | | |
| 8 | $y_0$= | 1000 | m | | | | | $y_{neu}=y_{alt}+v_{alt}*\Delta t$ | |
| 9 | $v_0$= | 0 | m/s | | | | | $v_{neu}=v_{alt}+a*\Delta t$ | |
| 10 | g= | 9,81 | m/s² | | | | | a=F/m | |
| 11 | $t_0$= | 0 | s | | | | | $t_{neu}=t_{alt}+\Delta t$ | |
| 12 | Δt= | 0,1 | s | | | | | F=-m*g | |
| 13 | m= | 1 | kg | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | t in s | a in m/s² | v in m/s | y in m | F in N |
| 16 | | | | | =B11 | =I16/$B$13 | =B9 | =B8 | =-$B$13*$B$10 |
| 17 | | | | | =E16+$B$12 | =I17/$B$13 | =G16+F17*$B$12 | =H16+G16*$B$12 | =-$B$13*$B$10 |
| 18 | | | | | =E17+$B$12 | =I18/$B$13 | =G17+F18*$B$12 | =H17+G17*$B$12 | =-$B$13*$B$10 |
| 19 | | | | | =E18+$B$12 | =I19/$B$13 | =G18+F19*$B$12 | =H18+G18*$B$12 | =-$B$13*$B$10 |
| 20 | | | | | =E19+$B$12 | =I20/$B$13 | =G19+F20*$B$12 | =H19+G19*$B$12 | =-$B$13*$B$10 |
| 21 | | | | | =E20+$B$12 | =I21/$B$13 | =G20+F21*$B$12 | =H20+G20*$B$12 | =-$B$13*$B$10 |

ABBILDUNG 21: FOMELN IM TABELLENBLATT ANGEZEIGT

Allerdings sollten die Schüler schon Grundkennnisse in der Verwendung von Excel mitbringen. Denn da Excel kein reines Modellbildungssystem ist, das auch nicht wie die anderen speziell für die Schule entwickelt wurde, ist die Bedienung doch teilweise ziemlich anspruchsvoll, was man an den recht unübersichtlich und auf den ersten Blick schwer durchschaubaren Formeln erkennen kann. Stichworte wie relativer und absoluter Zellbezug und wie man Formeln eingibt, sollten bekannt sein, da man sich sonst mehr auf die Bedienung als auf das physikalische Problem konzentrieren muss. Dafür bietet das Programm aber auch viele Möglichkeiten. Da praktisch alles selbst erstellt werden muss und es keinerlei Vorgaben gibt, hat man große Gestaltungsfreiheit.

Um das Problem mit den „versteckten" Formeln zu Lösen gibt es noch eine alternative Eingabemöglichkeit. In Excel kann ein Namen für Formeln oder Konstanten festgelegt werden, sodass die eingegebenen Formeln nicht mehr in Form von Zellbezügen, sondern mittels der definierten Namen angezeigt werden. Diese Methode ist jedoch nur für den Lehrer geeignet, wenn er zuvor das Modell vorbereitet, aber ungeeignet, wenn Schüler selbst das Modell erstellen sollen.

Unter „Formeln" und „Definierte Namen" kann unter „Name definieren" ein Zahlenwert oder eine ganze Formel für einen Namen eingegeben werden.

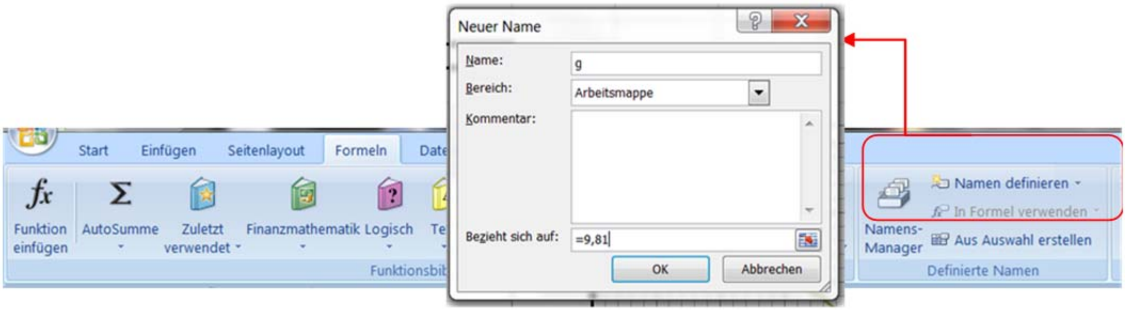
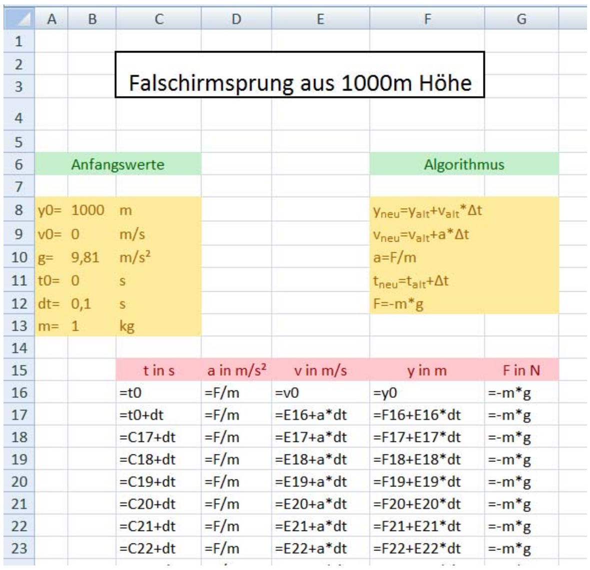



ABBILDUNG 22: NAMEN FÜR KONSTANTEN/FORMELN DEFINIEREN

Im „Namens-Manager“ können dann die definierten Namen verwaltet werden. Unter „In Formel verwenden" können die definierten Konstanten oder Formeln dann anstelle von Zellbezügen in den eingegebenen Formeln verwendet werden.

Lässt man sich nun das Modell mit der Tastenkombination „Strg" und „ ' " anzeigen, werden die Formeln „entschlüsselt" angezeigt.



| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | Falschirmsprung aus 1000m Höhe | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | Anfangswerte | | | | | Algorithmus | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | y0= | 1000 | m | | | $y_{neu}=y_{alt}+v_{alt}*\Delta t$ | |
| 9 | v0= | 0 | m/s | | | $v_{neu}=v_{alt}+a*\Delta t$ | |
| 10 | g= | 9,81 | m/s² | | | a=F/m | |
| 11 | t0= | 0 | s | | | $t_{neu}=t_{alt}+\Delta t$ | |
| 12 | dt= | 0,1 | s | | | F=-m*g | |
| 13 | m= | 1 | kg | | | | |
| 14 | | | | | | | |
| 15 | | | t in s | a in m/s² | v in m/s | y in m | F in N |
| 16 | | | =t0 | =F/m | =v0 | =y0 | =-m*g |
| 17 | | | =t0+dt | =F/m | =E16+a*dt | =F16+E16*dt | =-m*g |
| 18 | | | =C17+dt | =F/m | =E17+a*dt | =F17+E17*dt | =-m*g |
| 19 | | | =C18+dt | =F/m | =E18+a*dt | =F18+E18*dt | =-m*g |
| 20 | | | =C19+dt | =F/m | =E19+a*dt | =F19+E19*dt | =-m*g |
| 21 | | | =C20+dt | =F/m | =E20+a*dt | =F20+E20*dt | =-m*g |
| 22 | | | =C21+dt | =F/m | =E21+a*dt | =F21+E21*dt | =-m*g |
| 23 | | | =C22+dt | =F/m | =E22+a*dt | =F22+E22*dt | =-m*g |

ABBILDUNG 23: FORMELN IM RECHENBLATT

### 4.1.5 Fazit

Schon an einem einfachen Beispiel wie dem freien Fall erkennt man sehr gut, wie sich die einzelnen Programme vor allem in der Ein- und Ausgabe unterscheiden, denn hier werden eben gerade die Grundfunktionen benötigt.

Bei der Art der Eingabe fällt einem sicherlich besonders Coach 6 auf. Dieses Programm arbeitet mit Symbolen und kommt ohne Formeln auf der Oberfläche aus. Im Gegensatz zu Excel, bei dem die Formeln auch nicht direkt sichtbar sind, erkennt man hier dadurch aber trotzdem wie die Größen zusammenhängen und sich gegenseitig beeinflussen. Die Darstellung mit Symbolen hat den großen Vorteil, dass erst nachdem die Symbole erstellt wurden, sie mit Konnektoren verbunden werden sollten und nur Größen, zwischen denen eine solche direkte Verbindung besteht, können als Formel zusammengesetzt werden. So entsteht dann eine Art Concept Map, das alle Zusammenhänge wiedergibt. Dieses schrittweise Zusammensetzen des Modells ist bei einer gleichungsorientierter Eingabe nicht möglich, da hier die Formeln direkt aufgeschrieben werden müssen.

Newton II erleichtert das, indem die Lösungen der Bewegungsgleichung mit $\frac{dv}{dt} = a$ und $\frac{ds}{dt} = v$ bereits vorgegeben werden. Es gibt auch eine gewisse Struktur des Modells vor, indem zuerst a als $\frac{\sum_i F_i}{m}$ festgelegt wird und dann in einem neuen Eingabebereich die $F_i$ und alle weiteren Parameter sowie Konstanten definiert werden. Hierbei hilft das Programm auch wieder, indem es das Eingabefeld rot umrandet, bis alle Größen festgelegt sind. Der Definitions- und Eingabebereich hat aber leider nur 4 sichtbare Zeilen, gibt man mehr ein sind diese Zeilen erst durch Scrollen sichtbar. Positiv ist, dass veränderliche Parameter in Form von Schiebreglern benutzt werden können. So kann leicht beobachtet werden, wie bestimmte Größen die Diagramme beeinflussen.

Modellus 4 gibt diese Hilfestellungen nicht, es hat ein leeres Modellfenster. Was einerseits wie in Kapitel 4.1.3 gezeigt, die Möglichkeit gibt, das physikalische Problem auf unterschiedliche Arten zu lösen, man aber andrerseits erst einmal gar nicht weiß, wo man anfangen soll und wie man die Formeln am besten eingibt. Bevor man das Modell startet, wird geprüft, ob ein Zirkelschluss vorliegt. Ob man alle Größen definiert hat, sieht man erst, wenn alle Werte berechnet werden können (ansonsten erscheint NaN in der Wertetabelle). Wie auch bei Newton II können Schiebregler für veränderliche Parameter erstellt werden. Die Besonderheit ist aber vor allem verschiedene Größen auf Grundlage der berechneten Werte zu animieren. Leider können nur die vom Programm zur Verfügung gestellten Objekte verwendet werden und keine eigenen eingefügt werden.

Bei Excel ist die Eingabe auf den ersten Blick Modellus recht ähnlich, anfangs hat man auch hier nur ein leeres Rechenblatt. Aber dadurch, dass man erst die Anfangswerte definiert, (und optional den Algorithmus aufschreibt) ist es eher wie bei Coach 6, das man dann mittels Formeln Verbindungen zwischen den Anfangswerten herstellt und die Größen in Bezug zueinander setzt, wobei hier die Relationen nicht wie bei Coach 6 direkt sichtbar sind, sondern im Hintergrund gehalten werden. Bei Excel stehen weniger die Formeln im Vordergrund, sondern er die berechneten Zahlen. Dadurch ist die Eingabe am wenigsten intuitiv, denn es muss die „Sprache" von Excel beherrscht werden. Es genügt nicht einfach die Formeln einzutippen, wie sie im Algorithmus stehen, sondern die einzelnen Zellen müssen zu Formeln verknüpft werden. Der Name jeder einzelnen Größe wird mit den Koordinaten der entsprechenden Zelle ausgedrückt, sodass die eigentlichen Formeln und Bezüge nicht mehr direkt sichtbar sind. Nur durch richtige Verwendung von absolutem und relativem Zellbezug lassen sich die Formeln so erstellen, dass sie einfach auf andere Zellen übertragen werden können. Hat man vergessen, eine Größe zu definieren, muss gegebenenfalls erst eine neue Zeile oder Spalte eingefügt werden. Problematisch ist auch, dass je nachdem, wo man die Anfangswerte auf dem Rechenblatt positioniert, die Formeln immer andere Buchstaben (Zellbezüge) enthalten und bei Fehlern diese nicht so einfach korrigiert und nachvollzogen werden können. Excel ist somit das einzige Programm, bei dem die Bedienung wenig intuitiv ist und es ratsam wäre, Grundkenntnisse mitzubringen.

Bei allen Programmen ist es möglich, einen bestimmten Teil des Modells vorzugeben. Um den Fokus der Schüler besonders auf die Summe der Kräfte zu lenken, die die Bewegung beeinflussen, kann in Coach 6 die sogenannte „Newton Maschine" vorgegeben werden.[39] Sie repräsentiert das Newton'sche Gesetz und ist somit das Grundgerüst jeglicher Bewegung.

Sie sieht wie folgt aus:

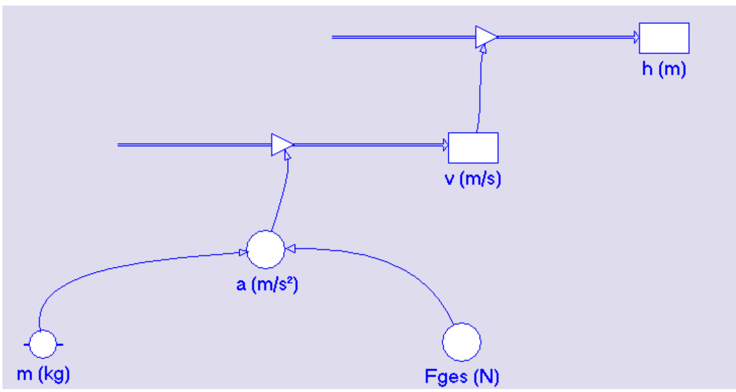



ABBILDUNG 24: DIE NEWTON MASCHINE

Die "Newton Maschine" bleibt bei jeder Bewegung gleich, es müssen also nur die beeinflussenden Kräfte mit den dazugehörigen Parametern ergänzt werden.

[39] Lück, Wilhelm, 2011, S.27 f.

Diese Art von Vorgehen lässt sich analog auf alle anderen hier besprochenen Modelbildungssysteme übertragen. Das erleichtert den Schülern den Einstieg in das Modellieren und spart Zeit bei späteren Modellerstellungen.

Tabellarische Übersicht über die Eingabemöglichkeiten der unterschiedlichen Modellbildungssysteme, wobei ein grünes Feld bedeutet, dass die Funktion vorhanden ist.

| **Eingabemöglichkeiten** | **Coach** | **Newton** | **Modellus** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Schiebregler (s. Kapitel 5.2) | **1** | **Beliebig viele** | **Beliebig viele** | **Möglich, aber anspruchsvoll** |
| Stoppbedingung | **Ja** | **Ja** | **Nein** | **Möglich, aber anspruchsvoll** |
| Formeln direkt sichtbar | **Nur in Form von Zusammenhängen** | **Ja** | **Ja** | **Nein** |
| Graphischorientiert | **Ja** | **Nein** | **Nein** | **Nein** |
| Gleichungsorientiert | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Eher schritteorientiert** |

Bei der Ausgabe sind die vier Programme alle sehr ähnlich, sie erstellen alle Diagramme und Wertetabellen. Unterschiedlich sind hier nur die Einstellungsmöglichkeiten. Modellus 4 sticht als einziges hervor, da es zusätzlich zu Genanntem noch Animationen erzeugen kann.

In nachfolgenden Tabellen wird ein kurzer Überblick über die Ausgabemöglichkeiten bezüglich Diagrammen und Wertetabellen gegeben. Grün bedeutet, dass diese Funktion möglich ist, die Zahl gibt wieder, wie viele Graphen oder Diagramme maximal gleichzeitig gezeigt werden können.

| **Diagramme** | **Coach** | **Newton** | **Modellus** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Mehrere Diagramme gleichzeitig anzeigen | **5** | **4** | **1** | **Beliebig** |
| Mehrere Graphen pro Diagramm anzeigen | **7** | **1** | **8 x 5** | **Beliebig** |
| Graph anfitten | **Auch automatisch** | **Über Schieberegler** | **Nein** | **Auch automatisch** |

| | Coach | Newton | Modellus | Excel |
|---|---|---|---|---|
| Gitternetz ein- und ausblenden | **Ja** | **Ja** | **Nein** | **Ja** |
| Dehnen der Achsen (selbstständiges skalieren) | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Ja** |
| Automatisches Skalieren | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Ja** |
| Werte mit der Maus im Graphen ablesen | **Ja** | **Nein** | **Nein** | **Ja** |
| Graph langsam bzw.schrittweise anzeigen lassen | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Nein** |

| Wertetabelle | Coach | Newton | Modellus | Excel |
|---|---|---|---|---|
| Aufgeführte Grö-ßen frei wählbar | **8** | **Beliebig viele** | **8** | **Beliebig viele** |
| Wertetabelle für Vergleichsfunktion | **Nein** | **Ja** | **Nein** | **Ja** |

Modellus 4 kann wie bereits in Kapitel 4.1.3 beschrieben auch Animationen ausgeben. Dabei handelt es sich um eine Anzahl vom Programm vorgegebener Objekte, die in x- bzw. in y-Richtung die Bewegung einer vorher definierten Größe ausführen (wie z. B. der Bungee-Springer in Kapitel 4.1.3). Man kann so die Bewegung von Autos, Bällen, Menschen oder Planeten entsprechend der durch das Modell berechneten Werte animieren. Dadurch wird nicht nur die eigentliche Bewegung des Objekts klar, sondern man kann auch leichter beobachten, wie das Verändern verschiedener Größen die Bewegung des Objekts beeinflusst. Um dies zu erleichtern, gibt es auch eine Reihe von Einstellungsmöglichkeiten, so können z. B. verschiedene Achsen oder die Spur des Objekts angezeigt werden, um die Aussagekraft zu verstärken. In Kombination mit verschiedenen Schiebereglern kann man so einfach verschiedene Extremfälle betrachten, jedoch ist dann die Erstellung des Modells und der Animation zeitaufwendiger und besser zu Demonstrationszwecken geeignet. Es ist auch möglich, Teile des Modells oder der Animation vorzugeben, die dann nur noch ergänzt werden müssen.

# 5 Vergleich der unterschiedlichen Programme

In diesem Kapitel werden verschiedene Beispiele behandelt und anhand von diesen die Stärken und Schwächen der einzelnen Programme diskutiert. Mittels Tabellen werden deren Funktionen und Möglichkeiten verglichen.

## 5.1 Numerische Berechnungsverfahren am Beispiel der harmonischen Schwingung

Die harmonische Schwingung ist nicht nur ein Lehrplan relevantes Thema, sondern an ihr erkennt man auch gut, mit welchen numerischen Verfahren die einzelnen Modellbildungssysteme arbeiten. Verwendet man nämlich das Euler-Verfahren zur Berechnung des Modells, so schaukelt sich die Schwingung erkennbar auf, bei anderen numerischen Berechnungsverfahren hingegen erhält man, wie erwartet, eine Sinusschwingung.

Es gilt immer:

$$a = \frac{F}{m}$$

wobei bei der harmonischen Schwingung F die rücktreibende Kraft $F = -D * y$ ist, mit der Federkonstante D.

Die Geschwindigkeit *v* und der Weg *y* werden aus $\frac{dv}{dt} = a$ und $\frac{dy}{dt} = v$ berechnet.

### 5.1.1 Coach 6

Bei Coach ist es möglich, unter drei verschiedenen numerischen Berechnungsverfahren zu wählen. Unter „Einstellungen" (gelbe Uhr in der Menüleiste) kann das Euler-Verfahren das klassische Runge-Kutta-Verfahren (RK 2) oder das vierstufige Runge-Kutta-Verfahren (RK 4) zur Berechnung des Modells gewählt werden.

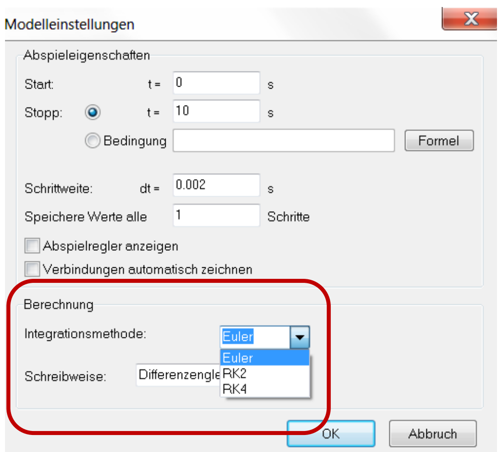



ABBILDUNG 25: EINSTELLUNG DES NUMMERISCHEN BERECHNUNGSVERFAHRENS

Unabhängig vom numerischen Berechnungsverfahren, sieht die Modulation folgendermaßen aus:

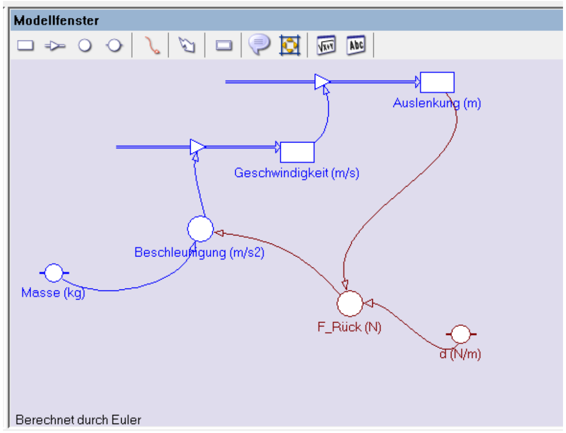



ABBILDUNG 26: MODULATION DER HARMONISCHEN SCHWINGUNG MIT COACH 6

Unten links im Bild sieht man, welches Verfahren zur Berechnung eingestellt wurde.

Je nachdem welches Verfahren man nun verwendet, erhält man speziell im Fall der harmonischen Schwingung unterschiedliche Lösungen.

Bei Verwendung des Euler-Verfahrens:

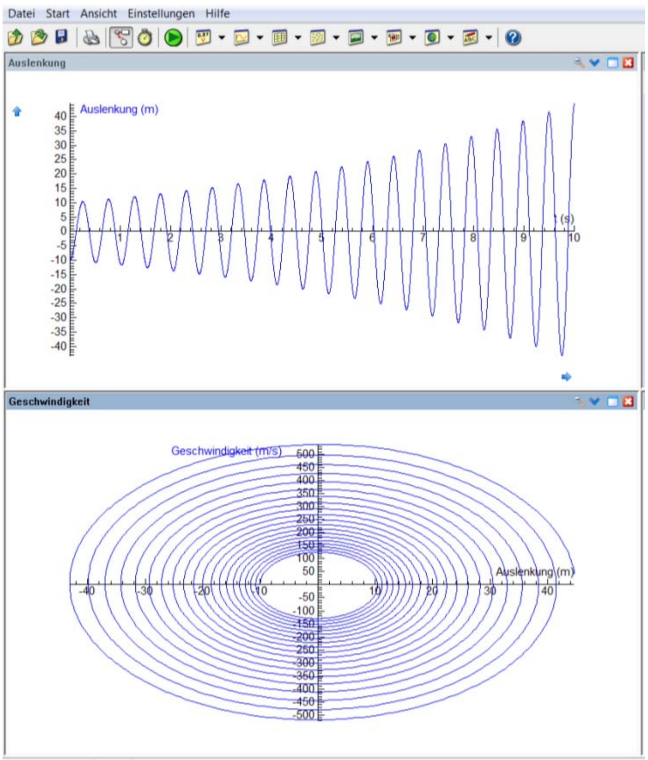



ABBILDUNG 27: SICH AUFSCHAUKELNDE AUSLENKUNG UND GESCHWINDIGKEIT BEI VERWENDUNG DES EULER VERFAHRENS

Man erkennt deutlich, wie sich die Schwingung aufschaukelt, die Amplitude nimmt zu.

Auch die Geschwindigkeit (hier gegen die Auslenkung aufgetragen) nimmt kontinuierlich zu.

Bei Verwendung eines des Runge-Kutta-Verfahrens:

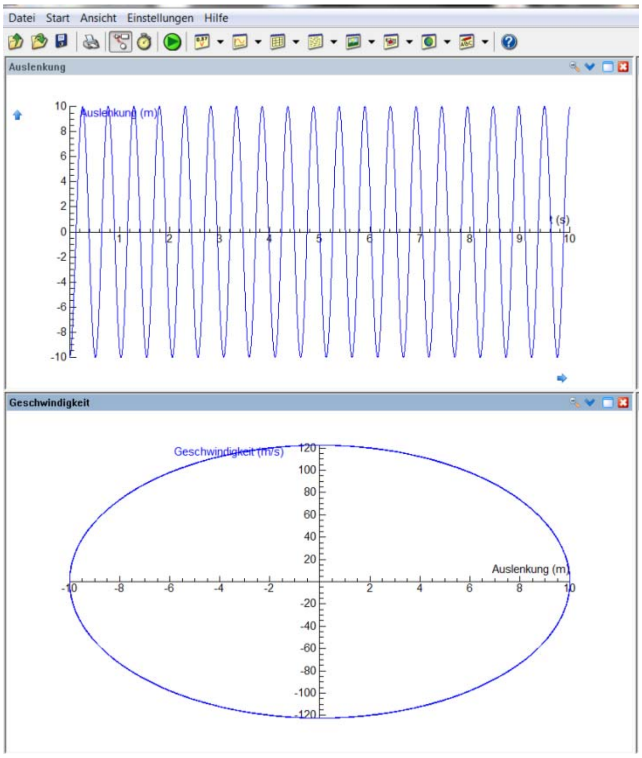



ABBILDUNG 28:AUSLENKUNG UNDGESCHWINDIGKEIT BEI VERWENDUNG DES RUNGE-KUTTA-VERAHRENS

Weder die Auslenkung noch die Geschwindigkeit schaukeln sich auf. Die Berechnung entspricht diesmal den Erwartungen.

### 5.1.2 Newton II

Auch bei Newton II ist es möglich, zwischen verschiedenen numerischen Berechnungsverfahren zu wählen. Sobald man ein neues Projekt startet, kann man unter den erweiterten Einstellungen das gewünschte Berechnungsverfahren auswählen, dies kann auch jederzeit wieder unter Projekteinstellungen geändert werden.

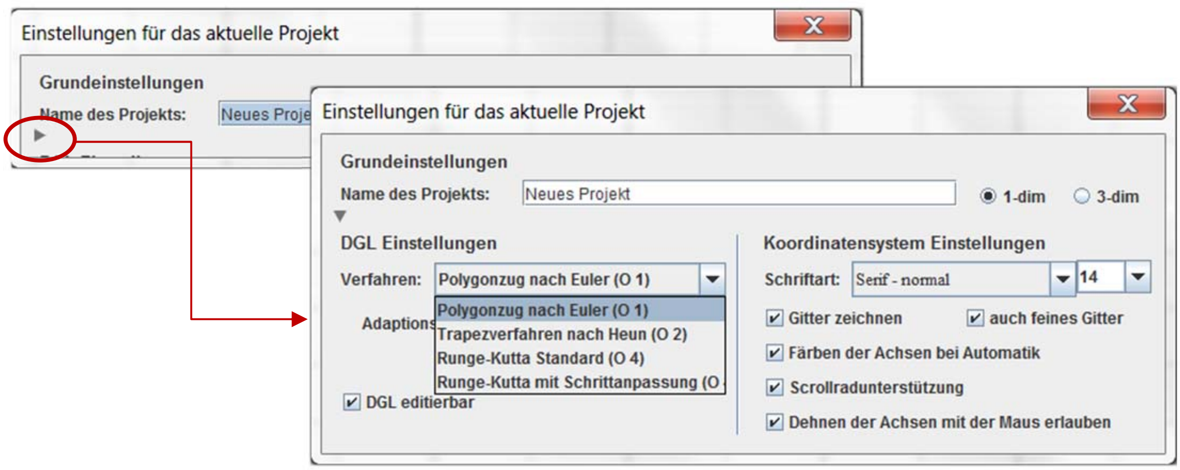



ABBILDUNG 29: EINSTELLUNG DES NUMERISCHEN BERECHNUNGSVERFAHRENS

Möglich sind das Euler-Verfahren, beide Range-Kutta-Verfahren sowie das Trapezverfahren nach Heun.

Die harmonische Schwingung modelliert mit Newton II:

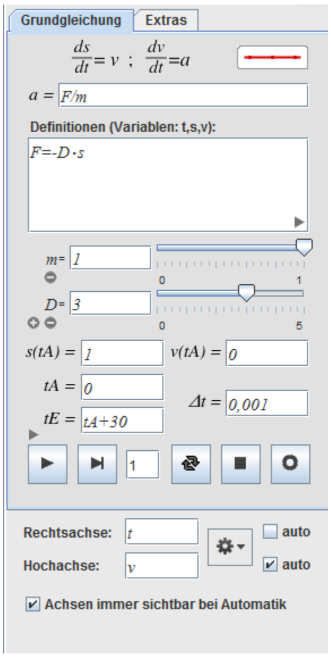



ABBILDUNG 31: MODULATION DER HARMONISCHEN SCHWINGUNG MIT NEWTON

Lösung bei Verwendung des Euler -Verfahrens:

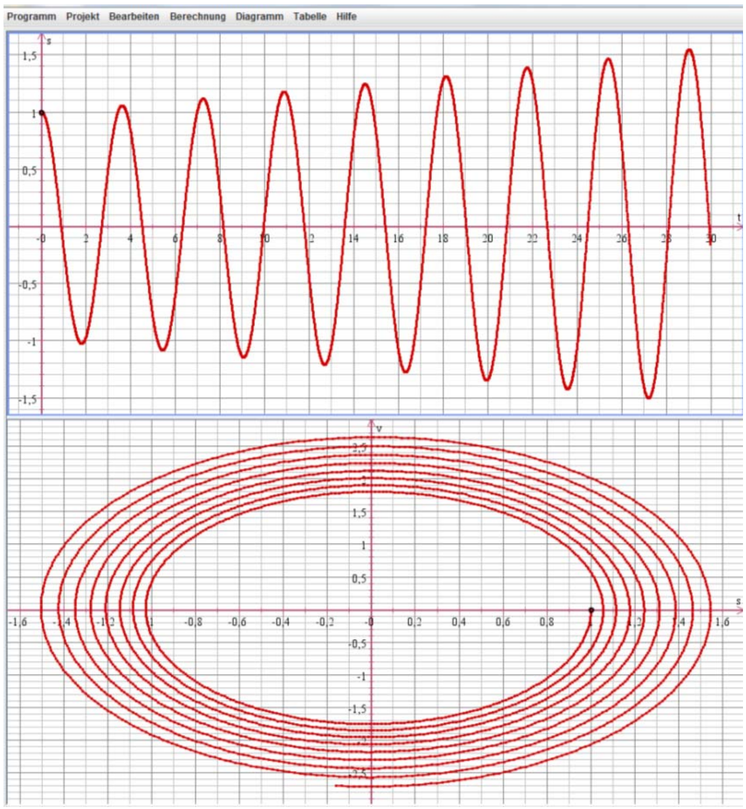



ABBILDUNG 30: SICH AUFSCHAUKELNDE AUSLENKUNG UND GESCHWINDIGKEIT VER VERWENDUNG DES EULER-VERFAHRENS

Im oberen Koordinatensystem ist die Auslenkung *s* gegen die Zeit *t* aufgetragen, im unteren die Geschwindigkeit *v* gegen die Auslenkung *s*.

Verkleinert man die Schrittweite auf $\Delta t = 0{,}001$, schaukelt sich die Schwingung merklich weniger auf. Dies ist aber nur bei einfachen Berechnungen in diesem Maß möglich, bei komplexeren Problemen gelangt jedes Programm bei so einer kleinen Schrittweite schnell an seine Grenzen. In den Abbildungen unterhalb sind links die Auslenkung *s* gegen die Zeit *t* und rechts die Geschwindigkeit *v* gegen die Auslenkung *s* aufgetragen.

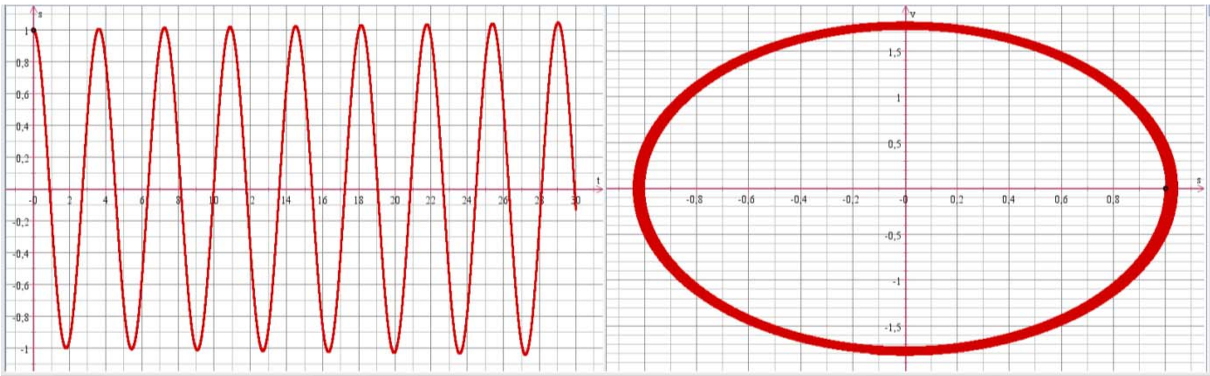


ABBILDUNG 32:AUFSCHAUKELNDE SCHWINGUNG BERECHNET MIT SCWITTWEITE $\Delta t = 0{,}001s$

Wählt man nun jedes andere Berechnungsverfahren aus, verhält sich das Modell wieder wie erwartet:

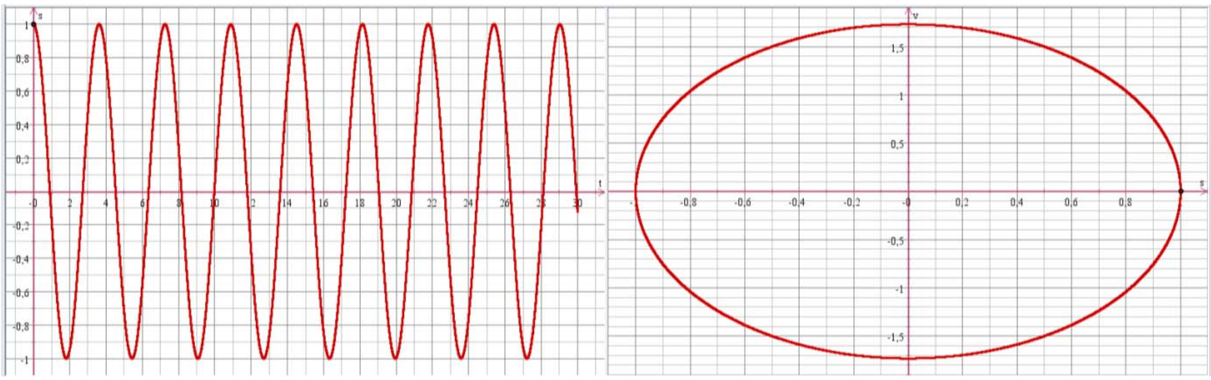


ABBILDUNG 33: AUSLENKUNG UND GESCHWINDIGKEIT BEI VERWENDUNG DES TRAPEZVERFAHRENS

### 5.1.3 Modellus 4

Während die Einstellungsmöglichkeiten bei Coach 6 und Newton II im Bereich der numerischen Berechnungsverfahren sehr umfangreich sind, gibt es bei Modellus 4 keine Möglichkeit zu wählen, mit welchem Verfahren das Programm das Modell berechnet. Man kann aber die Berechnung über die Eingabe des Modellfensters beeinflussen. Denn gibt man das Modell mit der Methode der kleinen Schritte (Euler-Verfahren) ein, schaukelt sich, wie bei den anderen Programmen auch, die Schwingung auf. Wählt man die Eingabe mittels Differentialgleichungen, zeigt sich dieser Effekt nicht.

Je nachdem, welche Eingabe man wählt, sieht die Modellierung wie folgt aus:

(Es darf nicht vergessen werden unter „Initial Conditions" einen Startwert $y_0 \neq 0$ festzulegen).

Methode der kleinen Schritte: Differentialgleichung:

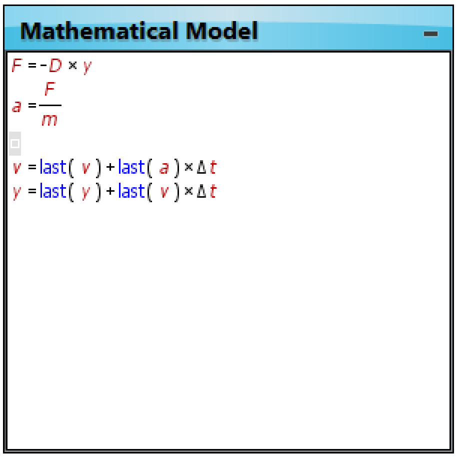



ABBILDUNG 35:HARMONISCHE SCHWINGUNG MODELLIERT MIT MODELLUS 4

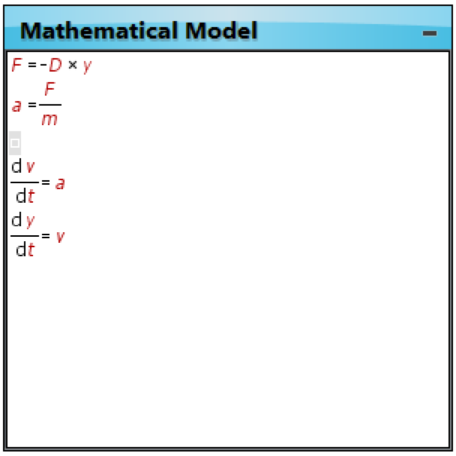



ABBILDUNG 34: HARMONISCHE SCHWINGUNG MODELLIERT MIT MODELLUS 4

Als Ausgabe erhält man entsprechend beim Auftragen der Auslenkung *y* gegen die Zeit *t*:

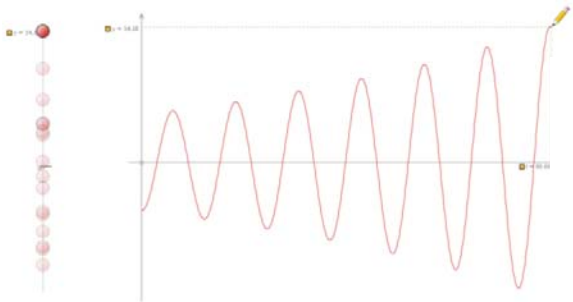


ABBILDUNG 36: SICH AUFSCHAUKELNDE SCHWINGUNG BEI VERWENDUNG DES EULER-VERFAHRENS

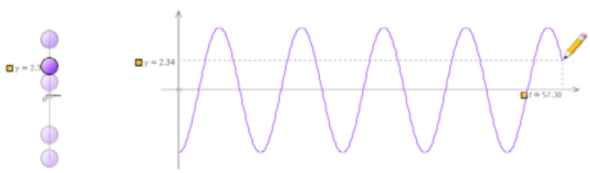


ABBILDUNG 37:SINUSSCHWINGUNG BEI EINGABE VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Hier wurden die Graphen nicht im vorgegebenen Koordinatensystem angezeigt, sondern als Animation erstellt. Der Stift bewegt sich, wenn man beide Objekte gleich skaliert, immer genau auf Höhe des Balls die Zeitachse entlang und man kann so besonders gut verfolgen, wie die Sinusschwingung entsteht. Auch wenn man mehrere Graphen anzeigen lassen möchte, ist es manchmal sinnvoll den Graphen als Animation zu erstellen, denn Modellus 4 trägt alle Graphen im gleichen Koordinatensystem auf, dadurch wird es schnell unübersichtlich oder wichtige Details sind nur schwer zu erkennen. Um solch einen extra Graphen zu erstellen, klickt man mit rechts einfach auf die Arbeitsfläche und wählt „add Pen", dem erstellten Stift kann dann genauso, wie jedem anderen animierten Objekt auch, eine Bewegung in x- und y-

Richtung zugewiesen werden. Der Stift kann auch ausgeblendet werden und es stehen unter anderem auch verschiedene Linienarten zur Verfügung.

### 5.1.4 Excel

Excel verhält sich bei den numerischen Berechnungsmöglichkeiten ähnlich wie Modellus 4. Auch hier kann man nicht zwischen verschiedenen Berechnungsverfahren wählen, sondern muss die Art der Berechnung anhand der Eingabe steuern.

Verwendet man die Methode der kleinen Schritte, schaukelt sich auch hier die Schwingung auf.

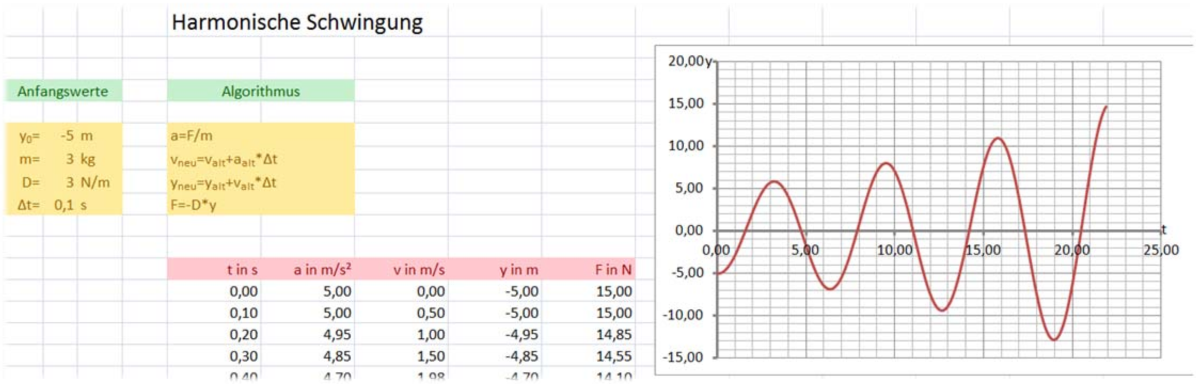



ABBILDUNG 38: HARMONISCHE SCHWINGUNG BERECHNET DURCH EXCEL

Modifiziert man den Algorithmus bei der Berechnung von $v_{neu}$ geringfügig, schafft man es, den systematischen Fehler zu beheben, sodass das Ergebnis den Erwartungen entspricht.

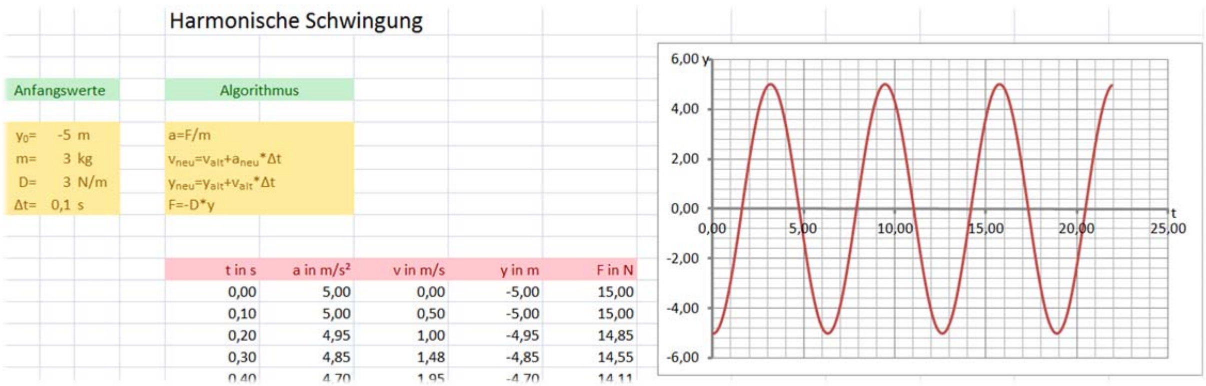



ABBILDUNG 39: HARMONISCHE SCHWINGUNG BERECHNET DURCH EXCEL

### 5.1.5 Fazit

Nur bei Coach 6 und Newton II ist es möglich, das numerische Berechnungsverfahren einfach in den Einstellungen zu ändern. Bei Modellus 4 und Excel hängt die Art der numerischen Berechnung von der Eingabe ab. Bei allen Programmen ist es möglich, durch Verringern der Schrittweite $\Delta t$ eine bessere Berechnung zu erhalten, je nach Komplexität des Problems erhöht sich aber dadurch der Rechenaufwand enorm. Verwendet man bei Excel oder Modellus 4 im Unterricht die Methode der kleinen Schritte, wird man nicht zu einem exakten Ergebnis kommen, da der Berechnungsfehler beim Polygonzugverfahren dazu führt, dass sich bei der Modulation einer Schwingung diese aufschaukelt. Man kann zwar die Schrittweite verkleinern, um diesen Fehler gering zu halten, jedoch führt das immer zu sehr langen Tabellen und bringt das Programm bei komplexeren Schwingungen irgendwann an seine Leistungsgrenze. Jedoch kann dieser offensichtliche Fehler bei der numerischen Berechnung gut dazu genutzt werden, um den Schülern zu verdeutlichen, dass es sich bei numerischen Berechnungen immer nur um eine möglichst genaue Approximation an die realen Werte handelt, die durchaus auch fehlerbehaftet sein kann. An diesem Beispiel kann man auch aufzeigen, wie eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Schrittweite $\Delta t$ auf die Exaktheit der Berechnung des Modells Einfluss nehmen kann.

Im Folgenden sind die Möglichkeiten der unterschiedlichen Programme noch einmal tabellarisch zusammengefasst.

| | **Coach** | **Newton** | **Modellus** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Verschiedene numerische Berechnungsverfahren | **3** | **4** | **Nur über die Art der Eingabe veränderbar** | **Nur über die Art der Eingabe veränderbar** |
| Schrittweite $\Delta t$ anpassbar | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Ja** |

## 5.2 Veränderliche Parameter am Beispiel des Falls mit Reibung

Im folgenden Kapitel soll gezeigt werden, welche Möglichkeiten der Nutzer bei veränderlichen Parametern bei den verschiedenen Programmen hat. Dies wir am Beispiel des Falls mit Reibung diskutiert, da hier mehrere Parameter die Bewegung beeinflussen. Außerdem ist es sinnvoll nicht nur den freien Fall, wie in Kapitel 4.1 besprochen, sondern auch den mit Reibung in der Schule zu behandeln, da dieser ein realistisches Alltagsproblem ist.

Bei der Auftragung der Geschwindigkeit gegen die Zeit erkennt man sehr gut, wie im Gegensatz zum Fall ohne Reibung bei dem die Geschwindigkeit linear steigt, sie hier ab einem bestimmten Zeitpunkt nicht mehr zunimmt, was z. B. Fallschirmspringen erst ermöglicht oder der Grund ist, warum wir von Regentopfen nicht verletzt werden.

Es gilt:

$$a = \frac{F_{gesamt}}{m}$$

Wobei sich die Gesamtkraft aus Gewichtskraft und Reibungskraft zusammensetzt:

$$F_{gesamt} = F_R + F_G$$

mit $F_G = -m * g$ und $F_R = \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v$

($c_w$ Luftwiderstandsbeiwert, $\rho_L$ Luftdichte, $A$ Fläche des fallenden Körpers).

Berechnung von $v$ und $y$ aus $\frac{dv}{dt} = a$ und $\frac{dy}{dt} = v$.

### 5.2.1 Coach 6

Bei Coach 6 kann man Schiebregler für veränderliche Parameter nicht direkt auf der Benutzeroberfläche positionieren. Trotzdem ist es aber möglich mit einem Schiebregler zu arbeiten, durch einen Rechtsklick im Modellfenster kann unter „Simulationen" ein Fenster mit einem Schiebregler geöffnet werden.

In Modellfenster von Abbildung 40 erkennt man gut in blau die „Newton Maschine" sowie in grün und pink die beeinflussenden Kräfte.

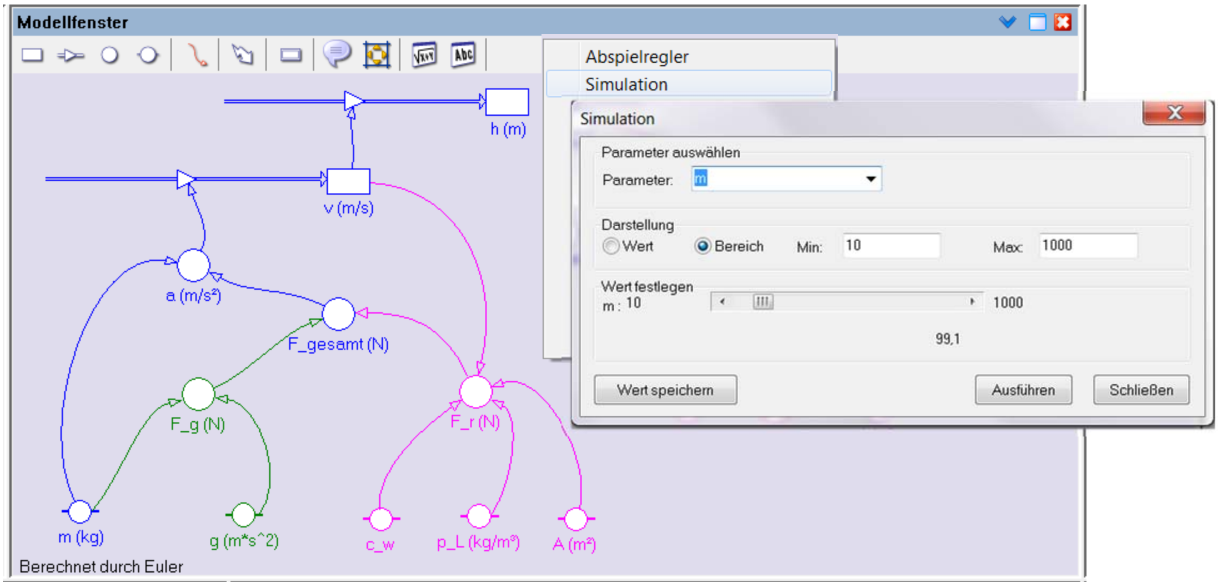



ABBILDUNG 40: FALL MIT REIBUNG MODELLIERT MIT COACH 6

Im Fenster „Simulation" kann unter Parameter jede beliebige Konstante ausgewählt werden, unter „Bereich" kann der maximale sowie minimale Wert des Schiebreglers festgelegt werden. Ändert man nun den Wert durch Verschieben des Reglers und geht auf „ausführen“, so wird das Modell mit dem neuen Wert berechnet. In den Diagrammen wir in einer anderen Farbe, zusätzlich zum vorherigen Graphen, der neue Graph eingezeichnet. Möchte man einen exakten Wert für den Parameter direkt eingeben, kann man dies unter „Wert" machen, denn mit dem Schiebregler ist es recht schwer, einen bestimmten Wert einzustellen.

In folgenden Abbildungen sieht man, wie sich Höhe *h* und Geschwindigkeit *v*, jeweils gegen die Zeit aufgetragen, bei Verringern der Masse *m* und vergrößern der Fläche *A* ändern. In einer Legende links oben im Koordinatensystem wird angezeigt, auf welchen Wert die Parameter verändert wurden. In grau ist der Graph mit den ursprünglichen Einstellungen zu sehen.

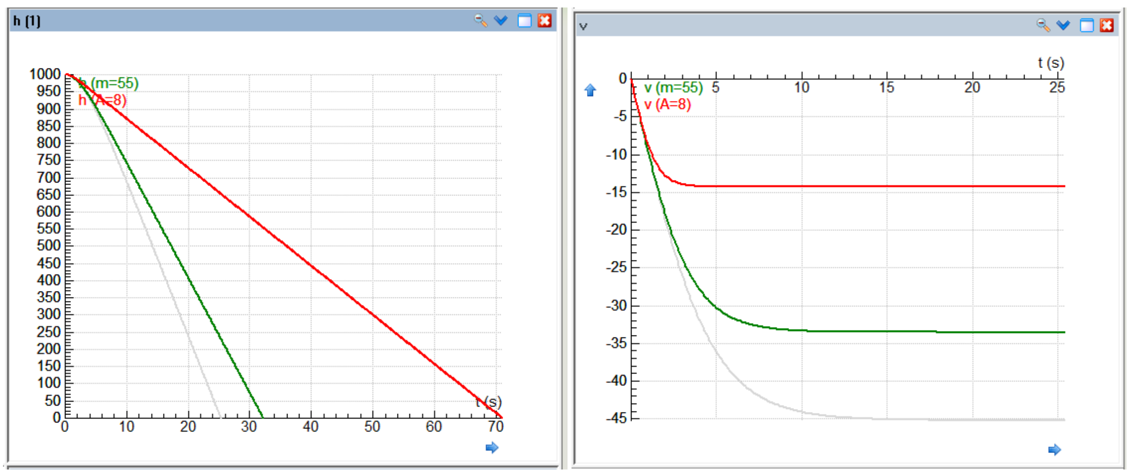



ABBILDUNG 41: HÖHE UND GESCHWINDIGKEIT BEIM FALL MIT VERÄNDERTEN PARAMETERN

Coach hat zwar nur einen Schiebregler, mit dem können aber alle Parameter auch gleichzeitig verändert werden. Dadurch, dass die vorhergehenden Graphen nicht gelöscht werden, sondern unterschiedliche Farben verwendet werden, kann man sehr schön ausprobieren, welchen Einfluss die einzelnen Parameter auf die Bewegung haben, und daraus Erkenntnisse gewinnen. In diesem Beispiel sieht man sehr gut, wie sich mit der Masse und vor allem der Fläche eines Fallschirmspringers dessen maximale Geschwindigkeit ändert und es so möglich wird, unversehrt am Boden zu landen.

### 5.2.2 Newton II

Bei Newton II können ganz einfach, durch Klicken auf das Plus unterhalb des Definitionsfeldes, Schiebregler für veränderliche Parameter hinzugefügt oder durch Klicken auf das Minus unterhalb des entsprechenden Parameters wieder entfernt werden. Versucht man, einen bereits definierten Parameter als Schiebregler erneute zu definierten, wird man vom Programm gewarnt. Die Ober- und Untergrenze sowie der Name können durch Überschreiben geändert werden. Im weißen Feld direkt neben dem Parameter wird der momentan eingestellte Wert exakt angezeigt, hier ist es außerdem möglich, einen speziellen Wert direkt einzugeben.

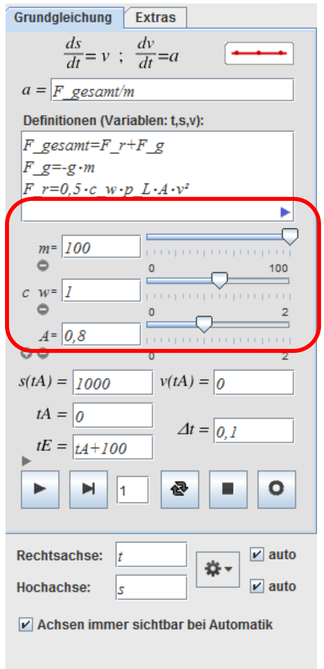



ABBILDUNG 42:FALL MODELLIERT MIT NEWTON-II

Verändert man einen der Parameter, wird, nachdem das Modell neu gestartet wurde, der alte Graph durch den neuen ersetzt.

Links in Abbildung 41 wurde der Weg $s$ gegen die Zeit $t$ und rechts die Geschwindigkeit $v$ gegen die Zeit $t$ aufgetragen.

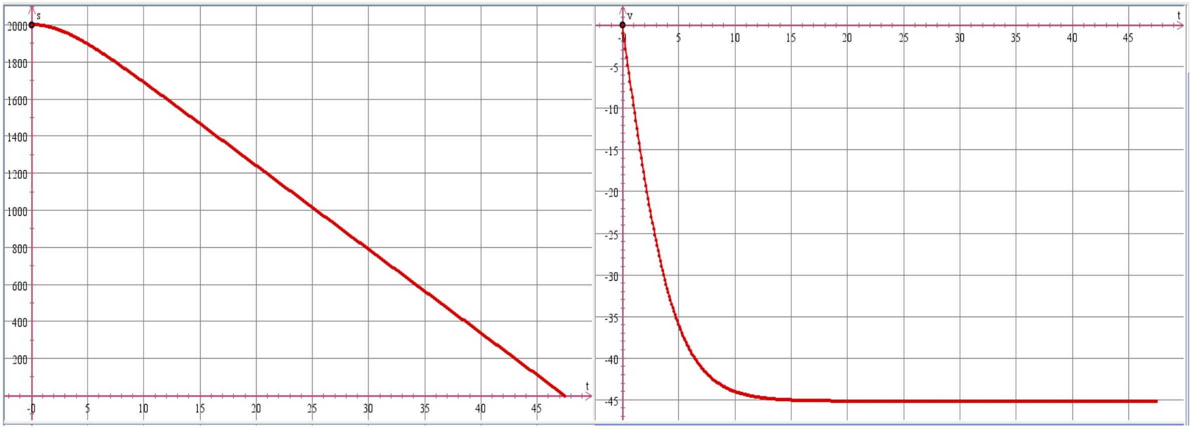


ABBILDUNG 43: HÖHE UND GESCHWINDIGKEIT BEIM FALL

Der vorhergehende Graph wurde überschrieben und kann so nicht mehr zum Vergleichen genutzt werden. Gleiches gilt für die Wertetabelle. Deshalb ist es nicht möglich, verschiedene Parameterwerte gleichzeitig auftragen zu lassen und den unterschiedlichen Verlauf zu diskutieren.

### 5.2.3 Modellus 4

Auch bei Modellus 4 können, wie bei Newton II, beliebig viele veränderliche Parameter in Form von Schiebregler definiert und auf der Arbeitsfläche positioniert werden. Mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche werden sie unter „Add Level Indicator" erstellt. Unter dem Reiter „Animate" kann dann festgelegt werden, welche Variable der Schiebregler wiedergibt, hier wird auch ihr maximaler und minimale Wert definiert. Wird ein Schiebregler verändert, nachdem das Model fertig berechnet wurde, muss es neu berechnet werden, der bisher angezeigte Graph wird überschrieben. Ein Schiebregler kann aber bei Modellus 4 auch verändern werden, während das Modell läuft, die neu eingestellten Werte werden dann direkt in die Berechnung übernommen. In untenstehender Abbildung 44 ist die komplette Anzeige von Modellus 4 abgebildet. Links oben sieht man das Modellfenster, unterhalb davon drei Schiebregler für Masse *m*, Fläche *A* und Luftwiderstandsbeiwert *c*. Rechts ist die Animation sowie das Koordinatensystem zu sehen, in dem in blau die Höhe *y* und in rot die Geschwindigkeit *v* jeweils gegen die Zeit *t* aufgetragen wurden.

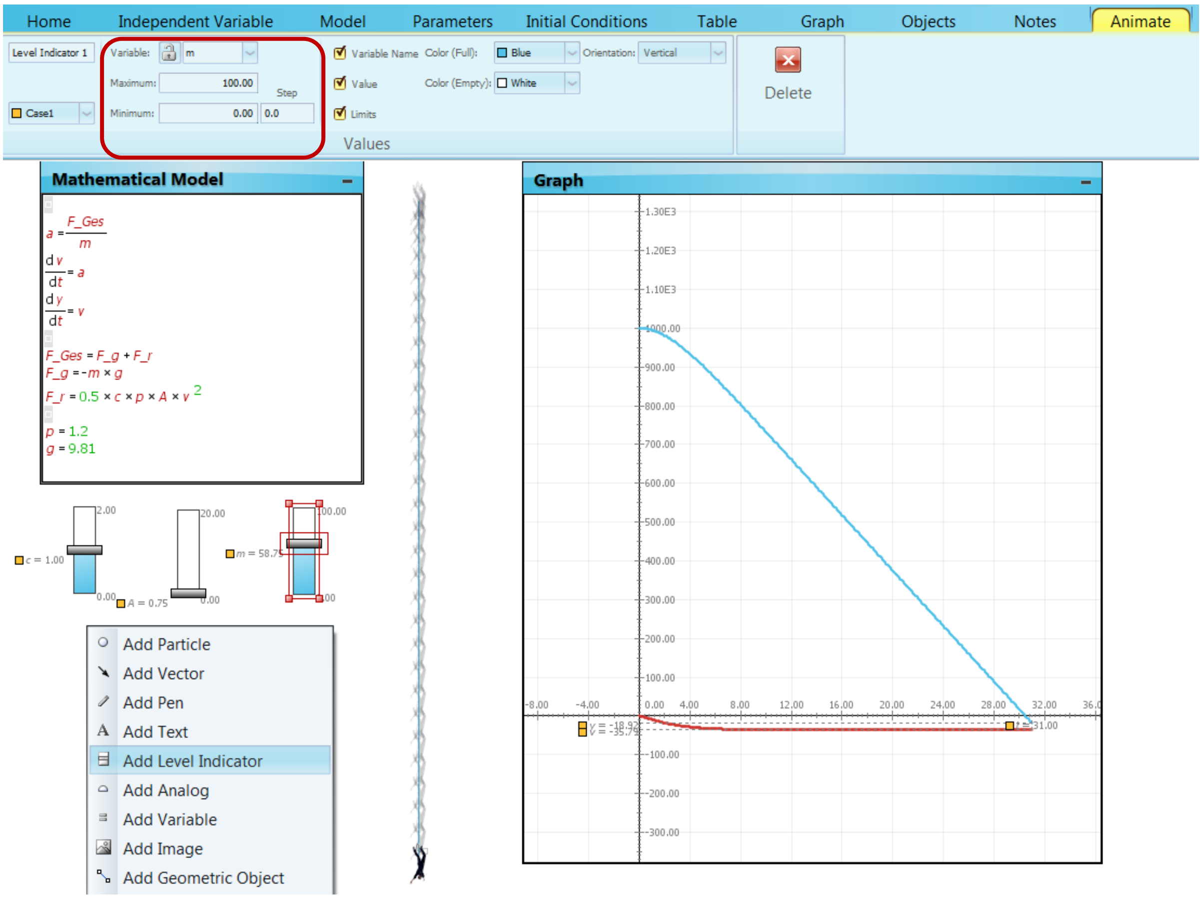



ABBILDUNG 44: FALL MODLLIERT MIT MODELLUS 4

Möchte man, dass die veränderten Parameter auch im Koordinatensystem als verschiedene Graphen gleichzeitig angezeigt werden, gibt es die Möglichkeit, unter dem Reiter „Parameters" zehn verschiedene Werte für jeden im Modellfenster verwendeten, aber überhaupt nicht oder als Schiebregler definierten Parameter einzugeben. Wie diese unterschiedlichen Werte den Graphen beeinflussen, ist hier besser erkennbar, da die so entstehenden verschiedenen Graphen mit unterschiedlichen Farben im gleichen Koordinatensystem aufgetragen werden (siehe Abbildung 45).

Möchte man z. B. die Fläche und Masse des fallenden Körpers verändern, um zu sehen, welchen Einfluss ein Fallschirm auf die Fallgeschwindigkeit und die Flugdauer haben, kann man z. B. die Fläche $A$ als Schiebregler und die Masse $m$ nicht definieren werden. Die Größen $A$ und $m$ werden dann vom Programm automatisch unter dem Reiter „Parameters" aufgeführt. Dort können dann bis zu zehn verschiedene Fälle für beide eingegeben werden. Dabei ist aber darauf zu achten, dass für jeden dieser Fälle unter „Initial Conditions" die Anfangswerte für das Modell erneut festgelegt werden müssen. Für die verschiedenen Fälle können zudem auch verschiedene Animationen erstellt werden, in denen die unterschiedlichen Geschwindigkeiten besonders deutlich werden.

Im Modell, unterhalb abgebildet, ist der Fallschirmspringer mit geöffnetem Fallschirm und geringerer Masse zu besseren Unterscheidbarkeit als blaue Kugel dargestellt, sowie seine Höhe und seine Geschwindigkeit in dunkel- bzw. hellblau. Die schwarze Figur stellt den Springer ohne Fallschirm und mit größerer Masse dar, mit Höhe und Geschwindigkeit in schwarz bzw. rot. Schade ist hier, dass für die unterschiedlichen Fälle keine unterschiedlichen Stoppbedingungen festgelegt werden können, sodass der eine Fallschirmspringer schon in den Boden hineinfällt, bis der andere am Boden ankommt.

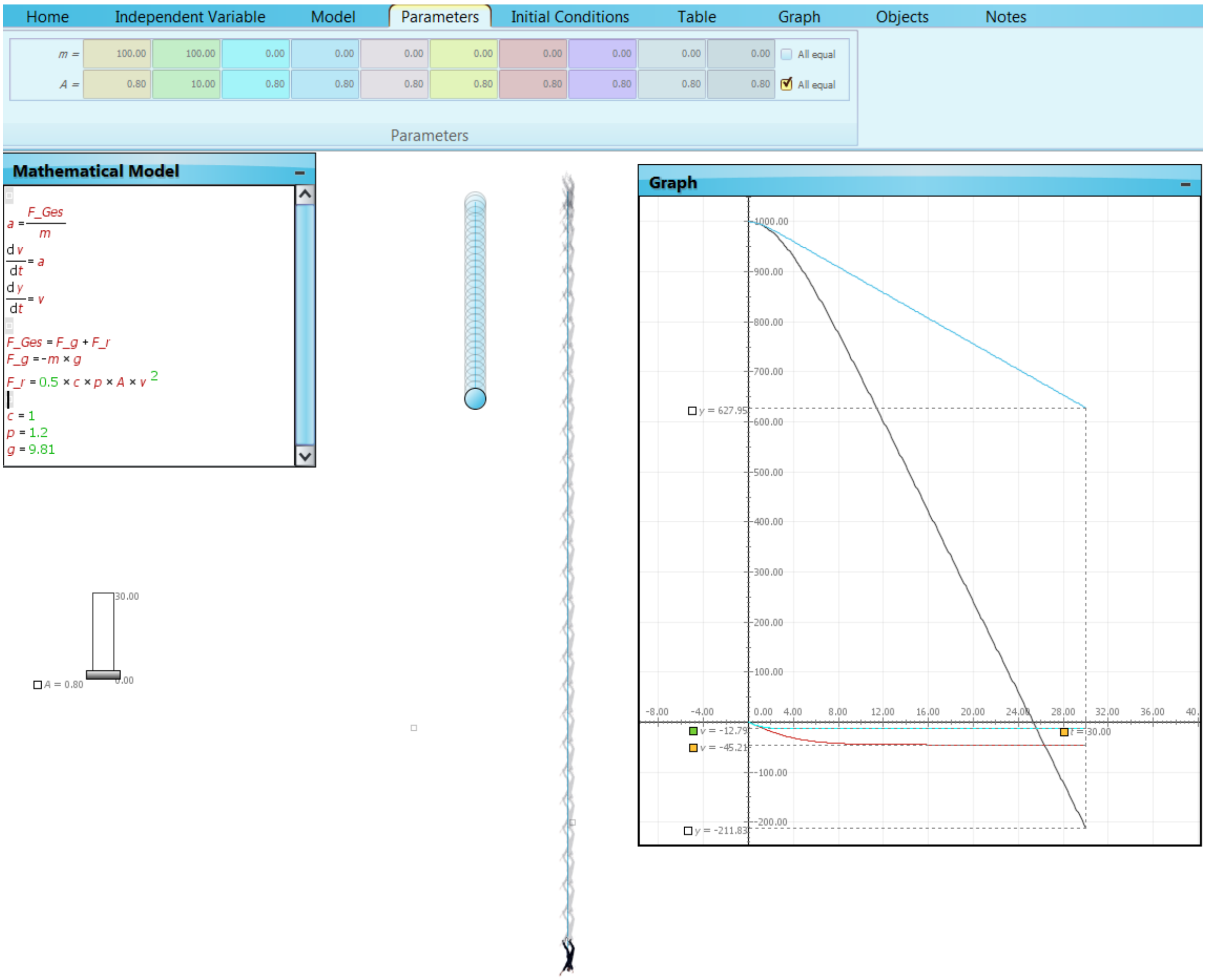



ABBILDUNG 45: FALL MIT VERÄNDERTEM PARAMETER *A*

Die einzelnen Fälle der Parameter können zusätzlich als Schiebregler definiert werden, so wie dies hier für den ersten (orangen Fall) von der Fläche *A* gemacht wurde. Dadurch ist es möglich, den Fallschirm des Springers noch während des Flugs zu öffnen.

### 5.2.4 Excel

Bei Excel ist hier zu beachten, dass es sicherlich mehrere und bessere Möglichkeiten gibt, um die betrachteten Probleme zu lösen. Da die Modelle aber im Rahmen der Schule erstellt werden und auch Schüler die Möglichkeit haben sollten, sie selbst zu erstellen, wurde hier versucht, soweit möglich, auf Einfachheit zu achten. Deshalb wurden die Beispiele soweit es ging mit den Grundfunktionen gelöst und, wenn möglich, auf spezielle Befehle und zu anspruchsvolle Lösungen verzichtet. Wodurch nicht immer alle Möglichkeiten aufgezeigt werden, die Excel eigentlich hat, und manche Funktionen als nicht möglich (im Rahmen der Schule) beschrieben werden.

Für etwas versiertere Benutzer, wenn z. B. der Lehrer das Modell zur Demonstration für die Schüler erstellt, ist es auch in Excel möglich, Schiebregler für veränderliche Parameter zu erstellen. Dazu muss erst die zusätzliche „Entwicklungsregisterkarte" aktiviert werden. Neben dem Windowssymbol links oben im Eck befindet sich ein kleines Dreieck, dort kann unter „weitere Befehle" und „häufig verwendet", die Entwicklungsregisterkarte in der Multifunktionsleiste aktiviert werden.

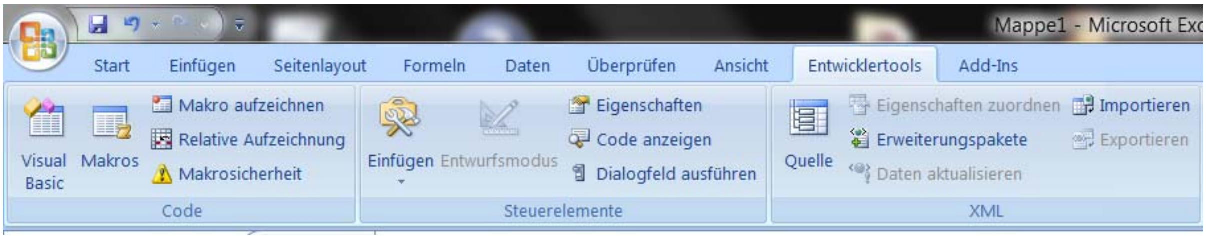



ABBILDUNG 46: ENTWICKLUNGSREGISTERKARTE

Unter „Einfügen" im Bereich „Steuerelemente" stehen dann das „Drehfeld" oder die „Bildlaufleiste" als Schieberegler zur Verfügung. Durch einen Rechtsklick auf den erstellten Schiebregler kann dieser unter „Steuerelement formatieren" mit der gewünschten Zelle verknüpft, sowie der Maximal- und der Minimalwert festgelegt werden. Der Schieberegler verändert nun den Wert der entsprechend verknüpften Zelle entsprechend der eingegebenen Grenzen. Ist einem die Verwendung von Schiebreglern zu aufwändig, kann man natürlich auch manuell einen neuen Zahlenwert eingeben.

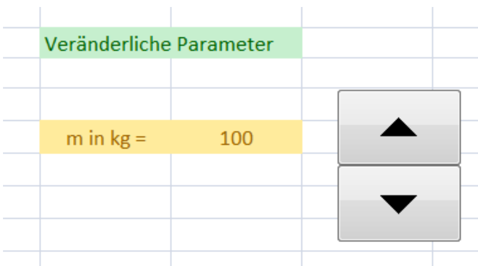
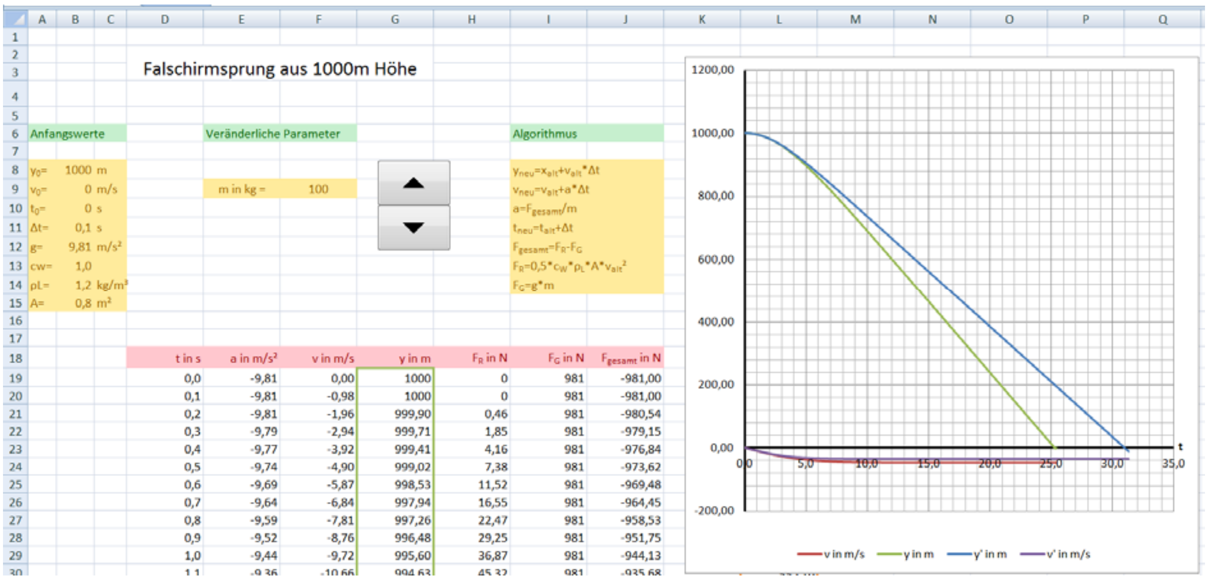



ABBILDUNG 47: SCHIEBEREGLER IN EXCEL

Verändert man einen Parameter, werden alle Zellen sofort automatisch neu berechnet und der neue Graph angezeigt. Möchte man, dass unterschiedliche Graphen angezeigt werden, muss für jeden zusätzlichen Graphen auch eine neue Wertetabelle erstellt werden, die alle nötigen Werte berechnet, damit die neu entstandenen Datenreihen im Diagramm geplottet werden können. Damit hierbei das Rechenblatt nicht zu unübersichtlich wird und um sich das Eingeben oder verändern der bestehenden Formeln zu sparen, ist es sicherlich am einfachsten, einfach den Bereich mit den Anfangswerten, Wertetabellen und evtl. auch dem Diagramm zu kopieren und (an gleicher Stelle!) in ein neues Rechenblatt einzufügen. Dort kann dann jeder beliebige Parameter geändert werden und Excel berechnet die Datenreihen neu. Diese neuen Datenreihen können dann verwendet werden, um einen zusätzlichen Graphen im ursprünglichen Diagramm anzuzeigen.

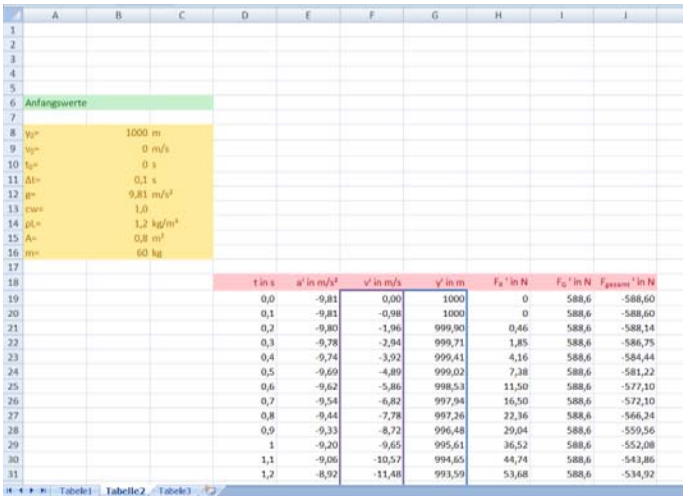
In Abbildung 48 wurde exemplarisch die Masse *m* als veränderlicher Parameter gewählt und wie oben beschrieben graphisch veranschaulicht. Der grüne und der rote Graph zeigen die Höhe *y* bzw. die Geschwindigkeit *v* des Springers mit der größeren Masse von Tabellenblatt 1. Zur Übersichtlichkeit wurden die entsprechenden Datenreihen farbig umrandet. Gleiches gilt für die Höhe *y'* (blau) und Geschwindigkeit *v'* (lila) des leichteren Fallschirmspringers des Tabellenblatts 2 (Abbildung 49).




| t in s | a in m/s² | v in m/s | y in m | $F_R$ in N | $F_G$ in N | $F_{gesamt}$ in N |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | -9,81 | 0,00 | 1000 | 0 | 981 | -981,00 |
| 0,1 | -9,81 | -0,98 | 1000 | 0 | 981 | -981,00 |
| 0,2 | -9,81 | -1,96 | 999,90 | 0,46 | 981 | -980,54 |
| 0,3 | -9,79 | -2,94 | 999,71 | 1,85 | 981 | -979,15 |
| 0,4 | -9,77 | -3,92 | 999,41 | 4,16 | 981 | -976,84 |
| 0,5 | -9,74 | -4,90 | 999,02 | 7,38 | 981 | -973,62 |
| 0,6 | -9,69 | -5,87 | 998,53 | 11,52 | 981 | -969,48 |
| 0,7 | -9,64 | -6,84 | 997,94 | 16,55 | 981 | -964,45 |
| 0,8 | -9,59 | -7,81 | 997,26 | 22,47 | 981 | -958,53 |
| 0,9 | -9,52 | -8,76 | 996,48 | 29,25 | 981 | -951,75 |
| 1,0 | -9,44 | -9,72 | 995,60 | 36,87 | 981 | -944,13 |
| 1,1 | -9,36 | -10,66 | 994,63 | 45,32 | 981 | -935,68 |

ABBILDUNG 48: FALL MODELLIERT MIT EXCEL (RECHENBLATT 1)

Mit dieser Methode können beliebig viele Parameter verändert und die Auswirkungen graphisch veranschaulicht werden, wobei die Umsetzung, je nach Vorkenntnissen, dennoch relativ anspruchsvoll ist. Verändert man die Parameter deutlich, ist es außerdem meistens notwendig die Wertetabellen und vor allem die Diagrammbereiche entsprechen anzupassen, sodass der Graph auch komplett angezeigt wird.



| Anfangswerte | | |
|---|---|---|
| $y_0$= | 1000 | m |
| $v_0$= | 0 | m/s |
| $t_0$= | 0 | s |
| Δt= | 0,1 | s |
| g= | 9,81 | m/s² |
| cw= | 1,0 | |
| ρL= | 1,2 | kg/m³ |
| A= | 0,8 | m² |
| m= | 60 | kg |

| t in s | a' in m/s² | v' in m/s | y' in m | $F_R$ ' in N | $F_G$ ' in N | $F_{gesamt}$ ' in N |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | -9,81 | 0,00 | 1000 | 0 | 588,6 | -588,60 |
| 0,1 | -9,81 | -0,98 | 1000 | 0 | 588,6 | -588,60 |
| 0,2 | -9,80 | -1,96 | 999,90 | 0,46 | 588,6 | -588,14 |
| 0,3 | -9,78 | -2,94 | 999,71 | 1,85 | 588,6 | -586,75 |
| 0,4 | -9,74 | -3,92 | 999,41 | 4,16 | 588,6 | -584,44 |
| 0,5 | -9,69 | -4,89 | 999,02 | 7,38 | 588,6 | -581,22 |
| 0,6 | -9,62 | -5,86 | 998,53 | 11,50 | 588,6 | -577,10 |
| 0,7 | -9,54 | -6,82 | 997,94 | 16,50 | 588,6 | -572,10 |
| 0,8 | -9,44 | -7,78 | 997,26 | 22,36 | 588,6 | -566,24 |
| 0,9 | -9,33 | -8,72 | 996,48 | 29,04 | 588,6 | -559,56 |
| 1 | -9,20 | -9,65 | 995,61 | 36,52 | 588,6 | -552,08 |
| 1,1 | -9,06 | -10,57 | 994,65 | 44,74 | 588,6 | -543,86 |
| 1,2 | -8,92 | -11,48 | 993,59 | 53,68 | 588,6 | -534,92 |

ABBILDUNG 49: FALL MODELLIERT MIT EXCEL

(RECHENBLATT 2)

### 5.2.5 Fazit

Das Konzept der Schiebregler, zur Verwendung veränderlicher Parameter, ist bei den verschiedenen Programmen recht unterschiedlich umgesetzt. Bei Coach 6 ist es nicht möglich, Schiebregler auf der Benutzeroberfläche dauerhaft zu positionieren. Es kann nur ein Schiebregler angezeigt werden, mit dem dann aber alle Parameter verändert werden können. Besonders positiv ist aber, dass der vorherige Graph nicht sofort durch den neuen ersetzt wird, sondern die veränderten Graphen mit unterschiedlichen Farben im gleichen Koordinatensystem gezeichnet werden. So kann man besonders leicht vergleichen, welcher Parameter den Graphen wie beeinflusst.

Newton erlaubt es, mehrere Schiebregler anzuzeigen, hier ist die Verwendung fest in die Programmoberfläche eingebettet. Es können beliebig viele Schiebregler hinzugefügt werden. Leider wird aber der vorhergehende Graph durch den neuen überschrieben, sobald das Modell mit veränderten Parametern neu gestartet wird, was ein Vergleichen der Graphen erschwert. Dennoch ist bei Newton die Bedienung der Schiebregler von allen hier verglichenen Programmen am meisten intuitiv.

Modellus 4 hingegen bietet von allen Programmen die meisten Funktionen bei veränderlichen Parametern. Hier können nicht nur beliebig viele Schiebregler auf der Benutzeroberfläche positioniert werden, sondern sie können auch während der Modulation langsam abgespielt, wird noch verändert werden und die Veränderungen werden in die Berechnung übernommen. Kombiniert man die Schiebregler mit den verschiedenen Fällen für Parameter, wird die Veränderung nicht nur in Form von unterschiedlichen Graphen im Koordinatensystem sichtbar, sondern kann auch noch durch unterschiedliche Animationen deutlich gemacht werden. Möchte man das Erstellen des Modells einfach halten, kann auch nur mit den verschiedenen Fällen für Parameter gearbeitet werden. Modellus 4 vereint in Sachen veränderliche Parameter alle Funktionen, die bei den anderen Programmen jeweils nur teilweise vorhanden sind. Möchte man alle diese Funktionen auch nutzen, ist die Erstellung und Bedienung dafür auch anspruchsvoller, geht über die Grundfunktionen hinaus und kann recht zeitintensiv werden.

Ganz anders verhält sich Excel bei veränderlichen Parametern. Das Einfügen von Schiebreglern ist hier am anspruchsvollsten, aber dennoch möglich. Verändert man einen Parameter mittels Schiebregler oder manuell, so werden die, bei Excel doch zahlreichen Tabellen automatisch neu berechnet und alle Diagramme aktualisiert. Der vorherige Graph ist nicht mehr sichtbar. Sollen die veränderten Parameter auch durch unterschiedliche Graphen in einem Diagramm angezeigt werden, ist dies zwar durch Erstellen weiterer Wertetabellen möglich, aber für einen nicht routinierten Benutzer recht anspruchsvoll. Geht man bei der Bedienung über die Grundfunktionen hinaus und möchte spezielle Wünsche umsetzen, ist dies zwar alles möglich, die Bedienung wird aber immer anspruchsvoller und zeitintensiver. Uns im Rahmen des Physikunterrichts wohl kaum noch umsetzbar.

Im Folgenden ein tabellarischer Überblick über die doch recht unterschiedlichen Möglichkeiten der verschiedenen Modellbildungssysteme:

| | **Coach** | **Newton** | **Modellus** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Schiebregler | **1** | **Beliebig** | **Beliebig** | **Möglich, aber anspruchsvoll** |
| Gleichzeitiges Anzeigen von Graphen mit veränderten Parametern | **Beliebig** | **Nein** | **10** | **Beliebig** |
| Verändern von Parametern während der Ausführung des Modells | **Nein** | **Nein** | **Ja** | **Möglich, aber aufwändig** |

### 5.3 Interpolation von Funktionen am Beispiel der gedämpften Schwingung

Die gedämpfte Schwingung eignet sich sehr gut als Beispiel für dieses Kapitel, denn die Sinusschwingung fällt exponentiell ab. Dies kann man natürlich besonders schön zeigen, wenn man an die Schwingung eine entsprechende Exponentialfunktion anfittet. Wie das bei den einzelnen Programmen funktioniert wird im folgenden erläutert.

Es gilt immer: $a = \frac{F_{ges}}{m}$

wobei sich die Gesamtkraft $F_{ges}$ aus der rücktreibenden Kraft $F_R$ und einer geschwindigkeitsabhängigen dämpfenden Kraft (z. B. durch Reibung) $F_D$ zusammensetzt:

$$F_{ges} = F_R + F_D$$

mit $F_R = -D * y$ und $F_D = -k * v$

($D$ Federkonstante, $k$ Dämpfungskonstante)

Berechnung von v und y aus $\frac{dv}{dt} = a$ und $\frac{dy}{dt} = v$.

#### 5.3.1 Coach 6

Modelliert man die gedämpfte Schwingung mit Coach 6, so kann man an die Newton-Maschine durch die Rückstellkraft und die dämpfende Kraft ergänzen, sodass sich Folgendes Modell ergibt:

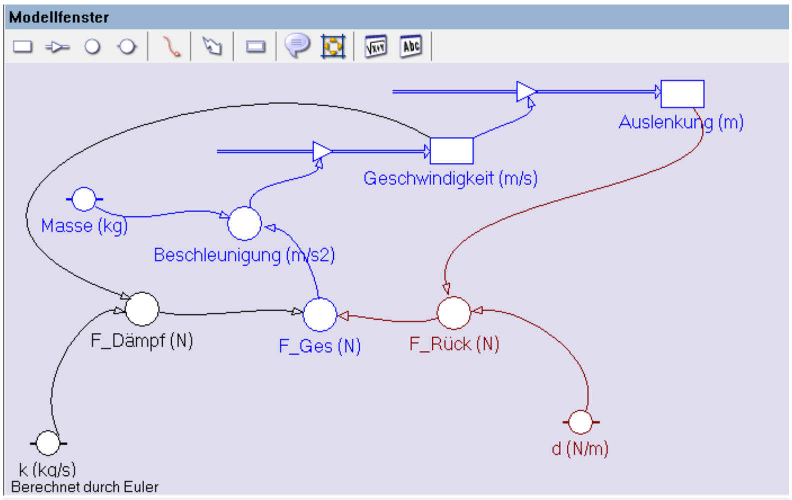



ABBILDUNG 50: GEDÄMPFTE SCHWINGUNG MODELLIERT MIT COACH 6

Trägt man die Auslenkung gegen die Zeit auf, erhält man eine exponentiell abklingende Sinusschwingung. Dieses Abklingen wird besonders deutlich, wenn man eine entsprechende Funktion in den Graphen einfügt. Mit einem Rechtsklick in das gewünschte Koordinatensystem kann bei Coach 6 unter „Analysis" und „Funktion anpassen" eine beliebige Funktion ausgewählt werden, die dann entsprechend angepasst werden kann.

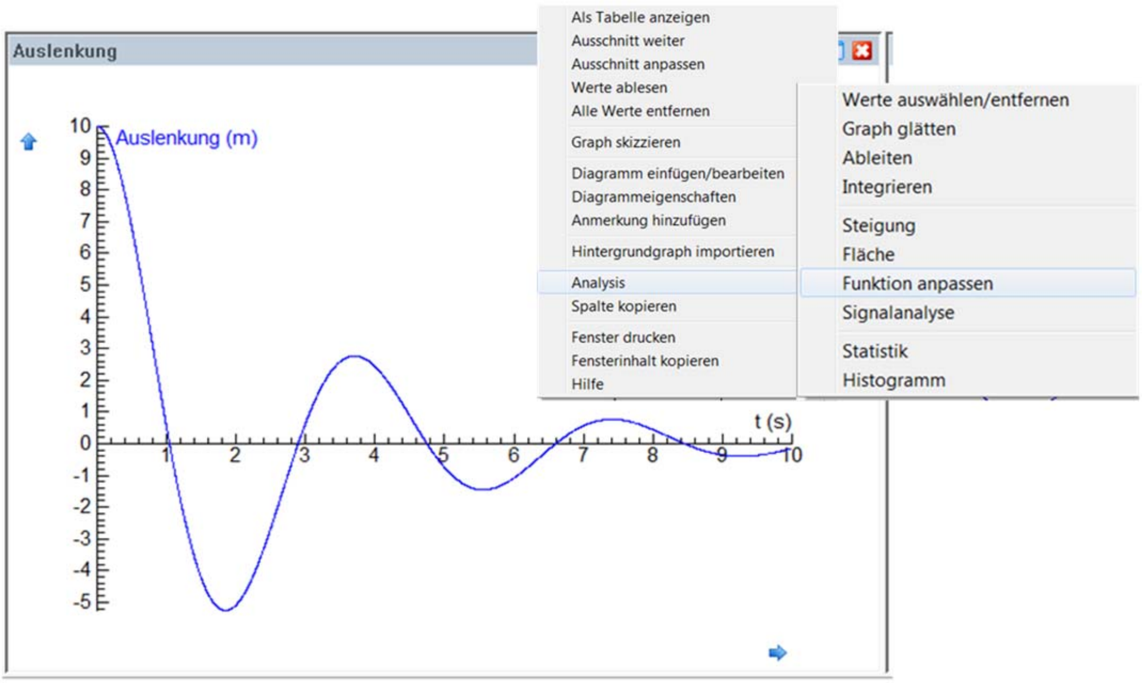



ABBILDUNG 51:FUNKTION AN GEDÄMPFTE SCHWINGUNG ANPASSEN

Es öffnet sich dann folgendes Fenster:

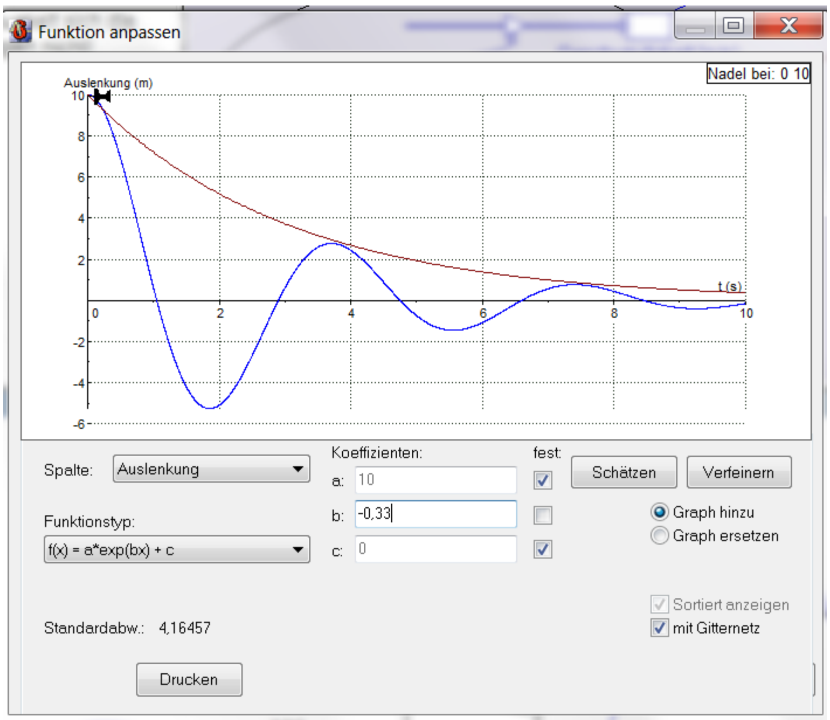



ABBILDUNG 52: FUNKTION ANPASSEN

Hier kann aus einer Vielzahl von Funktionstypen ausgewählt werden, die wie in Abbildung 52 sichtbar, in rot in den ursprünglichen Graphen eingefügt werden. Die einzelnen Koeffizienten können entweder selbst eingegeben werden oder durch das Programm unter „Schätzen" automatisch bestimmt werden. Leider können die gefittete Funktionen nur in diesem gesonderten Fenster betrachtet werden, in dem es kaum weitere Einstellungsmöglichkeiten, wie z. B. das Arbeiten mit veränderlichen Parametern, möglich sind. Schließt man das Fenster, gehen alle Einstellungen verloren, bei geöffnetem Fenster kann aber auf der Arbeitsfläche nichts verändert werden. Es ist auch nicht möglich eine Einhüllende anzufitten, da nur eine Funktion angepasst werden kann.

### 5.3.2 Newton II

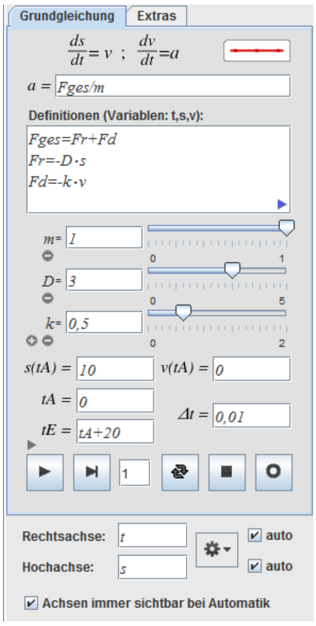



ABBILDUNG 53: GEDÄMPFTE SCHWINGUNG MOEDLLIET MIT NEWTION

Wenn man bei Newton II die gedämpfte Schwingung wie in Abbildung 53 modelliert hat, kann man unter „Extras" im Eingabe- und Aktionsbereich eine Vergleichsfunktion in ein beliebiges Koordinatensystem eingefügen.

Sie bleibt auch sichtbar, wenn das Modell neu berechnet wird. Es ist zwar nicht möglich, die passende Funktion automatisch berechnen zu lassen, jedoch wird durch Schiebreglern das Anfitten erleichtert. Für jeden Parameter, der in der Vergleichsfunktion verwendet wird, kann, wie in Abbildung 54 sichtbar, ein Schiebregler definiert werden, der leichter auf den optimalen Wert eingestellt werden kann. Auch hier kann, wie schon bei Coach 6, nur eine Funktion angepasst werden.

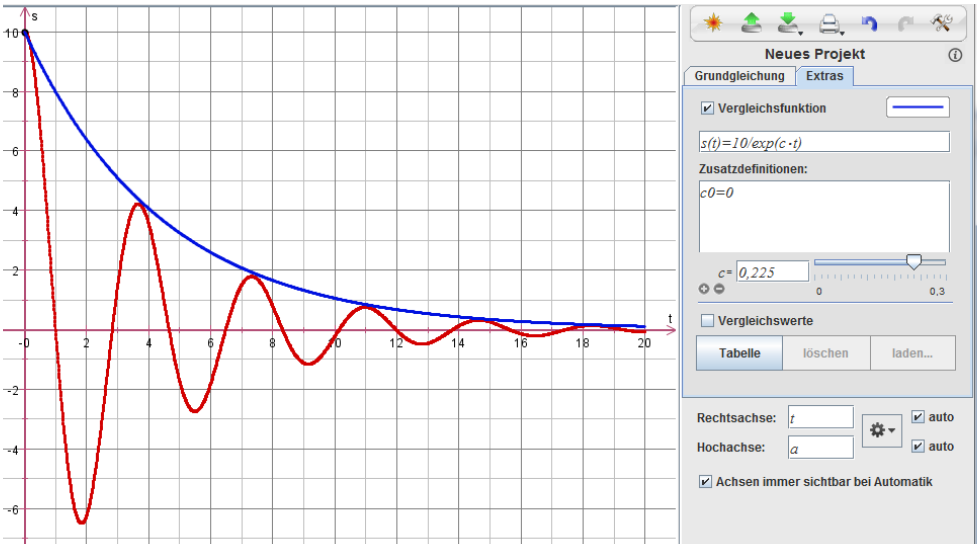



ABBILDUNG 54: GEDÄMPFTE SCHWINGUNG MIT ANGEPASSTER EXP.FUNKTION

Zusätzlich können unter „Vergleichswerte" experimentell ermittelte Daten in eine Tabelle eingetragen oder geladen werden. Dadurch erhält man die Möglichkeit, die Berechnungen des Modells experimentell zu bestätigen.

### 5.3.3 Modellus 4

Modellus 4 ist das Einzige Programm, bei dem an die geplotteten Graphen keine Funktionen angefittet werden können. Der Vollständigkeit halber wird in diesem Abschnitt trotzdem gezeigt, wie die gedämpfte Schwingung mit Modellus 4 modelliert wird. In Abbildung 55 ist oberhalb das Modellfenster und die darin eingegebenen Formeln zu sehen. Rechts daneben befinden sich Schiebregler für die Federkonstante *D*, die Dämpfungskonstante *k* und die Masse *m*. So kann leicht ausprobiert werden, welchen Einfluss die

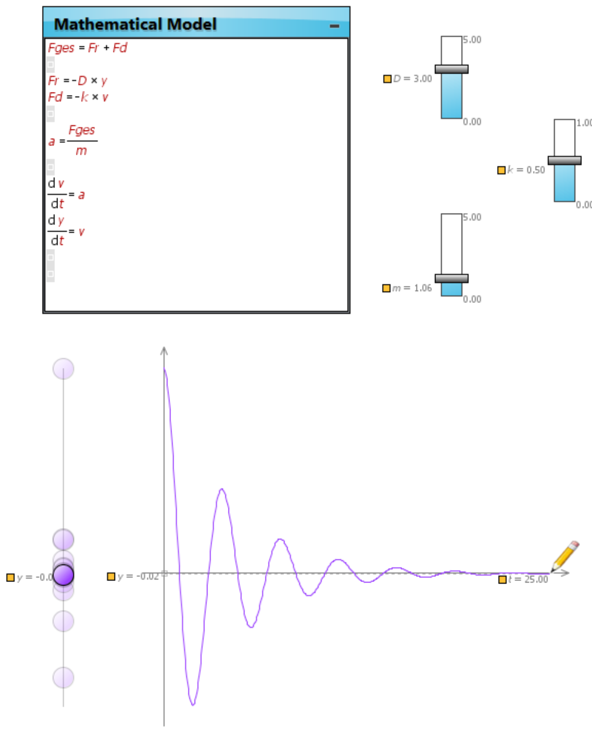
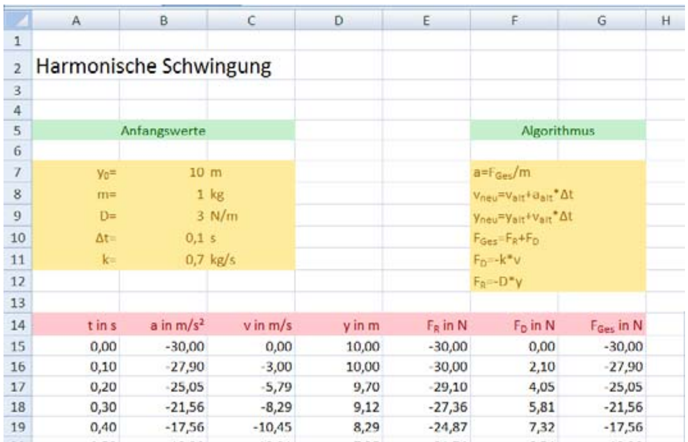



ABBILDUNG 55: GEDÄMPFTE SCHWINGUNG MODELLIERT MIT MODELLUS 4

einzelnen Größen auf die Schwingung haben. Im unteren Teil von Abbildung 55 ist eine animierte Kugel zu sehen, die die gedämpfte Schwingung ausführt. Entsprechend ihrer Bewegung wird rechts daneben zeitgleich die Schwingung gegen die Zeit aufgetragen.

### 5.3.4 Excel

Bei der Interpolation von Funktionen hat man bei Excel im Wesentlichen zwei Möglichkeiten. Zum einen kann man durch einen Rechtsklick auf einen Graphen eine Trendlinie zu diesem hinzufügen. Diese ausgleichende Kurve oder Gerade wird von Excel automatisch berechnet und es kann auch die zugehörige Funktionsgleichung angezeigt werden. So kann z. B. bei einer linearen Bewegung direkt die Steigung abgelesen werden, wohingegen bei dem hier diskutierten Beispiel, der gedämpften Schwingung, eine Trendlinie einzufügen nicht sonderlich sinnvoll ist. Dennoch wird es hier exemplarisch gezeigt. In Abbildung 56 ist zusehen, wie eine lineare Trendlinie (hier rot) in die exponentiell abfallende Sinusschwingung eingefügt wurde.



| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | Harmonische Schwingung | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | Anfangswerte | | | | Algorithmus | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | $y_0$= | 10 | m | | | $a=F_{Ges}/m$ | | |
| 8 | m= | 1 | kg | | | $v_{neu}=v_{alt}+a_{alt}*\Delta t$ | | |
| 9 | D= | 3 | N/m | | | $y_{neu}=y_{alt}+v_{alt}*\Delta t$ | | |
| 10 | $\Delta t$= | 0,1 | s | | | $F_{Ges}=F_R+F_D$ | | |
| 11 | k= | 0,7 | kg/s | | | $F_D=-k*v$ | | |
| 12 | | | | | | $F_R=-D*y$ | | |
| 13 | | | | | | | | |
| 14 | t in s | a in m/s² | v in m/s | y in m | $F_R$ in N | $F_D$ in N | $F_{Ges}$ in N | |
| 15 | 0,00 | -30,00 | 0,00 | 10,00 | -30,00 | 0,00 | -30,00 | |
| 16 | 0,10 | -27,90 | -3,00 | 10,00 | -30,00 | 2,10 | -27,90 | |
| 17 | 0,20 | -25,05 | -5,79 | 9,70 | -29,10 | 4,05 | -25,05 | |
| 18 | 0,30 | -21,56 | -8,29 | 9,12 | -27,36 | 5,81 | -21,56 | |
| 19 | 0,40 | -17,56 | -10,45 | 8,29 | -24,87 | 7,32 | -17,56 | |

ABBILDUNG 57: GEDÄMPFTE SCHWINGUNG MODELLIERT MIT EXCEL

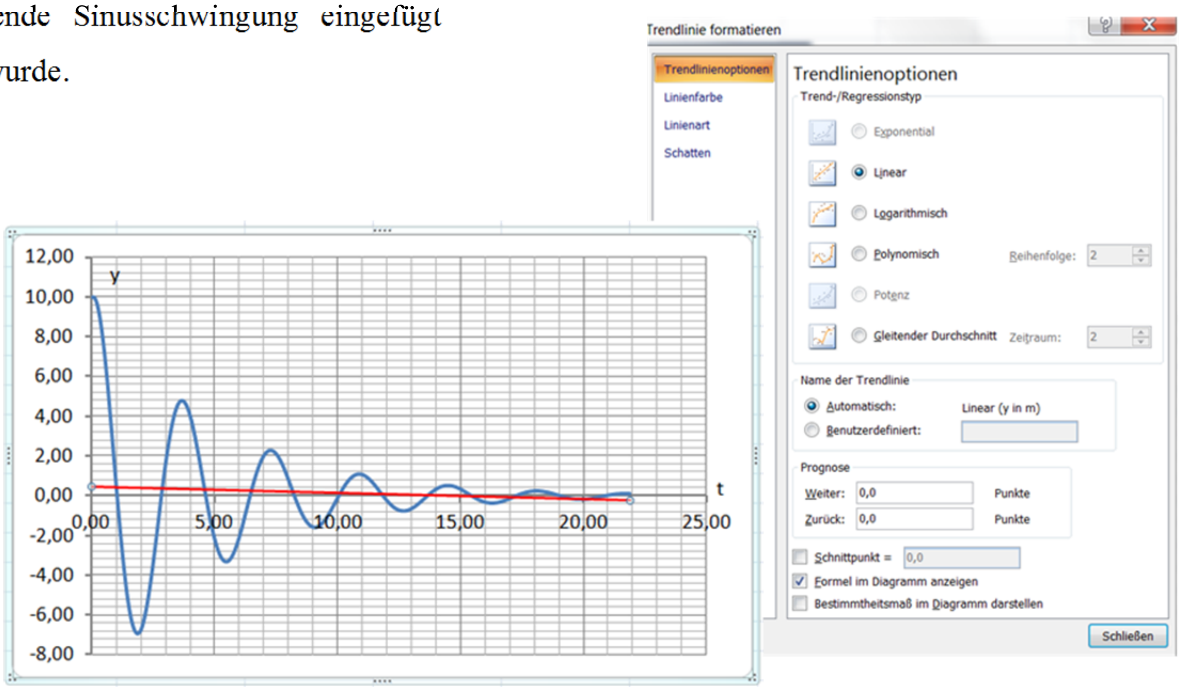



ABBILDUNG 56: TRENDLINIE EINFÜGEN

Die Trendlinienfunktion kann sehr nützlich sein, wenn man experimentell ermittelte Werte in das Diagramm einfügen möchte. Denn so ist es möglich, eine ausgleichende Kurve durch die Daten zu legen und diese mit dem theoretischen Verlauf zu vergleichen. In diesem Beispiel macht eine Trendlinie aber nur wenig Sinn.

Alternativ zur Trendlinie kann man eine Vergleichsfunktion selbst aufstellen werden, die Wertetabelle von Excel berechnen und als Graph im Diagramm angezeigt lassen.

Hier wurde in blau eine solche Vergleichsfunktion eingefügt.

| t in s | a in m/s² | v in m/s | y in m | $F_R$ in N | $F_D$ in N | $F_{Ges}$ in N | 10/exp(0,2*t) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00 | -30,00 | 0,00 | 10,00 | -30,00 | 0,00 | -30,00 | 10,00 |
| 0,10 | -27,90 | -3,00 | 10,00 | -30,00 | 2,10 | -27,90 | 9,80 |
| 0,20 | -25,05 | -5,79 | 9,70 | -29,10 | 4,05 | -25,05 | 9,61 |
| 0,30 | -21,56 | -8,29 | 9,12 | -27,36 | 5,81 | -21,56 | 9,42 |
| 0,40 | -17,56 | -10,45 | 8,29 | -24,87 | 7,32 | -17,56 | 9,23 |
| 0,50 | -13,20 | -12,21 | 7,25 | -21,74 | 8,54 | -13,20 | 9,05 |
| 0,60 | -8,61 | -13,53 | 6,03 | -18,08 | 9,47 | -8,61 | 8,87 |
| 0,70 | -3,95 | -14,39 | 4,67 | -14,02 | 10,07 | -3,95 | 8,69 |
| 0,80 | 0,64 | -14,78 | 3,23 | -9,70 | 10,35 | 0,64 | 8,52 |
| 0,90 | 5,03 | -14,72 | 1,76 | -5,27 | 10,30 | 5,03 | 8,35 |
| 1,00 | 9,10 | -14,21 | 0,28 | -0,85 | 9,95 | 9,10 | 8,19 |
| 1,10 | 12,72 | -13,30 | -1,14 | 3,41 | 9,31 | 12,72 | 8,03 |
| 1,20 | 15,82 | -12,03 | -2,47 | 7,40 | 8,42 | 15,82 | 7,87 |
| 1,30 | 18,33 | -10,45 | -3,67 | 11,01 | 7,31 | 18,33 | 7,71 |
| 1,40 | 20,18 | -8,62 | -4,72 | 14,15 | 6,03 | 20,18 | 7,56 |
| 1,50 | 21,35 | -6,60 | -5,58 | 16,73 | 4,62 | 21,35 | 7,41 |
| 1,60 | 21,84 | -4,46 | -6,24 | 18,71 | 3,13 | 21,84 | 7,26 |
| 1,70 | 21,65 | -2,28 | -6,68 | 20,05 | 1,60 | 21,65 | 7,12 |
| 1,80 | 20,82 | -0,12 | -6,91 | 20,73 | 0,08 | 20,82 | 6,98 |
| 1,90 | 19,39 | 1,97 | -6,92 | 20,77 | -1,38 | 19,39 | 6,84 |

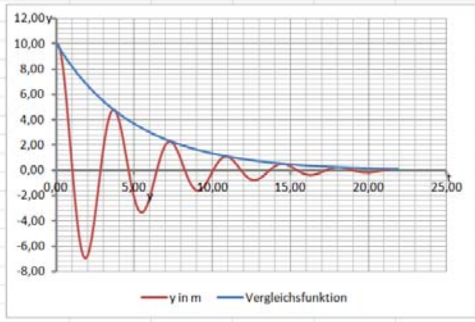



ABBILDUNG 58: VERGLEICHSFUNKTION BEI EXCEL

Fügt man selbst die Vergleichsfunktion ein, können beliebig viele eingefügt werden.

### 5.3.5 Fazit

Auch die Interpolation von Funktionen wurde sehr unterschiedlich umgesetzt. Während bei Coach 6 eine Vergleichsfunktion sowohl manuell eingegeben, als auch automatisch geschätzt werden kann, sowie experimentell ermittelte Werte in einer Textdatei importiert werden können, ist bei Newton bei manueller Eingabe auch ein Vergleich mit experimentell ermittelten Werten möglich, zusätzlich erleichtern Schiebregler das Anpassen von Vergleichsfunktionen. Ein automatisches Anpassen von Funktionen ist bei Newton II nicht möglich. Coach zeigt die Vergleichsfunktion in einem gesonderten Fenster an, in dem sonst keinerlei andere Funktionen zur Verfügung stehen. Möchte man etwas am Modell verändern, muss erst das Fenster geschlossen werden und alle Einstellungen gehen verloren. Bei Newton hingegen bleibt die Funktion im Koordinatensystem angezeigt, auch wenn man das Modell, insbesondere Parameter, verändert. Das Anpassen der Vergleichsfunktion kann außerdem durch Schiebregler erleichtert werden.

Excel bietet hingegen das automatische Bestimmen einer Trendlinie, auch eine Vergleichsfunktion kann zusätzlich eingefügt werden. Dazu muss die Funktionsgleichung aber erst als Formel eingegeben werden, damit Excel die entsprechenden Wertetabellen ausgibt und Vergleichsfunktion plotten kann. Experimentell ermittelte Werte können außerdem manuell in eingegeben und im Diagramm angezeigt werden. Da aber weder vorgegebene Funktionen (wie bei Coach 6) oder Schiebregler (Einfügen extrem anspruchsvoll) zur Verfügung stehen, ist die Umsetzung umständlicher als bei den anderen Programmen. Dafür ist es aber bei Excel als Einziges möglich, mehrere Vergleichsfunktionen anzuzeigen.

Modellus 4 kann leider keine Vergleichsfunktionen oder Ähnliches anzeigen. Auch ein Vergleich mit experimentell ermittelten Werten ist nicht möglich.

| | **Coach** | **Newton** | **Modellus** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Vergleichsfunktion | **Automatisch & manuell** | **Manuell** | **Nein** | **Trendlinie und manuell** |
| Mehrere Vergleichsfunktionen | **Nein** | **Nein** | **Nein** | **Beliebig viele** |
| Vergleich mit experimentell ermittelten Werten | **Ja**<br>**(Es können Werte aus einer Textdatei importiert werden)** | **Ja** | **Nein** | **Ja** |

### 5.4 Bedingte Variable am Beispiel des rutschenden Seils

Ein Seil der Länge $L$ liegt auf einem Tisch, das Ende hängt mit der Länge $s$ über die Tischkante. Reibung zwischen Seil und Tisch sowie die Luftreibung soll vernachlässigt werden. Durch die Gewichtskraft des überhängenden Endes wird das auf dem Tisch liegende Seil beschleunigt und bewegt sich mit zunehmender Geschwindigkeit Richtung Tischkante. Da der überhängende Teil $s$ immer größer wird, nimmt mit zunehmender Masse des überhängenden Seils auch die beschleunigende Kraft zu. Sobald das Seil komplett über die Tischkante gerutscht ist, verändern sich die Bedingungen: Die Beschleunigung ist konstant, es handelt sich nun um einen freien Fall. Die Geschwindigkeit nimmt ab diesem Zeitpunkt nur noch linear zu.

Die Masse des Seils ist also eine bedingte Variable, die so lange zunimmt, bis das Seil vom Tisch gerutscht ist. Ab diesem Zeitpunkt ist die Masse dann konstant.

Es gilt:

$$a = \frac{F_{ges}}{m}$$

mit $F_{ges} = \begin{cases} F_s = g * m_s = g * \frac{s}{L} * m & für\ s \leq L \\ F_g = m * g & für\ s > L \end{cases}$

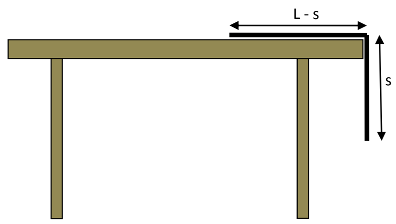



ABBILDUNG 59: RUTSCHENDES SEIL

wobei *m* die Gesamtmasse und *L* die Gesamtlänge des Seils sind,

$s$ ist die Länge des überhängenden Endes,

$m_s$ ist die veränderliche Masse des überhängenden Stücks,

$g$ ist der Ortsfaktor.

Aus $\frac{dv}{dt} = a$ und $\frac{ds}{dt} = v$ können Geschwindigkeit und Weg berechnet werden.

#### 5.4.1 Coach 6

Um das rutschende Seil in Coach 6 zu modellieren, ergänzt man die Newton-Maschine um den Ortsfaktor $g$, die veränderliche Masse $m_s$ und die Seillänge $L$. Man erhält dann folgende Modulation:

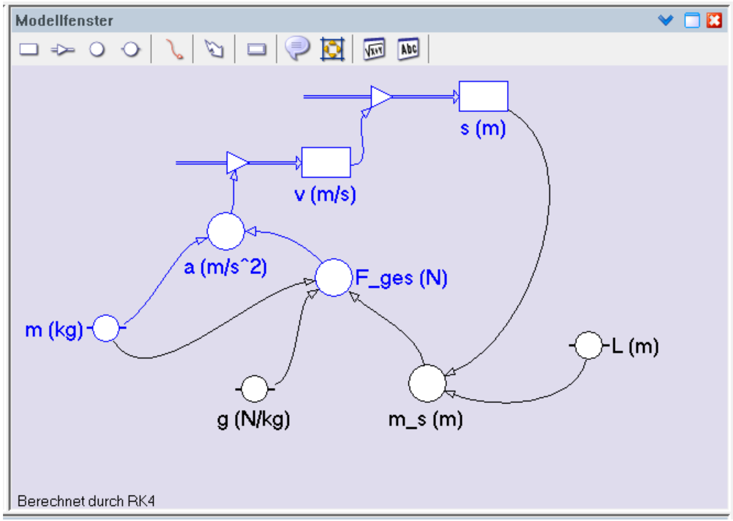



ABBILDUNG 60:RUTSCHENDES SEIL MODELLIERT MIT COACH 6

Die Kraft $F_{ges}$ muss nun als bedingte Variable definiert werden, dazu ruft man die Eigenschaften der Hilfsvariable mit einem Doppelklick auf und aktiviert unter „Definition" die Eigenschaft „Benutze Bedingung". Nun ist es möglich, die Fallunterscheidung, wie in der Einführung zu diesem Kapitel beschrieben, einzugeben. Sobald das Seil vom Tisch gerutscht ist, ist der überhängende Teil $s > L$, dann ist die beschleunigende Kraft die volle Gewichtskraft des Seils und nicht wie zuvor nur ein Teil $m_s = \frac{s}{L} * m$.

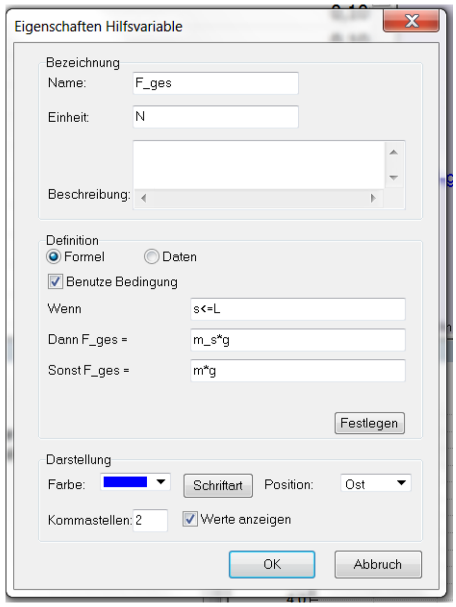



ABBILDUNG 61:BEDINGTE VARIABLE

Spielt man das Modell ab und lässt sich die Beschleunigung $a$, die Geschwindigkeit $v$ und den Weg $s$ wie in Abbildung 62 auftragen, erkennt man gut, wie besonders die Beschleunigung $a$ (hier rot) erst zunimmt und sobald das Seil über die Tischkante gerutscht ist, konstant bleibt. Ab diesem Punkt nimmt die Geschwindigkeit $v$ (hier grün) nur noch linear zu.

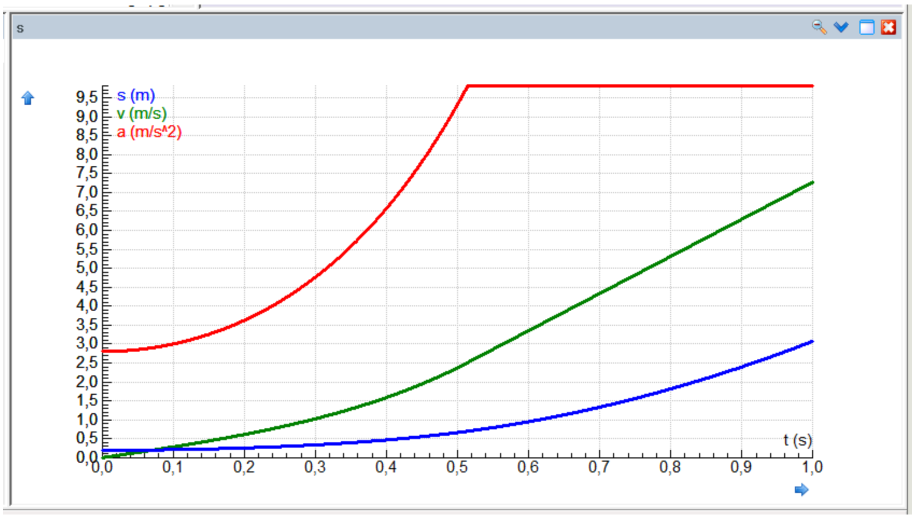



ABBILDUNG 62: BESCHLEUNIGUNG, GESCHWINDIGKEIT UND WEG GEGEN DIE ZEIT AUFGETRAGEN

### 5.4.2 Newton II

Auch bei Newton II löst man das Problem des rutschenden Seils mittels bedingten Variablen und auch hier wird die Bedingung nicht direkt auf der Oberfläche des Programms eingegeben, sondern unter „Zusatzdefinitionen". Ansonsten kann man das Problem zunächst wie beschrieben modellieren.

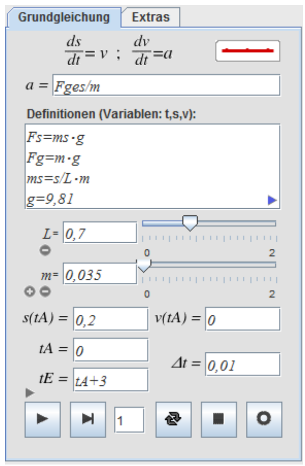



ABBILDUNG 63: RUTSCHENDES SEIL MODELLIERT MIT NEWTON II

Dann gelangt man über das blaue Dreieck, im Feld "Definitionen" unten links, zu den „Zusatzdefinitionen" (siehe Abbildung 63). Dort definiert man sich dann eine neue Variable mit dem Namen $F_{ges}$ und stellt als „Typ" bedingte Variable ein (siehe Abbildung 64). Daraufhin erscheinen dann drei Felder, um die Bedingungen einzugeben.

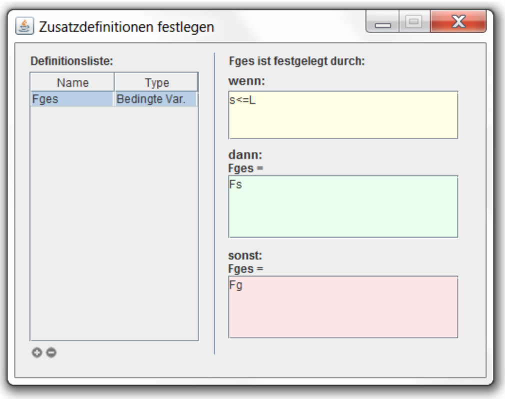



ABBILDUNG 64: BEDINGTE VARIABLE

Die Bedingung ist, dass, sobald das Seil vom Tisch gerutscht ist, die komplette Gewichtskraft $F_g$ die beschleunigende Kraft ist. Die Kräfte $F_s = m_s * g$ und $F_g = m * g$ wurden hier im Eingabe- und Aktionsbereich definiert, es wäre aber auch möglich sie direkt in diesem Bereich festzulegen. Das hätte aber den Nachteil, dass sie nur in im Bereich „Zusatzdefinitionen" ein-zusehen sind und nicht im direkt sichtbaren Bereich unter „Definitionen" auftauchen. Man könnte sie auch redundant definieren, wenn man besonders anschaulich modellieren will.

Trägt man die interessantesten Größen *s, v, a* gegen die Zeit (in dieser Reihenfolge in Abbildung 65) auf, erhält man auch hier die gewünschten Graphen, wobei wieder zu beachten ist, dass Newton II jede Größe in einem eigenen Koordinatensystem anzeigt.

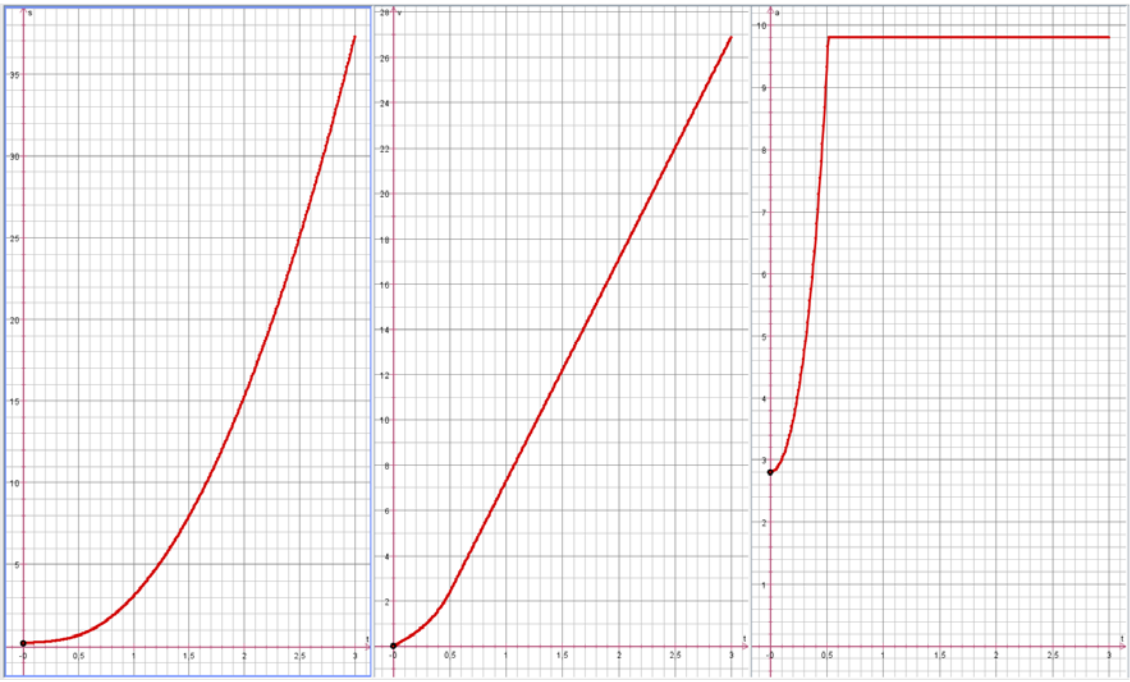


ABBILDUNG 65: WEG, GESCHWINDIGKEIT UND BESCHLEUNIGUNG BEIM RUTSCHENDEN SEIL

### 5.4.3 Modellus 4

Bei Modellus 4 werden im Gegensatz zu Newton II und Coach 6, die Zusatzdefinitionen für bedingte Variablen direkt im Modellfenster eingegeben und sind somit auch immer sofort sichtbar.

Unter „Model" und „Condition" kann eine Klammer ins Modellfenster eingefügt werden, in die die Fallunterscheidung eingegeben wird.

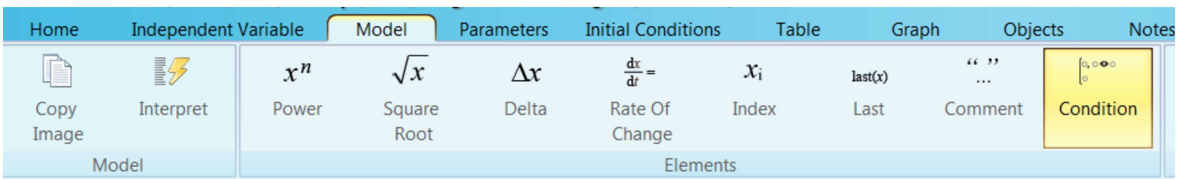



ABBILDUNG 66: BEDINGTE VARIABLEN

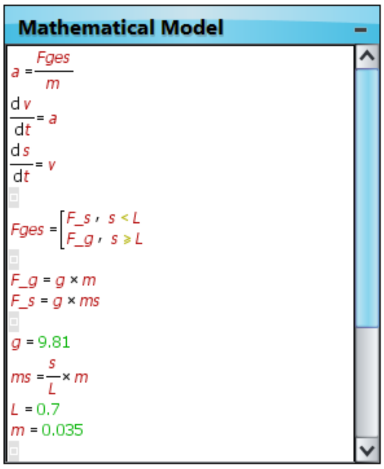



ABBILDUNG 67: RUTSCHENDES SEIL MODELLIERT MIT MODELLUS 4

Die Fallunterscheidung für $F_{ges}$ legt fest, dass sobald das Seil komplett über die Tischkante gerutscht ist, nicht mehr nur ein Teil der Gewichtskraft $F_s = \frac{s}{L} * m * g$ als beschleunigende Kraft wirkt, sondern die gesamte Gewichtskraft $F_g = m * g$.

Nicht zu vergessen ist, dass unter "Initial Conditions" einen Anfangswert für das überhängende Seilstück $s$ wie z.B. $s = 0{,}2$ angegeben wird, da das Seil nicht ins Rutschen kommen kann, wenn kein Ende überhängt.

Nun kann man sich die Beschleunigung $a$ (hier blau), die Geschwindigkeit $v$ (hier rot) und den Weg $s$ (hier violett), den das Seilende zurücklegt, in einem Koordinatensystem auftragen lassen.

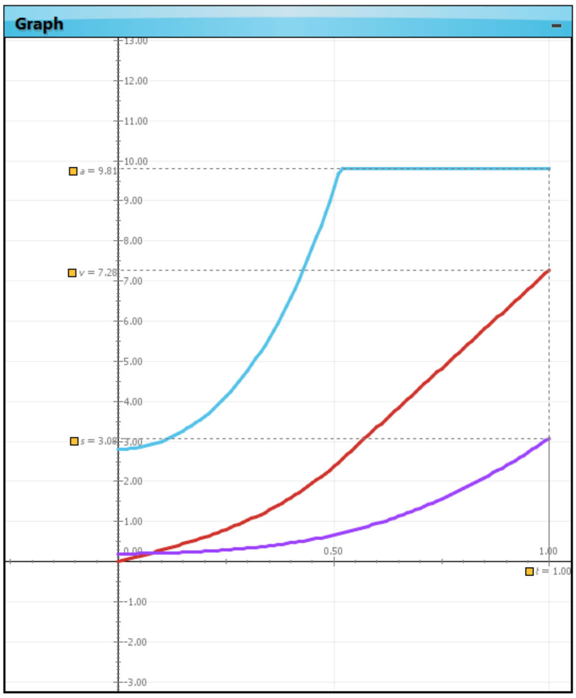



ABBILDUNG 68: BESCHLEUNIGUNG, GESCHWINDIGKEIT UND WEG GEGEN DIE ZEIT AUFGETRAGEN

Als Besonderheit bietet Modellus 4, als einziges der hier verglichenen Programme, die Möglichkeit Animationen auszugeben. Doch im Gegensatz zu den vorher besprochenen Beispielen wie dem Fall oder verschiedenen Schwingungen, ist hier die Erstellung der Animation etwas anspruchsvoller. Zunächst kann man sich noch relativ einfach mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche mit Hilfe von sogenannten „Geometric Objects" einen Tisch bauen. Dann erzeugt man sich am besten auch mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche zwei „Particle" und weist einem die Bewegung des Seilanfangs und dem anderen die des Seilendes zu. Dazu definiert man sich im Modellfenster neue Größen. Hier wurde die Bewegung in x-Richtung des Seilendes $x_e$, sowie entsprechend die y-Bewegung des Seilanfangs $y_a$ und des Seilendes $y_e$ genannt und wie in Abbildung 69 definiert.

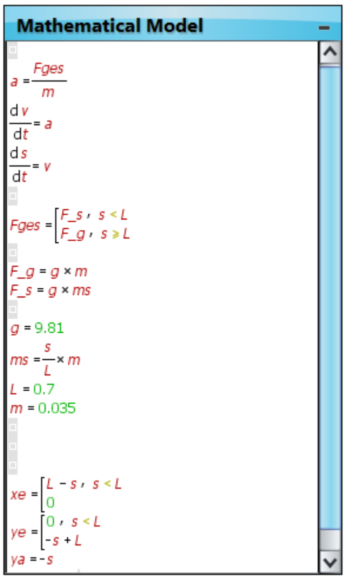



ABBILDUNG 69: DEFINIEREN VON SEILENDE UND SEILANFANG

Jetzt kann man dem Particle, wie hier exemplarisch für das Seilende in Abbildung 70 gezeigt, in horizontaler und vertikaler Richtung die neu definierten Bewegungskoordinaten $x_e$ und $y_e$ zuweisen.

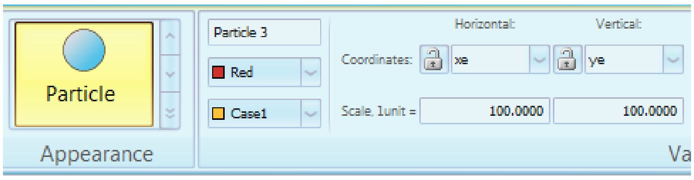



ABBILDUNG 70: ERSTELLUNG DER ANIMATION

Verbindet man noch den Particle für das Seilende und den für den Seilanfang mit einem „Geometric Object" und platziert den Tisch passend, ist die Animation fertig.

ABBILDUNG 73: DAS SEIL LIEGT AUF DEM TISCH

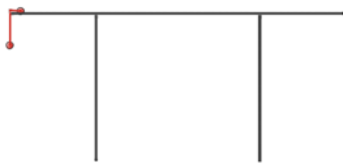


ABBILDUNG 71: DAS SEIL RUTSCHT VOM TISCH

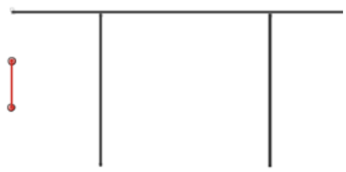


ABBILDUNG 72: DAS SEIL IM FREIEN FALL

### 5.4.4 Excel

Auch bei Excel ist es möglich bedingte Variablen einzugeben, allerdings muss man den entsprechenden Befehl kennen. Um eine Bedingung einzugeben, wird die sogenannte Wenn-Funktion verwendet. Sie gibt einen bestimmten Wert zurück, wenn eine Bedingung als wahr erkannt wird - ansonsten einen anderen. Diese Funktion hat folgende Syntax: $WENN\ (Prüfung;\ [Dann - Wert];\ [Sonst - Wert])$ .

Bei der Modulation wird die überhängende Masse *m*, die ja zur Beschleunigung des Seils führt, in einer extra Spalte aufgeführt, da sie sich zeitlich verändert und daher nicht konstant ist.

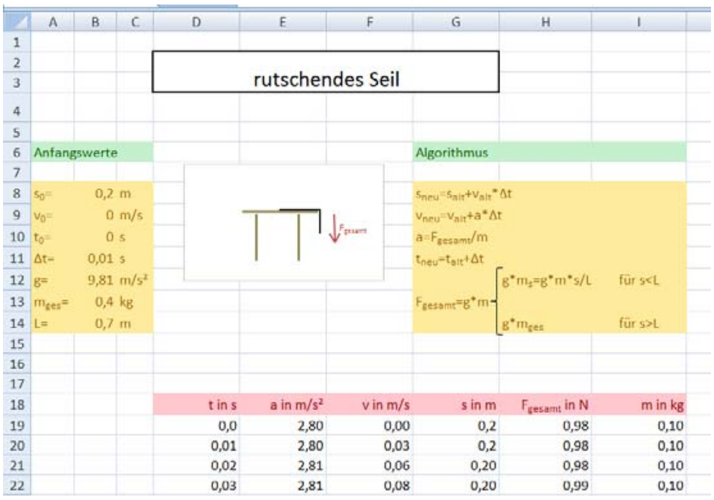



ABBILDUNG 74: RUTSCHENDES SEIL MODELLIERT MIT EXCEL

Deshalb wird hier auch die Wenn-Dann-Bedingung bereits bei der Berechnung der Masse eingegeben und nicht erst bei der Berechnung der Kraft (was aber auch möglich wäre).

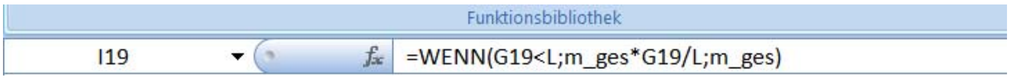



ABBILDUNG 75: WENN-DANN-BEFEHL ZUR BERECHNUNG DER MASSE M

Hier wurde mit definierten Namen in den Formeln gearbeitet, wie in Kapitel 4.1.5 beschrieben. Um die Formeln übersichtlicher zu gestalten, können für konstante Größen feste Namen definiert werden, die dann in die Formeln anstelle von Zellbezügen eingegeben werden.

Lässt man sich nun wieder die Geschwindigkeit des Seils (hier rot), sowie dessen Beschleunigung (hier blau) und den zurückgelegten Weg des Seilendes (hier grün) auftragen (siehe Abbildung 76), erhält man das bekannte Bild.

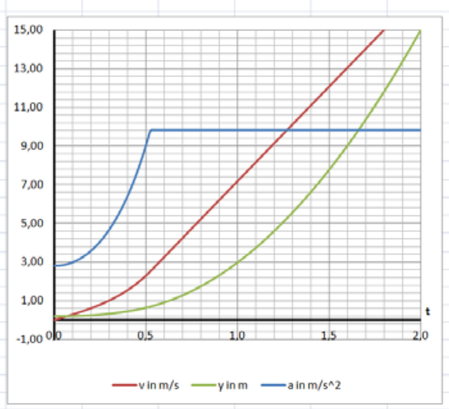



ABBILDUNG 76: GESCHWINDIGKEIT, BEWEGUNG UND BESCHLEUNIGUNG BEIM RUTSCHENDEN SEIL

### 5.4.5 Fazit

Die Eingabe von bedingten Variablen ist bei allen vier verglichenen Programmen möglich. Bei Coach 6, Newton II und Modellus 4 ist die Eingabe gleichermaßen intuitiv. Bei Coach 6 und Newton II werden die Bedingungen in ein spezielles Fenster eingegeben, das jedoch nicht direkt auf der Programmoberfläche sichtbar ist, sondern erst eingeblendet werden muss. Modellus 4 regelt die Fallunterscheidung durch eine zweitspaltige Klammer, die im Modellfenster eingefügt wird, und so auch immer sichtbar ist. Bei Excel ist die Eingabe von Bedingungen am wenigsten intuitiv, da man keine vorgefertigte Maske wie bei den anderen Programmen hat, sondern den Wenn-Dann-Befehl einfach kennen muss. Auch wird durch die Eingabe des Befehles in eine Zeile die Formel sehr lang und unübersichtlich, was man teilweise durch das Definieren von Namen für Konstanten lösen kann. Auch verzeiht die Syntax des Befehls keine Eingabeungenauigkeiten: wird ein Strichpunkt im Befehl falsch gesetzt oder vergessen, gibt Excel keine Werte, sondern eine unpräzise Fehlermeldung aus.

Die Eingabe von bedingten Variablen führte bei keinem der getesteten Programme zu Problemen in den Wertetabellen oder beim Plotten der Graphen. Auch das Erstellen von Animationen bei Modellus 4 funktionierte immer noch einwandfrei.

| | **Coach 6** | **Newton II** | **Modellus 4** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Eingabe von bedingten Variablen möglich | **Ja** | **Ja** | **Ja** | **Ja** |
| Bedingung auf der Oberfläche direkt sichtbar | **Nein** | **Nein** | **Ja** | **Nein** |

## 5.5 Zweidimensionale Bewegungen am Beispiel des schiefen Wurfs

In diesem Kapitel werden anhand des schiefen Wurfs die Möglichkeiten besprochen, die die einzelnen Programme bei mehrdimensionalen Bewegungen haben. Denn nicht alle Programme bieten hier spezielle Einstellungsmöglichkeiten an, die die Modulation erleichtern. Der schiefe Wurf ist nicht nur lehrplanrelevant, sondern er hat im Vergleich zu den bisher besprochenen Beispielen die Besonderheit, dass die Bewegung zweidimensional ist. Trägt man die Bewegung in y-Richtung gegen die in x-Richtung auf, erhält man einen parabelförmigen Graphen.

In vertikaler Richtung wird der Körper beim schiefen Wurf durch die Schwerkraft konstant nach unten beschleunigt. In horizontaler Richtung erfolgt keine Beschleunigung, sodass sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit in x-Richtung bewegt. Man erhält für die Beschleunigung *a* in vektorieller Form:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Durch Integration erhält man, unter Berücksichtigung der Anfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit *v* und die Bahngleichung für den Weg *r*.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha - gt \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} v_0 t \cos\alpha \\ v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$

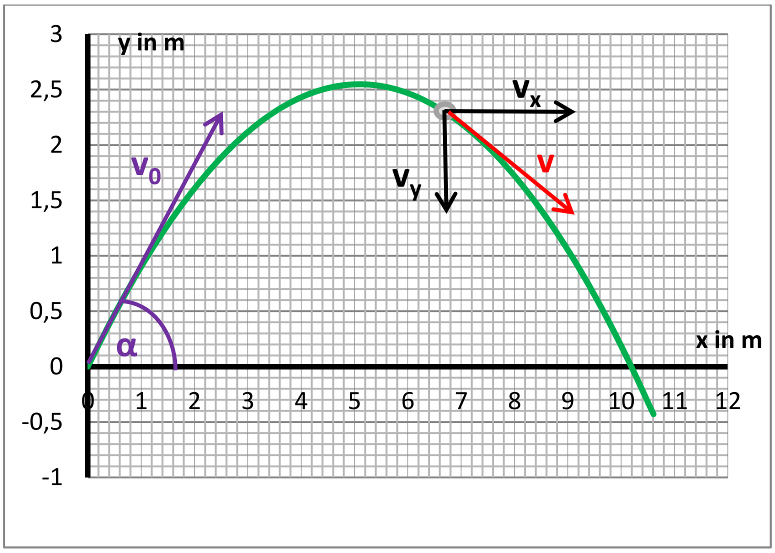



ABBILDUNG 77: SCHIEFER WURF

### 5.5.1 Coach 6

Bei Coach 6 gibt es keine spezielle Funktion um mehrdimensionale Bewegungen zu modellieren. Die Bewegungen in x- und y-Richtung müssen mit zwei unterschiedlichen bzw. getrennten Newton-Maschinen erstellt werden, wie Abbildung 78 zeigt. Der Abwurfwinkel wurde hier *b* genannt.

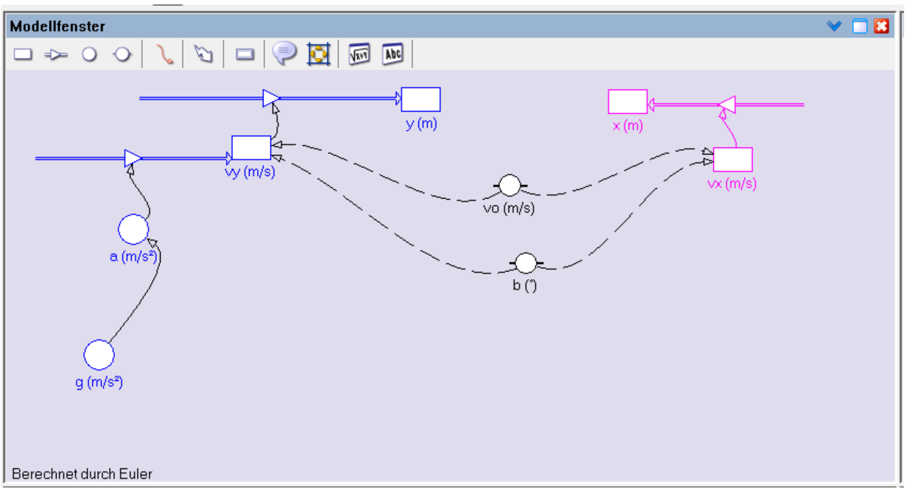



ABBILDUNG 78: SCHIEFER WURF MODELLIERT MIT COACH 6

Links ist die Newton-Maschine für die Bewegung in y-Richtung zu sehen und rechts die für die Bewegung in x-Richtung. Gut sichtbar ist, dass sowohl der Winkel *b* als auch die Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ Einfluss auf beide Bewegungsrichtungen nehmen, wohingegen die Fallbeschleunigung *g* nur Einfluss auf die vertikale Bewegung nimmt. Die Bewegungen können hier also getrennt voneinander betrachtet werden und durch die zwei Newton-Maschinen wird deutlich, dass sie unabhängig voneinander erfolgen.

Trägt man nun *x* und *y* gegeneinander auf, erhält man die gewünschte Parabel als Bahn, die sich je nach Abwurfwinkel und -geschwindigkeit verändert. Mithilfe des Schiebreglers (s. dazu Kapitel 5.2) kann ausprobiert werden, bei welchem Winkel *b* der Körper am weitesten fliegt. In Abbildung 79 sieht man, dass dies, wie erwartet, bei einem Winkel $b$=45° der Fall ist. Coach 6 berücksichtigt also, dass sich bei Änderung des Winkels sowohl die x- als auch die y-Koordinate verändert, und schafft es trotzdem die Graphen korrekt in einem Koordinatensystem gleichzeitig anzuzeigen. Das ist kein Standard wie man im Laufe des Kapitels noch sehen wird.

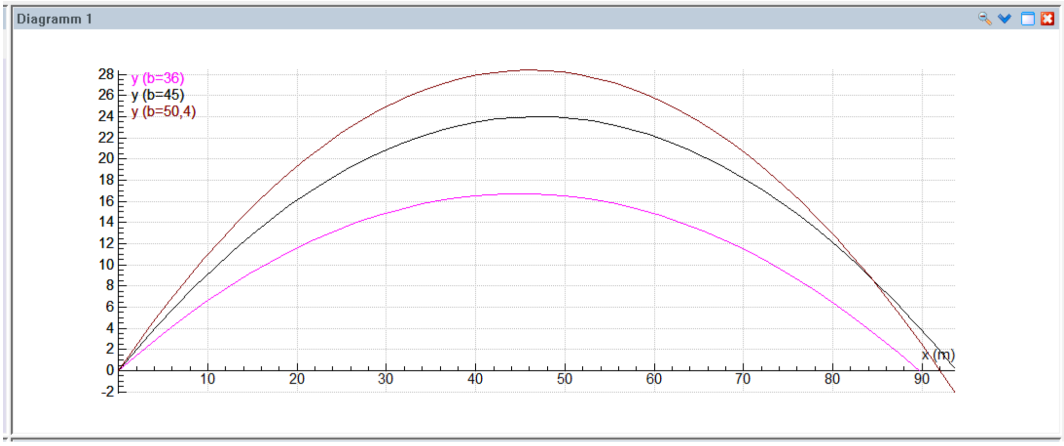



ABBILDUNG 79: WURFPARABEL BEI VERSCHEIDENEN ABWURFWINKELN

Mit den Geschwindigkeitsdiagrammen wird deutlich, dass die Geschwindigkeit in x-Richtung (links in der Abbildung 80) konstant ist, da sie keine Beschleunigung erfährt - im Gegensatz zur y-Geschwindigkeit (rechts in der Abbildung 80), die durch die Fallbeschleunigung linear abnimmt.

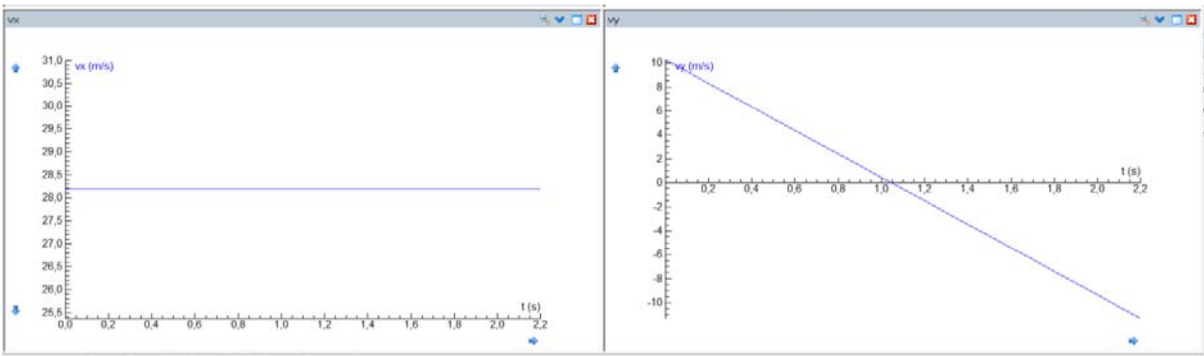



ABBILDUNG 80:GESCHWINDIGKEITEN BEIM SCHIEFEN WURF

### 5.5.2 Newton II

Bei Newton II kann man direkt beim Öffnen eines neuen Projekts auswählen, ob es sich um ein 1- oder ein 3-dimensionales Modell handelt.


ABBILDUNG 81: EINSTELLUNGSMÖGLICHKEITEN BEI NEWTON II

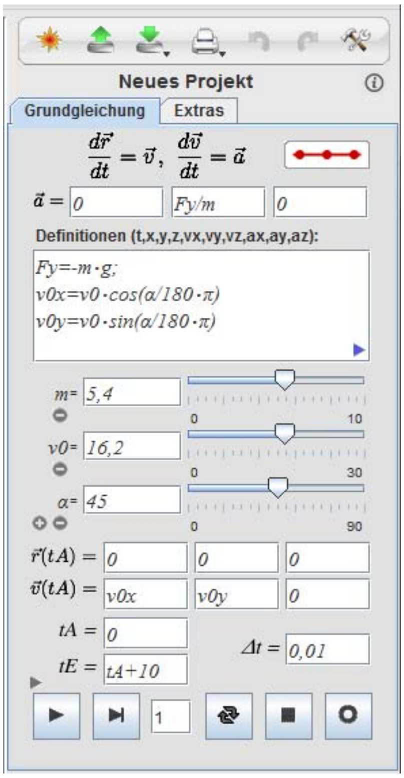



ABBILDUNG 82: SCHIEFER WURF MODELLIERT MIT NEWTON II

Wählt man ein 3-dimensionales Projekt, so verändert sich der Eingabe- und Aktionsbereich des Programms entsprechend, um die Modulation zu erleichtern. Es können für die Beschleunigung $a$ sowie für die Anfangsbedingungen der Geschwindigkeit $v$ und des Ortes $r$, für x-, y-, und z-Richtung unterschiedliche Bedingungen eingegeben werden. Beim schiefen Wurf werden natürlich alle Parameter für die Bewegung in z-Richtung auf 0 gesetzt, da in diese Richtung keine Bewegung stattfindet.

Wie bei dem Programm üblich, werden die Masse $m$, die Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ und der Abwurfwinkel α mit Schiebregler dargestellt. Bei der Eingabe des Winkels α ist zu beachten, dass der Schiebregler den Winkel im Gradmaß anzeigt, beim Sinus bzw. Cosinus im Definitionsbereich der Winkel aber im Bogenmaß eingegeben werden muss, damit das Programm korrekt rechnen kann. Auch bei Newton II sieht man sehr gut, dass nur eine Beschleunigung in y-Richtung erfolgt, hier wäre es auch möglich anstatt von $a = \frac{F_y}{m}$, mit $F_y = -mg$, gleich $a = -g$ einzugeben. Als Ausgabe erhält man wie erwartet für die Bahn des geworfenen Körpers eine Parabel. Wie schon in Kapitel 4.1.2 beschrieben ist es nicht möglich, mehrere Parabeln mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen gleichzeitig in einem Koordinatensystem anzeigen zu lassen. Das Vergleichen, wie sich die Parabelform bei verschiedenen Winkeln ändert, fällt daher schwer.

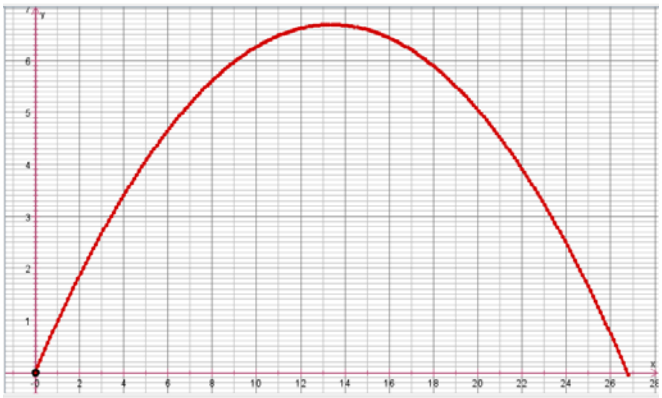


ABBILDUNG 83: FLUGPARABEL BEIM SCHIEFEN WURF

Natürlich ist es unter anderem auch möglich, sich die Beschleunigung oder die verschiedenen Geschwindigkeiten gegen die Zeit *t* auftragen zu lassen.

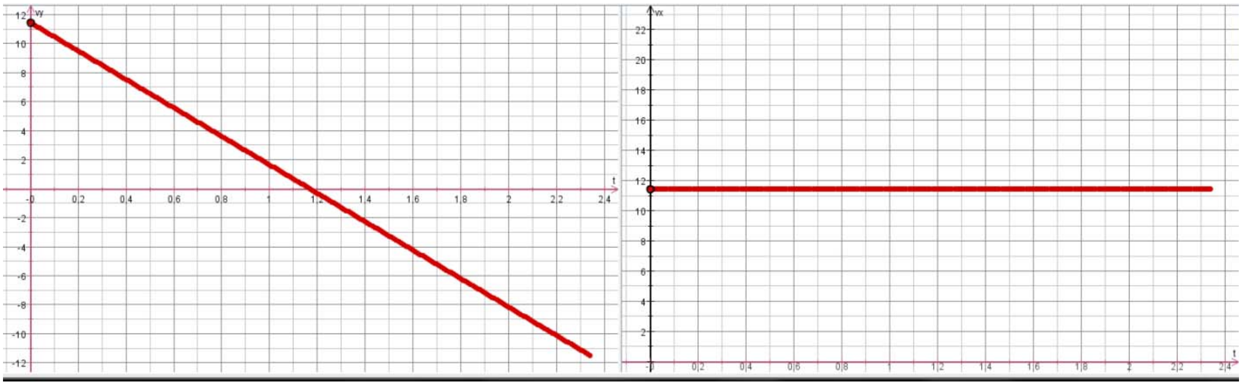


ABBILDUNG 84: GESCHWINDIGKEITEN BEIM SCHIEFEN WURF

### 5.5.3 Modellus 4

Modellus 4 bietet, wie Coach 6 auch, keine zusätzlichen Funktionen für mehrdimensionale Bewegungen. Da hier aber ohne viele Vorgaben durch das Programm relativ frei, einfach durch Eingeben der Bewegungsgleichungen, modelliert wird, können die zusätzlichen Koordinaten mit den entsprechenden Bewegungsgleichungen einfach ergänzt werden. Die Beschleunigung, Geschwindigkeit und der Ort werden entsprechend ihrer Richtung mit x bzw. y gekennzeichnet.

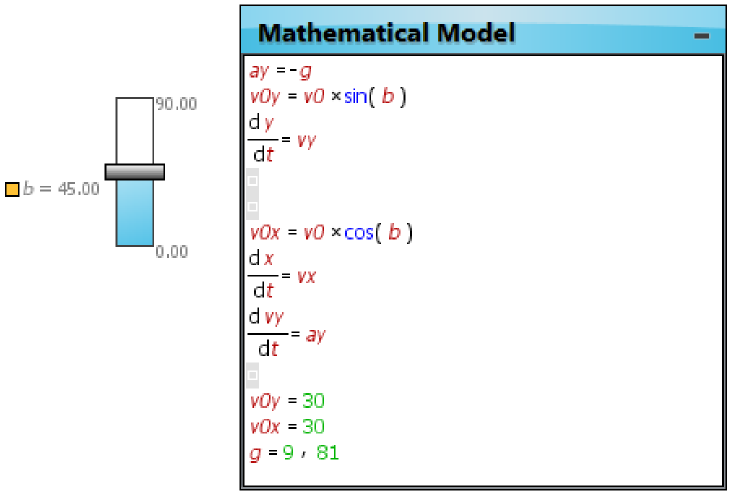



ABBILDUNG 85:SCHIEFER WURF MODELLIERT MIT MODELLUS 4

Unter dem Reiter „Home" kann unter „Preferences" eingestellt werden, ob der Winkel im Bogenmaß oder im Gradmaß eingegeben wird. Deshalb ist es nicht nötig, eine Formel zum Umrechnen extra einzugeben. Der Winkel *b* kann mithilfe eines Schiebereglers dargestellt werden, sodass man ihn leicht verändern kann. Die so entstehenden unterschiedlichen Parabeln können im Koordinatensystem beobachtet werden, wenn man die y- gegen die x-Koordinate aufträgt.

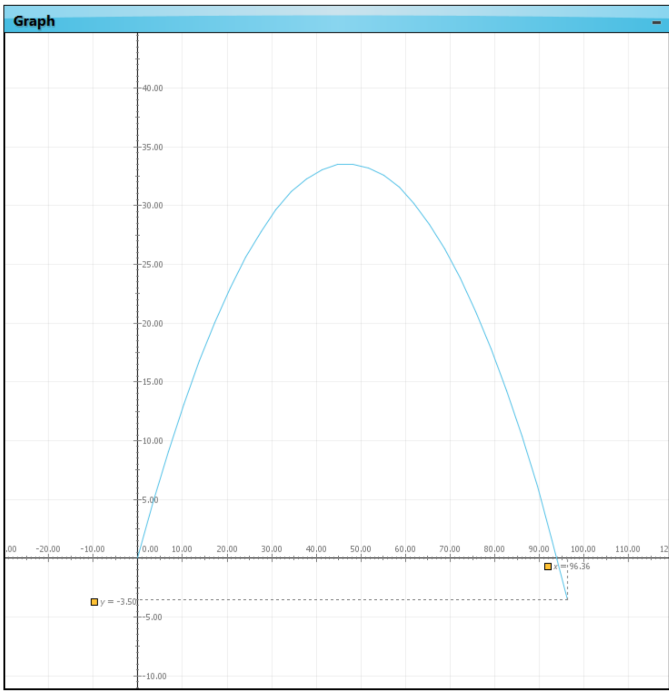



ABBILDUNG 86: FLUGPARABEL BEIM SCHEIFEN WURF

Möchte man, wie bei Modellus 4, mehrere Graphen mit unterschiedlichen Abwurfwinkeln *b* in einem Koordinatensystem angezeigt haben, so stößt hier das Programm an seine Grenzen. Erstellt man unterschiedliche Fälle mit folgenden unterschiedlichen Winkeln (wie in Kapitel 5.2.3 beschrieben) hier orange für 35°, grün für 45° und blau für 55°,

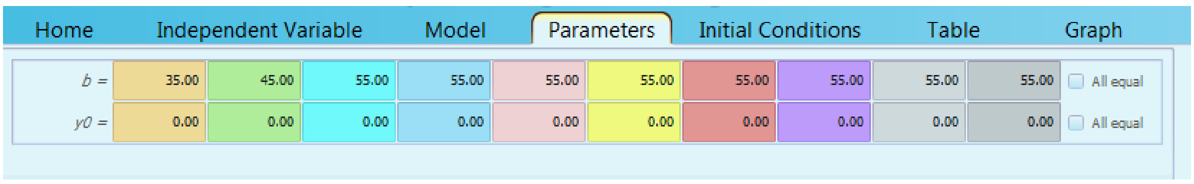



ABBILDUNG 87: FUNKTIONSREITER „PARAMETERS"

und lässt sich diese im Koordinatensystem anzeigen, erhält man folgende Ausgabe:

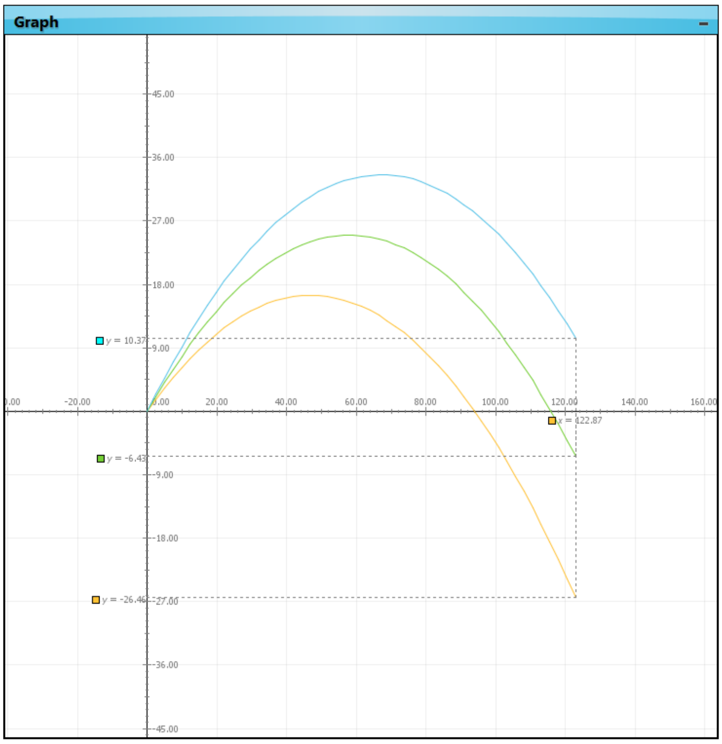



ABBILDUNG 88: FLUGPARABELN MIT VERSCHIEDENEN ABWURFWINKELN

Nicht nur, dass manche Körper schon ins Negative fallen, bis die andern den Boden erreichen, der Körper mit dem größten Abwurfwinkel (blau mit 55°) fliegt auch am weitesten. Richtig wäre, dass der Abwurfwinkel von 45° (hier grün) die maximale Wurfweite erzielt. Dieser Fehler entsteht dadurch, dass alle y-Koordinaten der verschiedenen Winkel vom Programm gegen eine x-Koordinaten aufgetragen werden. Da aber auch die x-Koordinaten vom Winkel *b* abhängen, müssten die verschiedenen y-Werte gegen die entsprechenden unterschiedlichen x-Werte aufgetragen werden und es genügt nicht, sie gegen eine gemeinsame x-Achse aufzutragen. In Abbildung 89 unterhalb ist zu sehen, dass es zwar möglich ist, verschiedene y-Werte in vertikale Richtung auftragen zu lassen, in horizontaler Richtung aber keine Fallunterscheidung möglich ist.

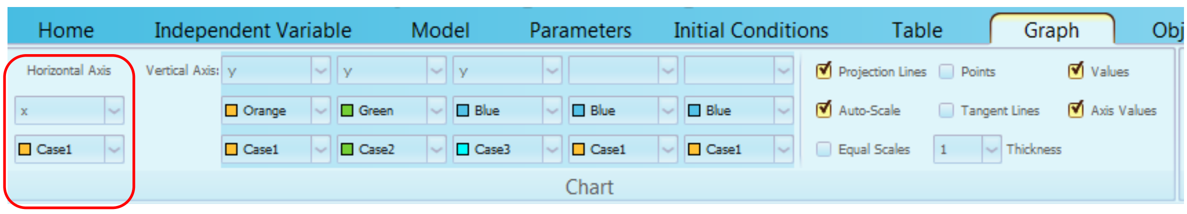



ABBILDUNG 89: DER FUNKTIONSREITER „GRAPH"

Würde man z.B. nur die Bewegung in x-Richtung der verschiedenen Winkel gegen eine gemeinsame Variable wie die Zeit *t* auftragen, hätte man dieses Problem nicht.

Generiert man jedoch die Graphen als Objekte, wie in Kapitel 5.1.3 erklärt, kann man die bei verschiedenen Abwurfwinkeln erzielten Wurfparabeln korrekt auftragen und zum Vergleich untereinander setzen. Fügt man noch mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche ein „Geometric Object", also eine Linie, ein und positioniert sie entsprechend Abbildung 90, erkennt man besonders gut, dass bei 45° der Körper am weitesten fliegt.

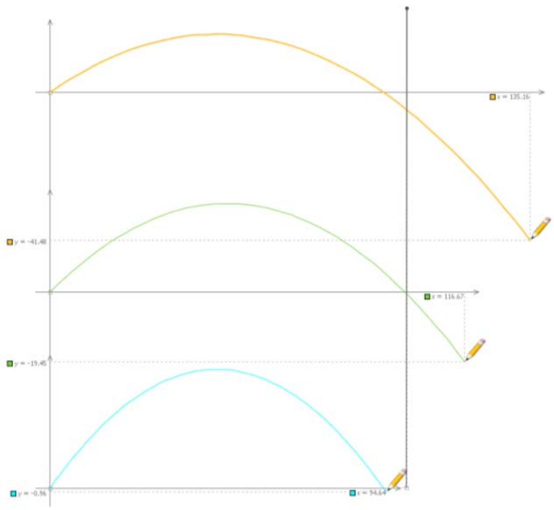


ABBILDUNG 90: WURFPARABELN BEI VERSCHIEDENEN ABWURFWINKELN

Mit etwas Geduld kann man auch die Ursprünge der Koordinatensysteme übereinanderlegen, sodass die Flugbahn am besten vergleichen werden kann. So kann man zumindest qualitativ die Graphen auswerten, das Ablesen von Werten ist wegen des fehlenden Koordinatensystems so aber nicht möglich.

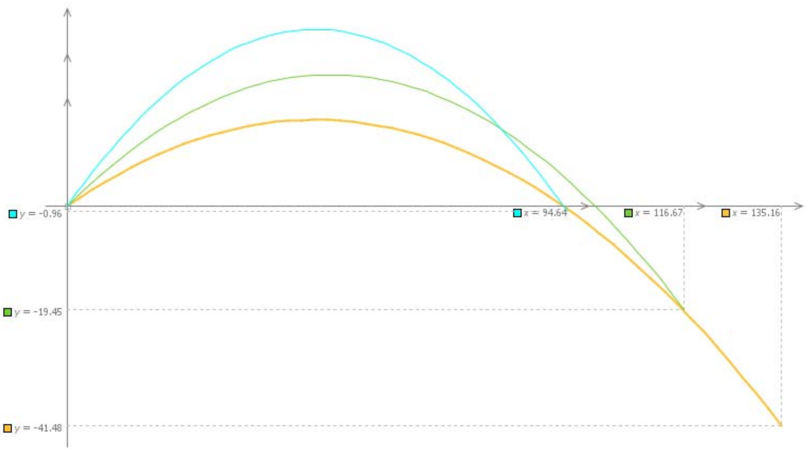



ABBILDUNG 91: WURFPARABELN BEI VERSCHIEDENEN ABWURFWINKELN

Natürlich ist es auch mit Modellus 4 möglich, sich wie schon bei Newton II und Coach 6 die Geschwindigkeit oder Beschleunigungen auftragen zu lassen.

In rot wurde hier die konstante Geschwindigkeit $v_x$ und in lila die linear abfallende Geschwindigkeit $v_y$ gegen die Zeit $t$ aufgetragen.

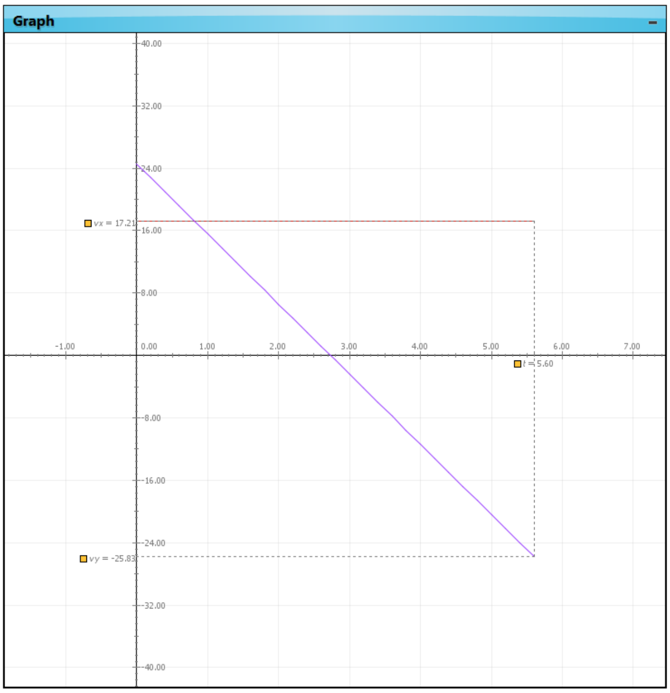



ABBILDUNG 92: GESCHWINDIGKEITEN BEIM SCHIEFEN WURF

### 5.5.4 Excel

Excel verhält sich bei mehrdimensionalen Bewegungen ähnlich wie Modellus 4. Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ort werden nach x- und y-Richtung unterschieden und die Bewegungsgleichungen für die zusätzliche Koordinate werden einfach angefügt. Für die dadurch zusätzlich entstehenden Variablen müssen dann entsprechend auch mehr Wertetabellen angelegt werden, wie Abbildung 93 zeigt.

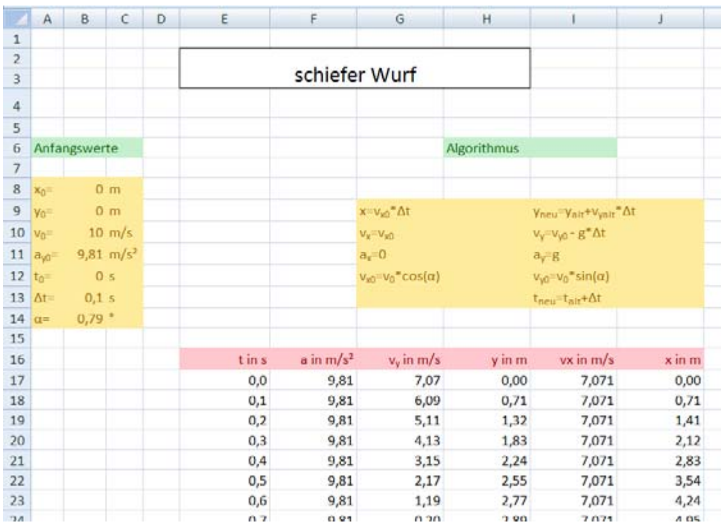



ABBILDUNG 93: SCHIEFER WURF MODELLIERT MIT EXCEL

Bei der Modellierung ist zu beachten, dass Excel bei trigonometrischen Funktionen die Eingabe des Winkels im Bogenmaß fordert. Excel rechnet aber mit dem Befehl $\alpha = BOGENMASS(45)$, das Gradmaß (hier bei einem Winkel $\alpha = 45°$) automatisch um und zeigt deshalb $\alpha = 0{,}79$ an.

Trägt man die y- gegen die x-Koordinate auf, ergibt sich die gewünschte parabelförmige Bahnkurve. In das Diagramm können unter „Einfügen" und „Formen" Geschwindigkeitsvektoren eingefügt und passend positioniert werden. Diese verschieben sich allerdings, wenn man die Anfangswerte verändert, da sie nicht an den Graphen angeheftet, sondern nur an die richtige Stelle gesetzt werden können.

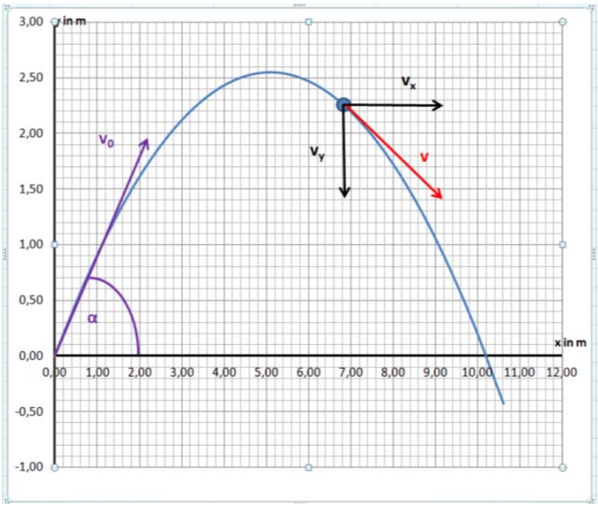



ABBILDUNG 94: FLUGPARABEL MIT GESCHWINDIGKEITSVEKTOREN

Wie in Kapitel 5.2.4 beschrieben, können auch bei Excel die Wurfbahnen bei verschiedenen Abwurfwinkeln gleichzeitig in einem Diagramm angezeigt werden, sodass gut sichtbar ist, wie sich die Bahn verändert und wann der Körper am weitesten fliegt. Dass hier beide Bewegungen in y- und in x-Richtung vom Winkel α abhängen, stellt kein Problem dar.

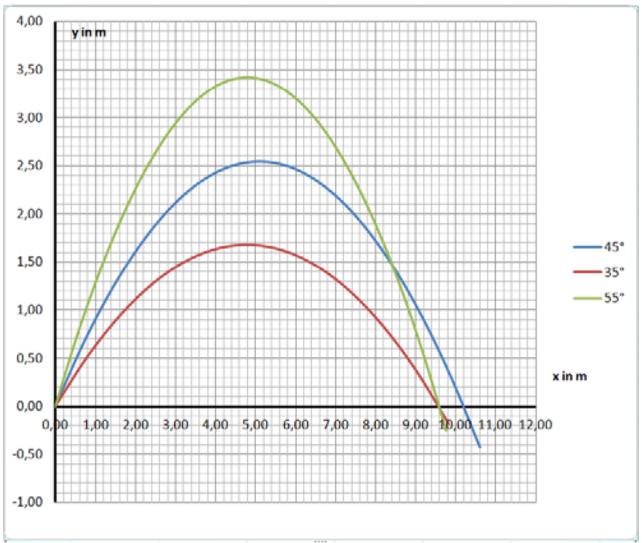



ABBILDUNG 95: WURFPARABELN BEI VERSCHIEDENEN ABWURFWINKELN

### 5.5.5 Fazit

Einzig Newton II bietet spezielle Funktionen für die Modulation von mehrdimensionalen Bewegungen. Hier kann der Eingabebereich so eingestellt werden, dass zwischen x-, y- und z-Richtung unterschieden wird. Bei den anderen gleichungsorientierten Programmen Excel und Modellus 4, können die Bewegungsgleichungen mittels Index y oder x unterschieden und einfach ergänzt werden. Etwas umständlicher ist es beim graphisch orientierten Modellbildungsprogramm Coach 6, dort muss für jede Dimension jeweils eine eigene Newton-Maschine erstellt werden. Diese zwei Newton-Maschinen sind miteinander durch verschiedene gemeinsame Symbole verknüpf; dadurch erkennt man hier am besten, dass es sich um zwei unabhängig voneinander erfolgende Bewegungen handelt.

Verschiedene Probleme ergeben sich speziell bei diesem Beispiel bei der Eingabe von Winkeln in trigonometrische Funktionen und speziell bei Modellus 4 beim Auftragen mehrerer Graphen in einem Koordinatensystem, wenn sowohl x- als auch y-Richtung von einer Variablen abhängen.

Nur bei Modellus 4 ist es möglich, Winkel in trigonometrische Funktionen im Gradmaß oder im Bogenmaß einzugeben. Alle anderen Programme fordern eine Eingabe im Bogenmaß, so dass beim Einsatz von Schiebreglern immer erst manuell die Umrechnungsformel bzw. bei Excel ein spezieller Befehl eingegeben werden muss.

Beim Plotten der zwei-dimensionalen Bewegung entstehen teilweise Probleme, wenn man mehrere Funktionen mit veränderten Parametern in einem Koordinatensystem gleichzeitig anzeigen möchte. Bei Excel und Coach funktioniert dies tadellos, Newton bietet diese Funktion leider nicht an und auch Modellus 4 scheitert, da es verschiedene y-Werte nicht gegen verschiedene y-Werte auftragen kann, bietet jedoch die Möglichkeit die Graphen als Animation anzuzeigen und übereinader zu legen.

| | **Coach 6** | **Newton II** | **Modellus 4** | **Excel** |
|---|---|---|---|---|
| Modulation von mehrdimensionalen Bewegungen | **Ja** | **Ja (Mit extra Einstellungsmöglichkeiten)** | **Ja** | **Ja** |
| Gleichzeitiges anzeigen von mehrdimensionalen Funktionen mit veränderten Parametern | **Ja** | **Nein** | **Ja**<br>**(Als Animation)** | **Ja** |
| Eingabe bei trigonometrischen Funktionen | **RAD** | **RAD** | **RAD/DEG** | **RAD** |

# 6 Ausblick: Der schiefe Wurf mit Luftreibung

In diesem Kapitel wird als Ausblick gezeigt, wie der schiefe Wurf mit Luftreibung als ein komplexeres Beispiel in den vier Programmen modelliert wird. Denn in den vorhergehenden Kapitel wurden bewusst nur elementare Beispiele besprochen, mit denen sich jeder Schüler in seiner Schullaufbahn sicherlich einmal beschäftigt.

In x-Richtung gilt: $a_x = \frac{F_{Ges}}{m} = \frac{F_{Lx}}{m}$

wobei $F_{Lx} = -F_L * \frac{v_x}{v} = -0{,}5 * c_w * \rho * A * v^2 * \frac{v_x}{v}$ die Luftreibungskraft in x-Richtung ist.

In y-Richtung gilt: $a_y = \frac{F_{Ges}}{m} = \frac{F_{Ly}+F_g}{m}$

wobei $F_{Ly} = -F_L * \frac{v_y}{v} = -0{,}5 * c_w * \rho * A * v^2 * \frac{v_y}{v}$ die Luftreibungskraft in y-Richtung ist.

Allgemein gilt:

Für die Luftreibungskraft: $F_L = 0{,}5 * c_w * \rho * A * v^2$

Für die Gewichtskraft: $F_g = -m * g$

Für die Geschwindigkeit. $v = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}$

Außerdem ist:

*m* die Masse, $g$ der Ortsfaktor, $c_w$ der Luftwiderstandsbeiwert, ρ die Dichte des Mediums, *A* die Querschnittsfläche

## 6.1 Coach 6

Bei Coach 6 müssen wie auch schon beim schiefen Wurf ohne Luftreibung (s. Kapitel 5.5.1) zwei Newton-Maschinen definiert werden, die dieses Mal aber mit mehr gemeinsamen Größen verbunden sind.

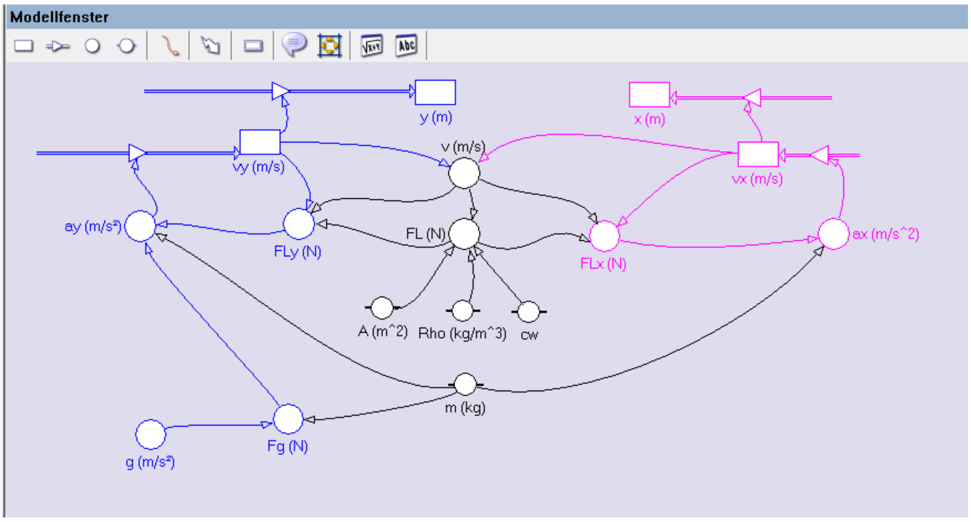



ABBILDUNG 96 SCHIEFER WURF MIT LUFTREIBUNG

Sehr schön ist zu erkennen, dass die Gewichtskraft nur in y-Richtung wirkt, wohingegen die Luftreibungskraft beide Bewegungen beeinflusst.

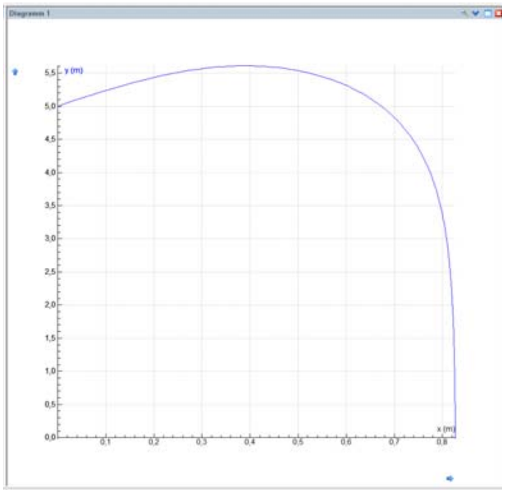


ABBILDUNG 97: FLUGKURVE BEIM SCHIEFEN WURF MIT LUFTREIBUNG

Trägt man die Bewegung auf, sieht man gut, wie die Wurfparabel durch die Luftreibung verändert wird und dadurch nicht nur weniger hoch ist, sondern auch leicht nach unten abknickt, sodass der Körper am Ende fast senkrecht nach unten fällt.

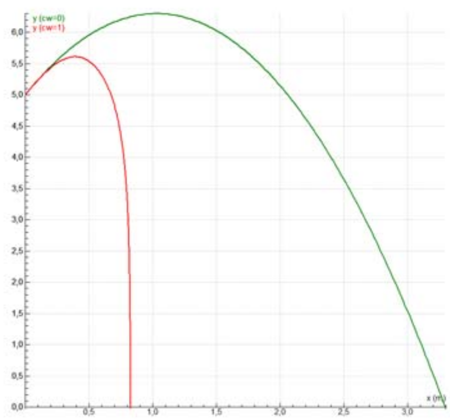


ABBILDUNG 98: SCHIEFER WURF MIT UND OHNE LUFTREIBUNG

Ein direkter Vergleich mit dem schiefen Wurf ohne Luftreibung ist möglich, wenn man wie in Kapitel 5.2.1 beschrieben die Luftreibung mittels Schiebregler geschickt gleich null setzt. In Abbildung 98 ist rot der schiefe Wurf mit Luftreibung und grün ohne Luftreibung aufgetragen.

## 6.2 Newton II

Da auch der schiefe Wurf mit Luftreibung eine zweidimensionale Bewegung ist, hat man bei Newton II wieder den Vorteil, dass man den Eingabebereich auf mehrdimensionale Bewegungen umstellen kann und so die Eingabe erleichtert wird. Durch die Schiebregler kann man sehr gut ausprobieren, wie die Wurfparabel vom freien Wurf sich verändert, wenn man die Luftreibung hinzufügt bzw. erhöht.

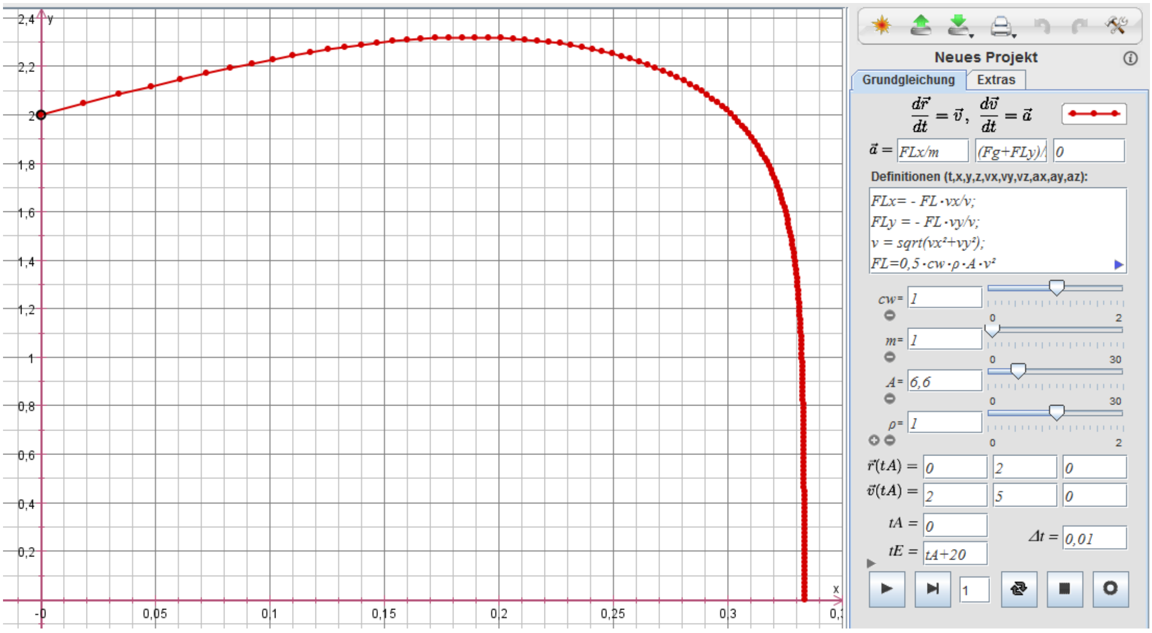



ABBILDUNG 99: SCHIEFER WURF MIT LUFTREIBUNG

Ein direkter Vergleich des Graphen mit dem schiefen Wurf ohne Luftreibung ist hier leider nicht möglich, da keine zwei Graphen gleichzeitig in einem Koordinatensystem angezeigt werden können. Die Luftreibung kann aber trotzdem mithilfe der Schiebregler durch den Luftwiderstandsbeiwert $c_w$ gleich null gesetzt werden und so der veränderte Graph betrachtet werden.

## 6.3 Modellus 4

Auch bei Modellus 4 funktioniert die Modulation des schiefen Wurfs mit Luftreibung gut. Zusätzlich zum Graphen kann noch eine Animation, hier ein Fußball, erstellt werden, der den Bewegungsablauf besonders verdeutlicht. Um das Modellfenster übersichtlicher zu gestalten, wurden alle Konstanten unter „Parameters" und die Anfangsbedingungen unter „Initial Conditions" und nicht im Modellfenster definiert. Es können auch noch diverse Schiebregler eingefügt werden, hier die Querschnittsfläche *A* des Fußballs, um leichter verschiedene Extremfälle auszuprobieren.

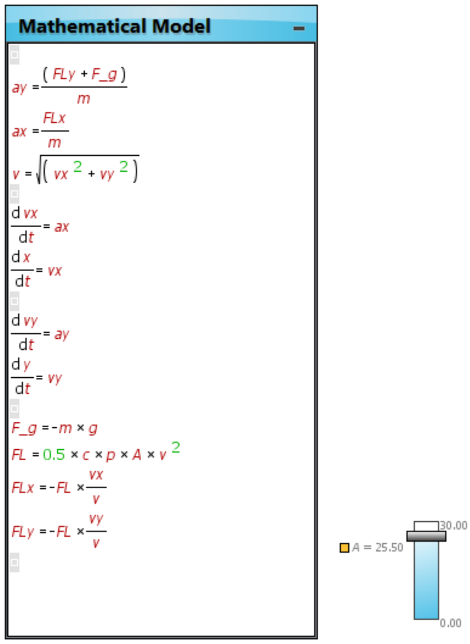



ABBILDUNG 100: SCHIEFER WURF MIT LUFTREIBUNG

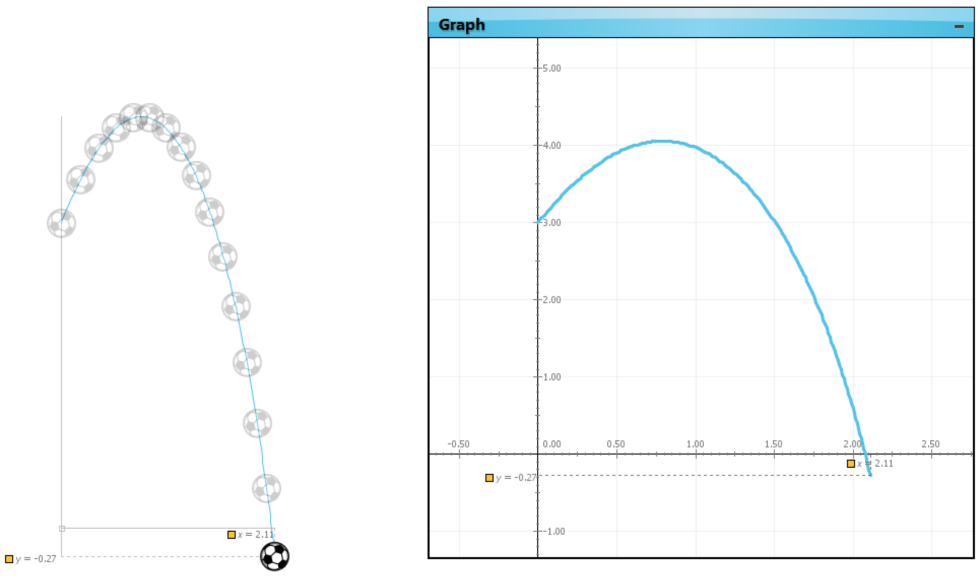



ABBILDUNG 101: ANIMATION UND FLUGKURVE ZUM SCHIEFEN WURF MIT LUFTREIBUNG

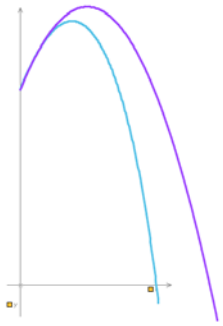
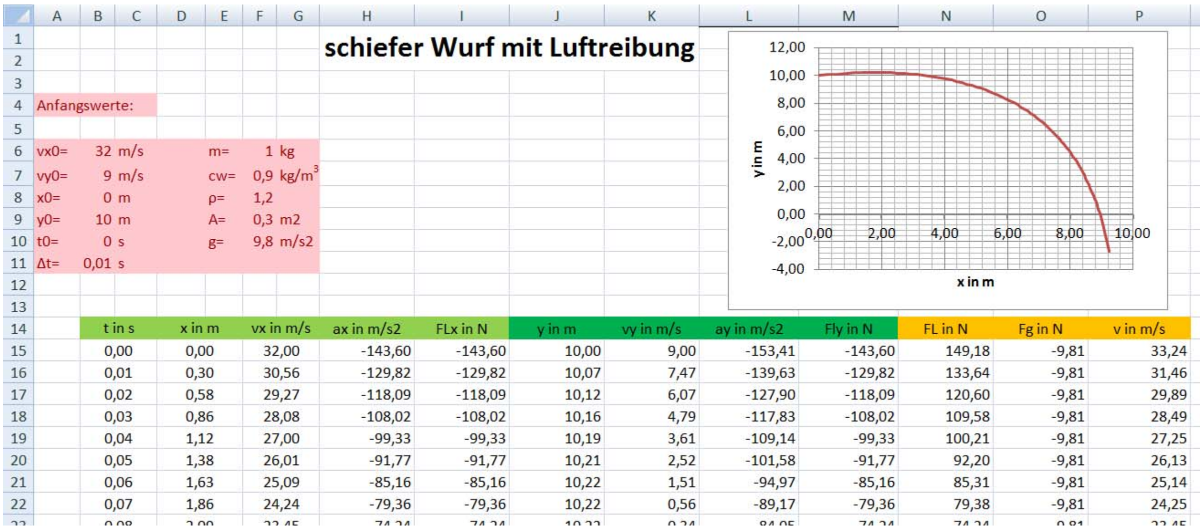


ABBILDUNG 102: SCHIEFER WURF MIT UND OHNE LUFTREIBUNG

Wie in Kapitel 6.3 beschrieben, können verschiedene Fälle einer mehrdimensionalen Bewegung nur mittels einer Animation korrekt qualitativ aufgetragen werden. In Abbildung 102 wurde der schiefe Wurf mit Luftreibung in blau und ohne Luftreibung in violett gezeichnet.

## 6.4 Excel

Bei Excel ist es aus Gründen der Übersichtlichkeit und Nachvollziehbarkeit sinnvoll, wie in Kapitel 4.1.4 beschrieben, mit dem Namensmanager zu arbeiten und so Konstanten feste Namen zuzuweisen. Dadurch werden die bei diesem Beispiel doch recht langen Formeln kürz und verständlicher, trotzdem erhält man viel Wertetabellen, da es viele nicht konstante Größen gibt.




| t in s | x in m | vx in m/s | ax in m/s2 | FLx in N | y in m | vy in m/s | ay in m/s2 | Fly in N | FL in N | Fg in N | v in m/s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,00 | 32,00 | -143,60 | -143,60 | 10,00 | 9,00 | -153,41 | -143,60 | 149,18 | -9,81 | 33,24 |
| 0,01 | 0,30 | 30,56 | -129,82 | -129,82 | 10,07 | 7,47 | -139,63 | -129,82 | 133,64 | -9,81 | 31,46 |
| 0,02 | 0,58 | 29,27 | -118,09 | -118,09 | 10,12 | 6,07 | -127,90 | -118,09 | 120,60 | -9,81 | 29,89 |
| 0,03 | 0,86 | 28,08 | -108,02 | -108,02 | 10,16 | 4,79 | -117,83 | -108,02 | 109,58 | -9,81 | 28,49 |
| 0,04 | 1,12 | 27,00 | -99,33 | -99,33 | 10,19 | 3,61 | -109,14 | -99,33 | 100,21 | -9,81 | 27,25 |
| 0,05 | 1,38 | 26,01 | -91,77 | -91,77 | 10,21 | 2,52 | -101,58 | -91,77 | 92,20 | -9,81 | 26,13 |
| 0,06 | 1,63 | 25,09 | -85,16 | -85,16 | 10,22 | 1,51 | -94,97 | -85,16 | 85,31 | -9,81 | 25,14 |
| 0,07 | 1,86 | 24,24 | -79,36 | -79,36 | 10,22 | 0,56 | -89,17 | -79,36 | 79,38 | -9,81 | 24,25 |

ABBILDUNG 103: SCHIEFER WURF MIT LUFTREIBUNG

Die Formeln mit vorher definierten Größen sehen wie folgt aus (exemplarisch werden nur die für die y-Richtung relevanten Größen gezeigt, die x-Richtung folgt analog).

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Anfangswerte: | | | | | | | t in s | x in m | vx in m/s | ax in m/s2 | FLx in N | FL in N | Fg in N | v in m/s |
| 2 | | | | | | | | =B7 | =B5 | =B3 | =L2/$F$3 | =-M2*J2/O2 | =0,5*cw*rho*A*O2*O2 | =-m*g | =WURZEL(J2*J2+R15*R15) |
| 3 | vx0= | 32 | m/s | | m= | 100 | kg | =H2+dt | =I2+J3*dt+0,5*K2*dt^2 | =J2+K2*dt | =L3/$F$3 | =-M3*J3/O3 | =0,5*cw*rho*A*O3*O3 | =-m*g | =WURZEL(J3*J3+R16*R16) |
| 4 | vy0= | 9 | m/s | | cw= | 0,9 | $kg/m^3$ | =H3+dt | =I3+J4*dt+0,5*K3*dt^2 | =J3+K3*dt | =L4/$F$3 | =-M4*J4/O4 | =0,5*cw*rho*A*O4*O4 | =-m*g | =WURZEL(J4*J4+R17*R17) |
| 5 | x0= | 0 | m | | ρ= | 1,2 | | =H4+dt | =I4+J5*dt+0,5*K4*dt^2 | =J4+K4*dt | =L5/$F$3 | =-M5*J5/O5 | =0,5*cw*rho*A*O5*O5 | =-m*g | =WURZEL(J5*J5+R18*R18) |
| 6 | y0= | 10 | m | | A= | 0,25 | m2 | =H5+dt | =I5+J6*dt+0,5*K5*dt^2 | =J5+K5*dt | =L6/$F$3 | =-M6*J6/O6 | =0,5*cw*rho*A*O6*O6 | =-m*g | =WURZEL(J6*J6+R19*R19) |
| 7 | t0= | 0 | s | | g= | 9,81 | m/s2 | =H6+dt | =I6+J7*dt+0,5*K6*dt^2 | =J6+K6*dt | =L7/$F$3 | =-M7*J7/O7 | =0,5*cw*rho*A*O7*O7 | =-m*g | =WURZEL(J7*J7+R20*R20) |
| 8 | Δt= | 0,01 | s | | | | | =H7+dt | =I7+J8*dt+0,5*K7*dt^2 | =J7+K7*dt | =L8/$F$3 | =-M8*J8/O8 | =0,5*cw*rho*A*O8*O8 | =-m*g | =WURZEL(J8*J8+R21*R21) |

ABBILDUNG 104:FOMELN ZUM SCHIEFEN WURF MIT LUFTREIBUNG

Bei Excel bietet es sich außerdem an, da es doch relativ einfach möglich ist, zusätzlich in den Graphen für den schiefen Wurf mit Luftreibung, den für den schiefen Wurf ohne Luftreibung einzublenden. Dazu muss man effektiv nur alle Formeln und Anfangswerte kopieren, in ein neues Tabellenblatt einfügen und die Luftreibungskraft gleich null setzten (mehr dazu Kapitel 5.2.4).

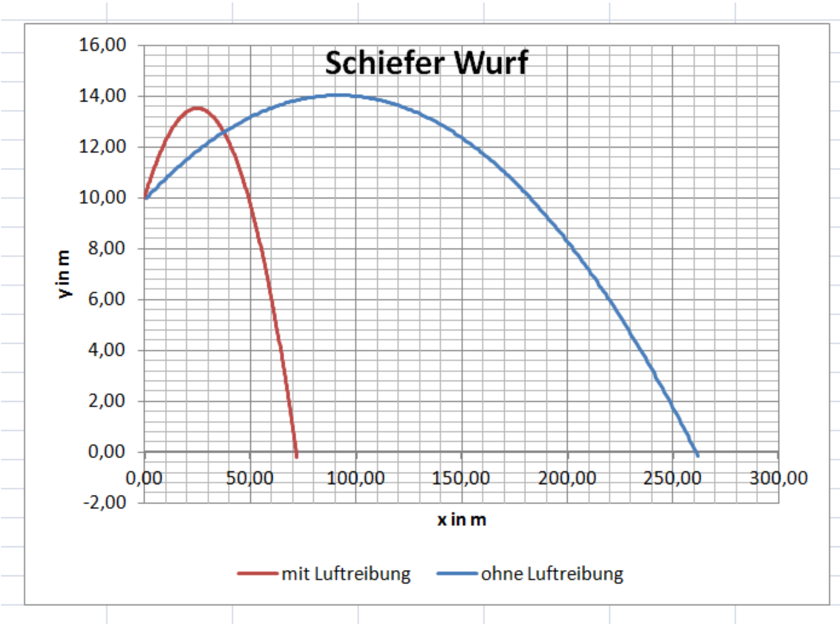



ABBILDUNG 105: SCHIEFER WURF MIT UND OHNE LUFTREIBUNG

# 7 Abschließendes Fazit

Alles in allem kann man sagen, dass Modellbildung mit allen vier Programmen, bis auf Kleinigkeiten, gut funktioniert. Hauptsächlich unterscheiden sich die Programme nicht in ihren Möglichkeiten, sondern in der Bedienung, Benutzerfreundlichkeit und der Art der Ein- und Ausgabe.

Besonders bei Excel ist zwar prinzipiell fast alles möglich, wenn man sich ausreichend mit dem Programm auskennt und das nötige Vorwissen mitbringt. Möchte man hier übersichtlich formatierte Modelle oder Besonderheiten wie Schiebregler, dann wird man die Modelle nicht von Schülern erstellen lassen können, da diese oft schon mit der Eingabe alleine überfordert sind. Auch sind bei Excel die Formeln durch die Verwendung von Zellbezügen einfach unübersichtlich, das Definieren von Namen hilft da nur bedingt. Man merkt einfach, dass Excel ein Tabellenkalkulationsprogramm ist, das zwar für diesen Zweck verwendet werden kann, aber im Gegensatz zu den anderen Programmen nicht nur für die Schule und speziell für Modellbildung erstellt wurde. Das spiegelt sich auch im zeitlichen Rahmen wider. Wie die eigene Erfahrung zeigt, dauert es doch im Verhältnis zu den anderen drei Programmen gesehen, bei Excel relativ lange ein übersichtliches Modell zu erstellen. Das liegt nicht nur an den vielen Einstellungsmöglichkeiten, sondern auch daran, dass Excel (ähnlich wie Modellus 4) beim Erstellen keinerlei Hilfestellung bietet und es auch durch die unübersichtlichen Formeln recht schwer ist, Fehler zu finden. Zudem müssen auch alle Bewegungsgleichungen noch ins Euler-Verfahren übersetzt werden, da Excel selbst weder Integrieren noch Differenzieren kann. Dies bietet zwar einerseits den Vorteil, dass man verstehen kann, was das Programm im Hintergrund macht, es nimmt aber dadurch nur einen Teil der Mathematik ab und man kann sich doch wieder nicht ganz nur auf die Physik konzentrieren, was ja eigentlich die Zielsetzung von Modellbildungssystemen ist.

Ganz anders ist das bei Modellus 4, hier kann man sich entscheiden, ob man mit dem Euler-Verfahren arbeitet, oder ob man das Programm die Bewegungsgleichungen lösen lässt. Dennoch gibt es auch hier keinerlei Hilfestellung in Form von vorgegebenen Elementen, es steht einem nur das leere Modellfenster zur Verfügung. Dadurch fühlt man sich genauso wie bei Excel auch erst einmal orientierungslos und weiß gar nicht so richtig, wie und wo man anfangen soll. Auch hier merkt man, dass Modellus 4 kein reines Modellbildungsprogramm ist, sondern auch einen Schwerpunkt auf Animationen und Simulationen hat. Das macht sich nicht nur bei der freien Eingabe bemerkbar, sondern auch daran, dass es nur ein Koordinatensystem anzeigen kann und man sich ansonsten mit Animationen behelfen muss. So kann man zwar meistens doch alles auftragen, wie man möchte, wie u. a. bei mehrdimensionalen Bewegungen. Diese Graphen können dann aber nur qualitativ betrachtet werden, da bei Animationen kein Koordinatensystem, sondern nur Koordinatenachsen zur Verfügung stehen. Auch ein Anfitten von Funktionen ist nicht möglich, primär können im Koordinatensystem nur die verschiedenen Fälle aufgetragen und die Farbe der Linien geändert werden. Die englische Sprachführung stört hingegen kaum, da im Modellfenster ja sowieso primär Formeln eingegeben werden und auch ansonsten die Bedienung über die verschiedenen Funktionsreiter sehr intuitiv ist. Besonders die Aufteilung der veränderlichen Parameter in verschiedenfarbige Fälle ist sehr übersichtlich und gut gelungen. Auch das Erstellen von einfachen Animationen, wie Pendel- oder Fallbewegungen, sind sehr leicht und schnell zu erstellen. Komplexere Animationen wie z. B. das rutschende Seil aus Kapitel 5.4.3 nehmen da schon mehr Zeit in Anspruch, da dafür erst spezielle Größen neu definiert werden müssen, Schüler geraten hier sicherlich an ihre Grenzen. Das große Plus ist bei Modellus 4 einfach das Erstellen von Animationen, in allen anderen Bereichen besonders im Plotten von Graphen zeigt es doch öfters kleine Schwächen gegenüber den reinen Modellbildungssystemen wie Newton II oder Coach 6.

Coach 6 sticht besonders durch seine symbolisch orientierte Eingabe hervor. Dadurch kann man leicht sehr übersichtlich und intuitiv modellieren, sobald man sich mit der Bedeutung der einzelnen Symbole vertraut gemacht hat. Das Programm ist sehr benutzerfreundlich, da man keine endlosen Funktionsreiter hat, sondern alles durch Klicken auf die entsprechenden Symbole einstellen kann. Ein kleiner Nachteil ist hier nur, dass die Formeln auf der Oberfläche nicht direkt sichtbar sind, somit auch Fehler schwerer zu finden sind. Eine richtige Verknüpfung der Symbole bedeutet nicht unbedingt, dass auch die Formeln, die ja zwangsläufig eingeben werden müssen auch stimmen. Beim Erstellen und Arbeiten mit Graphen bietet Coach 6 von allen Programmen die meisten Möglichkeiten; es können mehrere Graphen auch mit veränderten Parametern ohne Probleme gleichzeitig angezeigt werden. Negativ ist bei Coach 6, dass man nur einen Schiebregler zur Verfügung hat, der immer extra eingeblendet werden muss und den man schließen muss, sobald man andere Einstellungen verändern möchte. Schade ist auch, dass die Software lizensiert ist und nicht wie Modellus 4 oder Newton II Freeware heruntergeladen werden kann. Alles in allem ist die Gesamtbilanz von Coach 6 aber sehr positiv und es ist für die Schule ein wirklich empfehlenswertes Programm, das viele Einstellungsmöglichkeiten und trotzdem eine intuitive Bedienung bietet, mit dem Schüler wenig Probleme haben sollten.

Gleiches gilt für Newton II, das vor allem durch den vorstrukturierten Eingabebereich eine große Hilfestellung beim Modellieren bietet. Die Definition der Beschleunigung $a$ wird vom Programm als Erstes gefordert, anhand davon können dann die verschiedenen angreifenden Kräfte im Definitionsbereich hinzugefügt werden. Geschwindigkeit und Weg werden automatisch von Newton II durch Integration und Differentiation bestimmt. Die Verwendung von Schiebreglern ist fest auf der Arbeitsfläche vorgesehen und lädt so zum Betrachten verschiedener Grenzfälle ein. Das Programm lässt kaum Einstellungsmöglichkeiten vermissen, man merkt einfach, dass es genau zu diesem Zweck für die Schule entwickelt wurde. Einzig, dass immer nur ein Graph in jedem Koordinatensystem angezeigt werden kann, ist ein kleines Manko, da man so besonders bei veränderlichen Parametern die Graphen nicht so leicht vergleichen kann. Auch das Feld für Definitionen könnte etwas größer sein, da ab mehr als vier Zeilen Definitionen erst nach unten gescrollt werden muss, um diese zu sehen. Einer der größten Vorteile von Newton ist allerdings, dass es kostenlos von jedem heruntergeladen und so jeder Schüler auch zu Hause damit arbeiten kann. Newton II ist daher für Schüler sehr gut geeignet, da auch die Bedienung intuitiv und die Arbeitsfläche übersichtlich gestaltet ist.

# 8 Literaturverzeichnis

BAYERISCHER LEHRPLAN für das Gymnasium G8, 2004, http://www.isb.bayern.de/isb/index.asp?MNav=0&QNav=4&TNav=0&INav=0&Fach=&LpSta=6&STyp=14

CHRISTIAN, W.; BROWN, D.; ESQUEMBRE, F.: Open Source Physics-Tools in PdN PHYSIK in der Schule 2012, Heft 3, S.44-49

GÜNZEL, H.: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Oldenbourg Verlag, München, 2008

HERRMANN, N.: Höhere Mathematik, Oldenbourg Verlag, München, 2004

DONAT, M.; FREYTAG, B.; JORDAN, W.; NERDING, M.; SCHELL, N.; WOLF, C.: Impulse Physik 10: Ausgabe Bayern, Ernst Klett Verlag, Stuttgart, 2008

KEDZIERSKA, E.; DORENBOS, V.; VAN EUPEN, M.; HECK, A.: Guide to Coach 6, 2010, http://cma-science.nl/english/resources/coach6/coach6/guide%20to%20coach%206.3.pdf

KIRCHER, E.; GIRWIDZ, R., HÄUßLER, P. (Hrsg.): Physikdidaktik, Springer-Verlag, Berlin, 2007

LÜCK, S.; WILHELM, T.: Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer in Praxis der Naturwissenschaften Physik 2011, Nr.122, S.26-31

MIKELSKIS , H.: Physik-Didaktik, Cornelsen Scriptor, Berlin, 2006

MIKELSKIS-SEIFERT, S.; THILE, M.; WÜNSCHER, T.: Modellieren - Schlüsselfähigkeiten für physikalische Forschungs- und Lernprozesse in: PhyDid A - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule - Online-Zeitschrift 2005, Nr.4, S.30-46, http://www.phydid.de/index.php/phydid/article/view/29/29

MIKESLSKIS-SEIFERT, S.: Modelle - Schlüsselbegriff für Forschungs- und Lernprozesse in der Physik in: PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG Frühjahrstagung, 2010, http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/154/281

NIEGEMANN, H.; DOMAGK, S.; HESSEL, S.; HEIN, A.; HUPFER, M.; ZOBEL, A.: Kompendium Multimediales Lernen, Springer, Berlin, 2008

OLDENBURG, R.; POLOCZEK, J.: Modellieren und Darstellen von 3D-Objekten erschienen in: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 2011, Heft 5, S.277-284

SCHECKER, H.: Physik - Modellieren, Klett, Stuttgart, 1998

SCHECKER, H.; Klieme, E.; Niedderer, H.; Ebach, J.; Gerdes, J.: Physiklernen mit Mo dell-bildungssystemen, Abschlussbericht zum DFG-Projekt, 1999, http://www.idn.uni- bre-men.de/pubs/DFG_PMS_Ab.pdf

STACHOWIAK, H.: Allgemeine Modelltheorie, Springer, Berlin, 1973

STOER, J.; BULIRSCH, R.: Numerische Mathematik 2, Springer, Berlin, 2000

URBAN-WOLDRON, H.; HOPF, M.: Visualisierung physikalischer Größen mit VPython erschienen in PdN PHYSIK in der Schule, 2012, Heft 4, S.33-36

WILHELM, T.: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005

WILHELM, T.; TREFZGER, T.: Erhebung zum Computereinsatz bei Physik- Gymnasial-lehrern in: PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG Frühjahrstagung, 2010, http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/109/119

# 9 Anhang

## 9.1 Bezugsadressen für Softwareprodukte

MODELLUS 4: http://modellus.fct.unl.pt/

COACH 6: http://www.klett.de/produkt/isbn/3-12-772607-4

NEWTON II: http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-II/index.html

EXCEL: http://office.microsoft.com/de-de/excel/

## 9.2 CD mit selbst erstellten Modellierungen

## 10 Danksagung

Bedanken möchte ich mich besonders bei meinem Betreuer Prof. Dr. Thomas Wilhelm, der nicht nur die Idee zu dieser Arbeit hatte, sondern mir auch trotz räumlicher Trennung bei allen Fragen und Problemen geholfen hat, mir immer wieder Anregungen und Informationen schickte und jederzeit zu einem Treffen bereit war.

Außerdem möchte ich mich bei meiner Schwester Verena Ludwig und meiner Mutter Angelika Ludwig für das Korrekturlesen dieser Arbeit bedanken, danke dass ihr euch trotz Deutschaufsätzen und Alltagsstress die Zeit genommen habt.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinem Freund Andreas Wirth, der sich immer geduldig meine Ideen und Probleme angehört hat und mir fächerübergreifend mit Rat und Tat zur Seite stand. Außerdem auch bei meinem Vater Günter Ludwig, der immer bereitwillig meine Druckaufträge bearbeitet hat.

Ein besonderes Dankeschön geht an meine Familie, die auch in den schwierigeren Zeiten meines Studiums immer an mich geglaubt hat und mir Kraft gegeben hat.

# 11 Selbstständigkeitserklärung

**ERKLÄRUNG**

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit in allen Teilen selbstständig angefertigt und keine anderen als in dieser Arbeit angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Alle Abbildungen habe ich, falls nicht anders angegeben, selbst erstellt.

Würzburg, den 14.09.2012 Jasmin Ludwig